

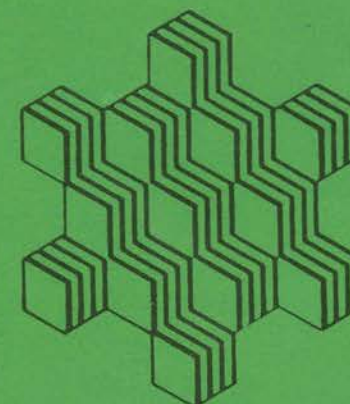
GUIDE PÉDAGOGIQUE

• **Secondaire**

MATHÉMATIQUE

SECOND CYCLE

**FASCICULE B
LA GÉOMÉTRIE**



MATHÉMATIQUE
SECOND CYCLE

FASCICULE B
LA GÉOMÉTRIE

Direction générale du développement pédagogique
Direction de la formation générale

**Approuvé par les Comités protestant et catholique
du Conseil supérieur de l'éducation
les 4 et 17, 18 novembre 1983.**

**© Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation, 1984**

ISBN 2-550-06331-7

Dépôt légal - premier trimestre 1984

M. Michel Warisse

Représentant du G.R.M.S. (Groupe des responsables en mathématique au secondaire).

COMITE DE PRODUCTION *

M. Michel Arcouet

Enseignant, C.S.R. Meilleur.

Mme Emilienne Boisvert

Enseignante, C.S.R. Jérôme-Le Royer.

M. Marcel Brisebois

Enseignant, C.E.C.M. (Commission des écoles catholiques de Montréal).

M. Michael Cassidy

Conseiller pédagogique, C.S. Baldwin-Cartier.

M. Raymond Lalonde

Enseignant, C.E.C.M. (Commission des écoles catholiques de Montréal).

M. Jean Matte

Agent de développement pédagogique, responsable de la mathématique au secondaire, Direction générale du développement pédagogique, ministère de l'Education.

M. Jean-Marcel
Mius d'Entremont

Coordonnateur de l'enseignement général, C.S.R. de Tilly.

M. Pierre-Paul Renaud

Conseiller pédagogique, C.S.R. Blainville-Deux-Montagnes.

M. Jean-Berchmans Veilleux

Conseiller pédagogique, C.S.R. de Chambly.

M. Michel Warisse

Enseignant, C.S. de Châteauguay.

M. Guy Zenaitis

Enseignant, C.E.C.M. (Commission des écoles catholiques de Montréal).

M. Edward Zegray

Conseiller pédagogique, C.E.C.M. (Commission des écoles catholiques de Montréal).

* Les personnes dont les noms suivent exerçaient les fonctions mentionnées pendant l'année scolaires 1981-1982.

TABLE DES MATIERES

1. Introduction	1
2. Notes pédagogiques	7
- Objectif général 1	Fascicule A
- Objectif général 2	9
- Objectif terminal 2.1	15
- Objectif terminal 2.2	43
- Objectif terminal 2.3	67
- Objectif terminal 2.4	89
- Objectif terminal 2.5	119
- Objectif terminal 2.6	161
- Notes didactiques complémentaires	193
- Objectif général 3	Fascicule C
3. Evaluation pédagogique	239
4. Matériel didactique	253
5. Bibliographie	261

1

INTRODUCTION

Ce guide pédagogique¹ est associé au programme de mathématique du second cycle du secondaire (document no 16-3302). Son contenu n'est pas prescriptif et il se veut un document de support pédagogique à caractère indicatif.

"Son intention générale est de promouvoir une bonne compréhension du programme, de suggérer aux enseignants des approches pédagogiques, des situations éducatives et des situations d'apprentissage jugées appropriées pour une bonne application du programme. Il vise aussi à susciter la créativité dans la recherche des moyens pédagogiques à mettre en oeuvre."²

Ce document¹ contient des commentaires sur chacun des objectifs généraux, terminaux et intermédiaires. Ces notes sont des points de repère jugés utiles dans l'élaboration d'un plan de cours. Elles ont pour objectif premier de définir des limites, d'indiquer des tendances ou de proposer des stratégies. Elles tentent de respecter les grands principes méthodologiques et de se conformer aux principes directeurs qui ont présidé à l'élaboration du programme.

De plus, à plusieurs endroits, ce guide pédagogique¹ renferme des indications d'enrichissement susceptibles de permettre aux élèves motivés une exploration plus complète de certains domaines traités par le programme.

-
1. Ce guide pédagogique est constitué de trois fascicules:
 - fascicule A: L'arithmétique et l'algèbre (document 16-3302-01);
 - fascicule B: La géométrie (document 16-3302-02);
 - fascicule C: La probabilité et la statistique (document 16-3302-03).
 2. D.G.D.P., Cadre relatif à l'élaboration des programmes et des guides pédagogiques, page 19.

Il faut que chaque enseignant puisse modifier sa méthodologie face à cet outil afin de pouvoir l'exploiter d'une façon rationnelle en classe. L'un des principes directeurs de ce programme préconise l'utilisation de la calculatrice, du micro-ordinateur, etc. et nombreux sont les sujets traités dans le programme qui invitent à son emploi:

- la recherche de régularités sur les nombres;
- l'évaluation d'une suite d'opérations sur les grands ou petits nombres;
- la résolution d'équations par des méthodes itératives;
- la résolution de problèmes complexes;
- la validation d'approximations;
- la vérification de réponses;
- l'évaluation de formules en combinatoire ou en statistique;
- les rapports trigonométriques;
- etc.

Les deux derniers sujets cités dans cette liste exigent même l'emploi obligatoire d'outils électroniques. En effet, l'évaluation de formules en combinatoire ou en statistique serait beaucoup trop ardue et prendrait beaucoup trop de temps sans l'aide de ceux-ci; de plus, la non utilisation des tables trigonométriques oblige l'usage de la calculatrice. Dans le contexte où l'on veut favoriser l'emploi d'heuristiques variées dans la solution de problèmes associés à des situations réalistes, donc parfois très complexes, l'usage d'outils électroniques permet donc à l'élève de se dégager des préoccupations purement opératoires pour porter toute son attention sur le choix et l'utilisation des meilleures stratégies.

Il faut cependant ajouter que ce guide pédagogique n'est pas une "préparation de classe" et les informations qu'il renferme ne doivent pas être transmises directement à l'élève. Les commentaires et les notes didactiques complémentaires sont des textes qui s'adressent au maître et non à l'élève; il ne faut donc pas se surprendre de retrouver, à l'occasion, un exposé plus développé que celui qui doit normalement être présenté à l'élève.

Il est obligatoire d'assurer à tous les élèves une bonne compréhension de ce programme de base et de prévoir une place à la récupération à l'aide d'un enseignement correctif pour les élèves faibles et à l'enrichissement à l'aide de documents prévus à cette fin pour les élèves forts. L'explication des contenus couverts par ces activités de récupération ou d'enrichissement est une responsabilité des organismes scolaires.

Tout au long de ce guide, l'utilisation de techniques de résolution de problème est privilégié en vue de mettre en évidence l'aspect pragmatique de la mathématique, et d'unifier les différents thèmes développés dans le programme: arithmétique, algèbre, géométrie, trigonométrie, statistique et probabilité. Il ne faudrait pas sous-estimer également la place importante que doit occuper le développement des habiletés dans le contexte d'un programme de base en mathématique. La bonne compréhension des concepts de base ne doit pas exclure la nécessité de faire acquérir à l'élève des algorithmes opératoires sûrs et efficaces.

Loin de bouder l'apport des technologies nouvelles, il importe de se pencher sérieusement sur l'impact de la calculatrice de poche dans la société et particulièrement dans le milieu scolaire. Nombreux sont les élèves qui en possèdent une et qui veulent s'en servir.

Un chapitre traitant de l'évaluation pédagogique suggère, à titre d'exemples, une grille pouvant permettre une évaluation continue des apprentissages, celle-ci permettant à l'enseignant d'être mieux outillé pour effectuer un enseignement correctif adapté à chacun de ses élèves (grille "A"). Une autre grille, la grille "B", pourrait éventuellement servir comme élément d'évaluation parmi d'autres sur lequel les autorités scolaires pourraient se baser pour déterminer la promotion de chaque élève.

L'enseignant pourra obtenir un supplément d'informations en consultant les chapitres quatre et cinq: "Matériel didactique" et "Bibliographie". Les informations citées dans ces deux chapitres ne sont nullement exhaustives et pourront être complétées par un inventaire des ressources du milieu.

Dans le but d'uniformiser et de favoriser une compréhension univoque des graphiques, notations et symboles, l'enseignant verra à consulter le Document d'information, graphisme, notations et symboles utilisés en mathématique au secondaire, (document 16-3306). Ce répertoire sera utilisé lors de la préparation des tests ou examens du ministère de l'Education.

NOTES PEDAGOGIQUES

OBJECTIF GENERAL

No: 2

FAVORISER chez l'élève l'analyse de situations géométriques.

THEME: La géométrie

DUREE: 30% du temps en troisième secondaire
30% du temps en quatrième secondaire
20% du temps en cinquième secondaire

Au premier cycle du cours secondaire, l'étude de la géométrie se veut une exploration de certaines transformations du plan (translation, rotation, réflexion et homothétie). L'étude de celles-ci au second cycle du secondaire permettra à l'élève de dégager les propriétés de certaines transformations du plan et de mettre en évidence certains invariants (régularités) qu'elles engendrent. Il sera alors capable d'utiliser ses connaissances géométriques pour résoudre des problèmes puisés dans son environnement et qui font appel aux concepts de congruence, de similitude, de relations métriques, de rapports trigonométriques, etc.

D'exploratoire qu'il est au premier cycle du secondaire, l'enseignement de la géométrie passe à une phase d'abstraction plus poussée et de déduction plus rigoureuse. Sans pour autant devenir mécanique, l'enseignement de la géométrie au second cycle du secondaire est plus raisonné et il sauvegarde la dynamique de l'étude de la géométrie des transformations dans son aspect unificateur: ensembles, relations, opérations, etc.

Si le programme du second cycle du secondaire favorise une approche "transformationnelle" dans l'étude des notions géométriques, c'est dans un souci de continuité avec le programme du primaire et celui du premier cycle du secondaire, et dans le but d'unifier les différents concepts étudiés.

Au premier cycle du secondaire, l'élève a appris à:

- reproduire une figure plane à l'aide de transformations géométriques;
- identifier l'image d'une relation;
- construire diverses figures géométriques planes à l'aide des transformations;

- identifier les diverses caractéristiques se rapportant aux triangles et aux quadrilatères à l'aide des transformations;
- résoudre des problèmes de la vie courante utilisant les unités de mesure de longueur ou de surface à l'aide des transformations.

Après avoir dégagé les principaux invariants de transformations géométriques, l'élève du second cycle du secondaire va apprendre à utiliser les notions d'isométrie et de similitude pour résoudre certains problèmes et découvrir l'existence de certains rapports trigonométriques (sinus, cosinus, tangente) et de certaines relations métriques dans le cercle et dans le triangle rectangle. L'étude de quelques caractéristiques des corps solides vient compléter celle des segments et des polygones effectuée au premier cycle du secondaire.

Comme dans ce programme, la didactique de la géométrie est basée sur le concept de transformations du plan, il importe de préciser au départ que celles-ci agissent sur l'ensemble des points du plan. Cependant, dans la pratique, les observations et les conclusions ne porteront que sur certains sous-ensembles de celui-ci: le triangle, le carré, etc. Les notes didactiques complémentaires commentent cette observation.

L'étude des transformations géométriques effectuée au premier cycle du secondaire et à l'intérieur de cet objectif général a pour but d'établir les fondements de la géométrie en fournissant à l'élève un outil puissant permettant de déboucher sur la résolution de problème en favorisant l'emploi d'heuristiques variées. Il est souhaitable de s'interroger sur cette question, sur son importance et sur son impact dans l'étude de notions géométriques. L'impor-

tance et l'impact de la géométrie des transformations résident beaucoup plus dans l'analyse des changements, des propriétés et des développements possibles, que dans son aspect purement novateur dans l'enseignement.

Le support visuel est très important en géométrie car il permet très souvent de soutenir le raisonnement. Il convient cependant d'habituer l'élève à être circonspect quant aux représentations concrètes, même si l'enseignant exige de celui-ci une grande précision dans la construction de ses graphiques, car les représentations graphiques ne sont, très souvent en mathématique, qu'une approximation grossière de la réalité.

L'emploi de la calculatrice permettra à l'élève de se dégager du calcul numérique pour accorder une plus grande importance aux raisonnements géométriques. L'usage des rapports trigonométriques comme application des rapports de similitude sur les triangles rectangles invite inévitablement l'élève à l'emploi de la calculatrice. Ici elle devient même essentielle car elle remplace les "tables trigonométriques". On ne pourrait trouver d'exemples plus évidents des multiples avantages qu'elle procure à son utilisateur.

OBJECTIF TERMINAL NO: 2.1

RESOUDRE des problèmes impliquant des transformations du plan: translation, rotation, réflexion ou homothétie.

Au premier cycle du secondaire, l'étude de la géométrie a dû rendre l'élève capable de reproduire une figure plane à l'aide d'une ou de plusieurs transformations géométriques (translation, rotation, réflexion, homothétie, etc.) en utilisant soit le papier calque, soit le glissement, la rotation ou le retournement d'un objet, soit le pantographe, soit des procédés géométriques de construction, soit les opérations sur les couples.

L'étude de ces transformations géométriques a permis de définir:

- le parallélisme (par la translation),
- la perpendicularité (par la réflexion),
- la notion d'angle (par la rotation),
- la congruence (par les transformations isométriques),
- la similitude (par l'homothétie: agrandissement ou réduction).

Maintenant, l'élève est amené à faire un pas de plus en dégageant, à partir d'une généralisation, des invariants de grandeur, de relations, de propriétés et de figures dans des transformations géométriques.

Les commentaires sur chaque objectif intermédiaire présentent les conclusions théoriques auxquelles l'élève doit arriver. Cependant, ces conclusions doivent être le résultat d'une

démarche exploratoire et inductive à partir de l'analyse de nombreuses situations puisées dans son environnement:

- le glissement d'une boîte sur un plancher;
- une porte qui s'ouvre;
- la reproduction d'un objet à l'aide d'un miroir ou d'un système de reprographie;
- les images sur la pellicule d'un film et leur projection sur un écran;
- etc.

Des situations plus complexes peuvent être présentées à l'élève; elles font appel à des composées de transformations géométriques. En voici quelques-unes:

- une voiture sur la route;
- un avion et sa trajectoire;
- l'ombre d'un avion sur le sol;
- une feuille au vent;
- etc.

De telles situations pourraient être présentées à l'élève; il convient alors de lui faire rechercher les transformations géométriques impliquées et les invariants qui s'en dégagent. Afin de ne pas dépasser les limites imposées par l'objectif, il est essentiel de ramener l'analyse de ces situations dans un plan et non dans l'espace.




Il serait pertinent de signaler aux élèves que les transformations étudiées sont des fonctions et que la notation fonctionnelle sera utilisée. Si X est un point du plan, on notera

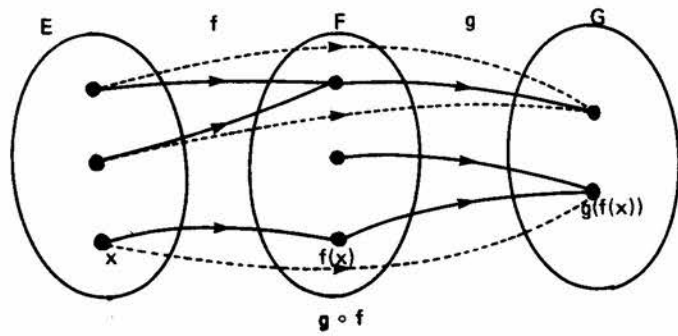
$t(X)$, $r(X)$, $s(X)$ ou $h(X)$ pour désigner respectivement l'image de ce point par la translation t , la rotation r , la réflexion s ou l'homothétie h .

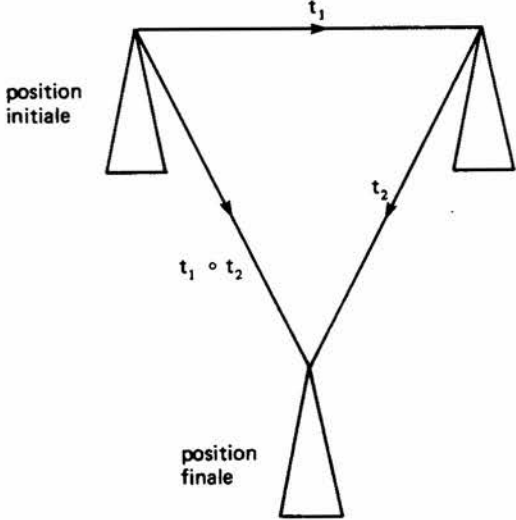
Le programme BASIC suivant est un exemple de ce que l'on peut demander aux élèves d'effectuer sur ordinateur afin de mettre en évidence certaines propriétés caractérisant les transformations géométriques. Ce programme calcule le périmètre et l'aire du triangle initial ainsi que de la figure image et dans le cas de l'homothétie, il fournit le rapport des périmètres et celui des aires.

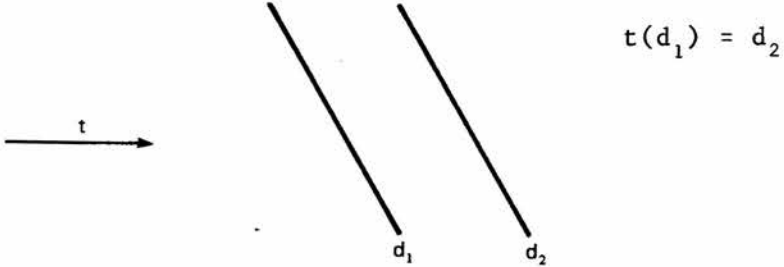
```
10 CLS:PRINT"Ce programme permet de trouver le périmètre et l'aire"
20 PRINT"d'un triangle à partir des 3 sommets."
25 DEFDBL A-Z:I$="(###.## , ###.##)":F$="###.##"
30 PRINT:INPUT"Ecris les coordonnées du premier sommet ";X1,Y1
40 INPUT"Ecris les coordonnées du second sommet ";X2,Y2
50 INPUT"Ecris les coordonnées du troisième sommet ";X3,Y3
55 GOSUB 60:LINEINPUT A$:GOTO 100
60 C1=SQR((X1-X2)[2+(Y1-Y2)[2]:C2=SQR((X2-X3)[2+(Y2-Y3)[2]
70 C3=SQR((X3-X1)[2+(Y3-Y1)[2]:P=C1+C2+C3:DP=P/2
75 IF X1-X2<>0 THEN M1=(Y1-Y2)/(X1-X2) ELSE M1=999999
76 IF X2-X3<>0 THEN M2=(Y2-Y3)/(X2-X3) ELSE M2=999999
77 IF M1=M2 THEN PRINT:PRINT "Ces trois points ne forment pas un triangle car ils sont alignés":END
80 A=SQR(DP*(DP-C1)*(DP-C2)*(DP-C3)):PRINT
90 PRINT"Le périmètre est ";USING F$;P
95 PRINT:PRINT"L'aire est ";USING F$;A:RETURN
100 CLS:PRINT "Pour une translation!"
110 PRINT:INPUT"Quel est le déplacement horizontal";DX
120 INPUT"Quel est le déplacement vertical";DY
130 X1=X1+DX:X2=X2+DX:X3=X3+DX
140 Y1=Y1+DY:Y2=Y2+DY:Y3=Y3+DY:GOSUB 150:GOSUB 60:GOTO 170
```

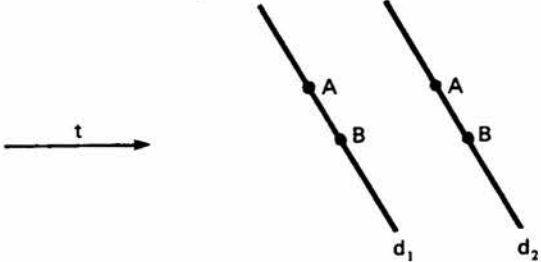
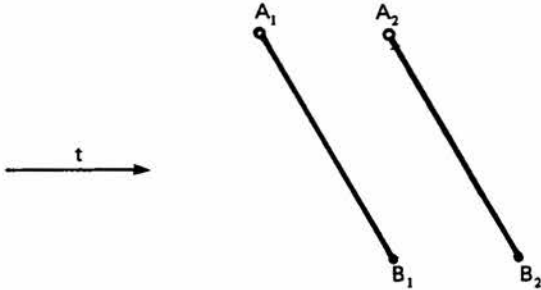
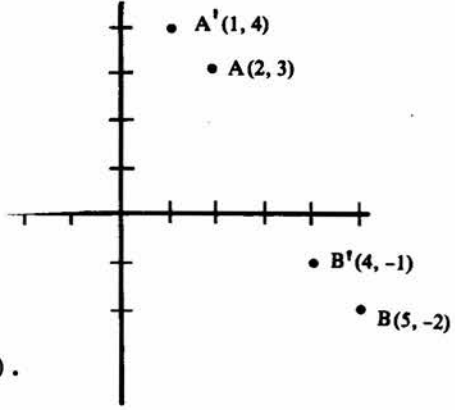
```
150 PRINT:PRINT "Les nouveaux sommets du triangle sont:"
160 PRINTUSING I$;X1;Y1;:PRINTUSING I$;X2;Y2;
165 PRINTUSING I$;X3;Y3:RETURN
170 LINEINPUT A$:CLS:PRINT "Pour une rotation!":
PRINT
180 INPUT"Ecris l'angle de rotation en radian(s) ";ROT
190 X1=X1*COS(ROT)-Y1*SIN(ROT):Y1=X1*SIN(ROT)+Y1*COS(ROT)
200 X2=X2*COS(ROT)-Y2*SIN(ROT):Y2=X2*SIN(ROT)+Y2*COS(ROT)
210 X3=X3*COS(ROT)-Y3*SIN(ROT):Y3=X3*SIN(ROT)+Y3*COS(ROT)
220 GOSUB 150:GOSUB 60
300 LINEINPUT A$:CLS:PRINT "Pour une homothétie!
":PRINT
310 INPUT"Quel est le rapport du nouveau triangle ";RAP
320 X1=RAP*X1:Y1=RAP*Y1:X2=RAP*X2:Y2=RAP*Y2
330 X3=RAP*X3:Y3=RAP*Y3:GOSUB 150
340 A1=A:P1=P:GOSUB 60
350 PRINT "Le rapport des périmètres est ";USING F$;P/P1:PRINT
360 PRINT "Le rapport des aires est ";USING F$;A/A1
370 END
```

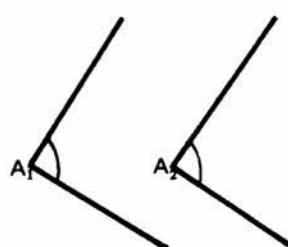
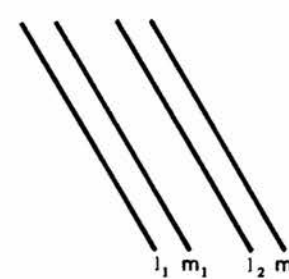
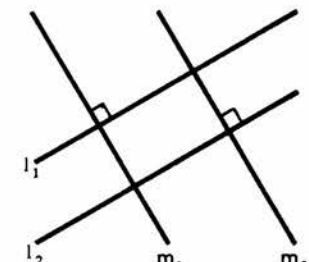
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																									
<p>2.1.1 CONSTRUIRE l'image d'une figure par une composée de transformations.</p>	<p>III</p>	<p>- Cet objectif va permettre à l'élève de faire une synthèse de connaissances acquises au premier cycle du secondaire. Il est important que les concepts de translation, de rotation, de réflexion et d'homothétie aient une assise solide car toute la géométrie au second cycle du secondaire s'appuie sur ces concepts de base.</p> <p>- Les transformations retenues ici sont: la translation, la rotation, la réflexion et l'homothétie. L'élève devrait être capable de tracer l'image d'une composée de transformations pour chacun des seize cas présentés dans le tableau si t représente une translation, r une rotation, s une réflexion et h une homothétie.</p> <table border="1" data-bbox="1079 849 1528 1084"> <tr> <td></td> <td>t</td> <td>r</td> <td>s</td> <td>h</td> </tr> <tr> <td>t</td> <td>t ∘ t</td> <td>r ∘ t</td> <td>s ∘ t</td> <td>h ∘ t</td> </tr> <tr> <td>r</td> <td>t ∘ r</td> <td>r ∘ r</td> <td>s ∘ r</td> <td>h ∘ r</td> </tr> <tr> <td>s</td> <td>t ∘ s</td> <td>r ∘ s</td> <td>s ∘ s</td> <td>h ∘ s</td> </tr> <tr> <td>h</td> <td>t ∘ h</td> <td>r ∘ h</td> <td>s ∘ h</td> <td>h ∘ h</td> </tr> </table> <p>- Le papier calque, le tracé point par point, les actions sur les coordonnées dans le plan sont autant de moyens didactiques à utiliser pour ces constructions.</p> <p>- Si deux fonctions $f: E \rightarrow F$ et $g: F \rightarrow G$ sont composées, on notera $g \circ f$ et cette fonction sera définie de E dans G par $x \mapsto g(f(x))$. Le graphique sagittal de la page suivante visualise cette définition.</p>		t	r	s	h	t	t ∘ t	r ∘ t	s ∘ t	h ∘ t	r	t ∘ r	r ∘ r	s ∘ r	h ∘ r	s	t ∘ s	r ∘ s	s ∘ s	h ∘ s	h	t ∘ h	r ∘ h	s ∘ h	h ∘ h
	t	r	s	h																							
t	t ∘ t	r ∘ t	s ∘ t	h ∘ t																							
r	t ∘ r	r ∘ r	s ∘ r	h ∘ r																							
s	t ∘ s	r ∘ s	s ∘ s	h ∘ s																							
h	t ∘ h	r ∘ h	s ∘ h	h ∘ h																							

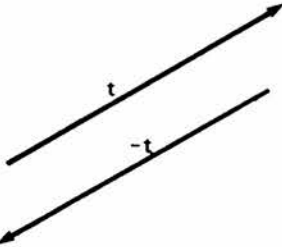
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.1 CONSTRUIRE l'image d'une figure par une composée de transformations (suite).	III	 <p>où $x \in E$ $f(x) \in F$ $g(f(x)) \in G$.</p> <p>Ainsi $(T_1 \circ T_2)(A)$ est une composée de deux translations t_1 et t_2 qui déplacent la figure A de sa position initiale à sa position finale dans le plan. Elle étudie l'action ou l'état, c'est-à-dire le déplacement lui-même ou les comparaisons des états.</p>

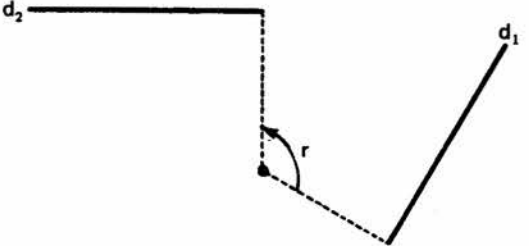
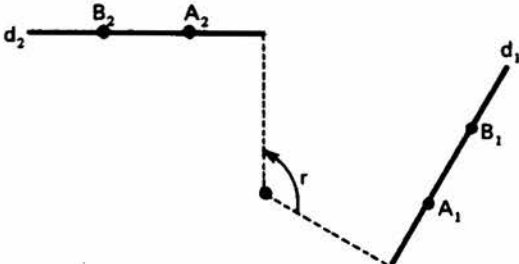
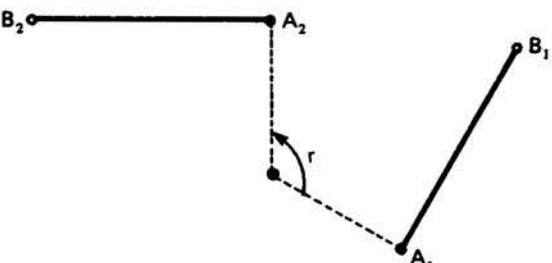
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.1 CONSTRUIRE l'image d'une figure par une composée de transformations (suite).	III	 <p>Des deux représentations précédentes, on peut déduire que l'inverse d'une composée de deux fonctions égale la composée des inverses des deux fonctions permutées. Ainsi :</p> $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ $(t_2 \circ t_1)^{-1} = t_1^{-1} \circ t_2^{-1}$

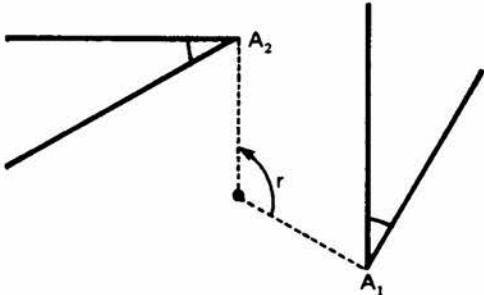
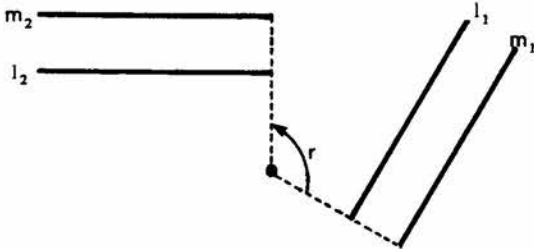
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE												
<p>2.1.1 CONSTRUIRE l'image d'une figure par une composée de transformations (suite).</p>	<p>III</p>	<p>- ENRICHISSEMENT: - Demander à l'élève d'indiquer si la composition est une loi commutative en complétant le tableau suivant par = ou \neq.</p> <table border="1" data-bbox="1212 525 1773 678"> <tr> <td>$t \circ r$</td> <td>$r \circ t$</td> <td>$r \circ s$</td> <td>$s \circ r$</td> </tr> <tr> <td>$t \circ s$</td> <td>$s \circ t$</td> <td>$r \circ h$</td> <td>$h \circ r$</td> </tr> <tr> <td>$t \circ h$</td> <td>$h \circ t$</td> <td>$s \circ h$</td> <td>$h \circ s$</td> </tr> </table> <p>Dans quel cas est-on assuré de l'égalité? Que donne $t \circ t^{-1}$, $r \circ r^{-1}$, $s \circ s^{-1}$ et $h \circ h^{-1}$?</p>	$t \circ r$	$r \circ t$	$r \circ s$	$s \circ r$	$t \circ s$	$s \circ t$	$r \circ h$	$h \circ r$	$t \circ h$	$h \circ t$	$s \circ h$	$h \circ s$
$t \circ r$	$r \circ t$	$r \circ s$	$s \circ r$											
$t \circ s$	$s \circ t$	$r \circ h$	$h \circ r$											
$t \circ h$	$h \circ t$	$s \circ h$	$h \circ s$											
<p>2.1.2 ENUMERER les principales propriétés d'une translation.</p>	<p>III</p>	<p>- A partir d'observations sur des objets ou représentations géométriques simples, l'élève devrait pouvoir dégager certaines propriétés qui paraissent évidentes. En pratique, il est possible de dire qu'une translation est une transformation géométrique qui:</p> <ul style="list-style-type: none"> - transforme une droite en une droite parallèle, <div style="text-align: center;">  <p style="margin-left: 150px;">$t(d_1) = d_2$</p> </div> <p>ce qui implique que la pente est conservée.</p>												


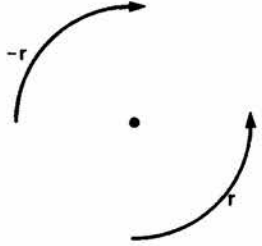
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.2 ENUMERER les principales propriétés d'une translation (suite).	III	<p>- conserve l'ordre,</p>  <p>si $A_1 < B_1$ alors $t(A_1) < t(B_1)$ $A_2 < B_2$</p> <p>- conserve les longueurs,</p>  <p>ce qui implique que la distance entre deux points est conservée.</p> <p>Soient $A(2, 3)$ et $B(5, -2)$ deux points, en effectuant la translation $(-1, 1)$ on obtient $A'(1, 4)$ et $B'(4, -1)$.</p>  <p>Or $\sqrt{(3 - (-2))^2 + (2 - 5)^2} = \sqrt{(4 - (-1))^2 + (1 - 4)^2}$ $\sqrt{25 + 9} = \sqrt{25 + 9}$</p>

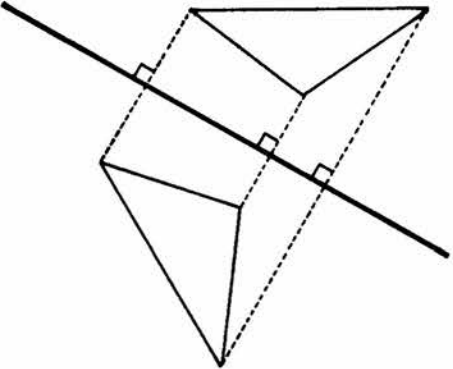
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.2 ENUMERER les principales propriétés d'une translation (suite).	III	<p>- conserve les mesures d'angles,</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;"> <div style="margin-right: 10px;"> \xrightarrow{t} </div>  <div style="margin-left: 20px;"> $m \angle A_1 = m t(\angle A_1)$ $= m \angle A_2$ </div> </div> <p>- conserve le parallélisme,</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;"> <div style="margin-right: 10px;"> \xrightarrow{t} </div>  <div style="margin-left: 20px;"> $\text{si } l_1 // m_1$ $l_1 // t(l_1)$ $m_1 // t(m_1)$ $\text{alors } t(l_1) // t(m_1)$ $\text{donc } l_2 // m_2$ </div> </div> <p>- conserve la perpendicularité,</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;"> <div style="margin-right: 10px;"> \xrightarrow{t} </div>  <div style="margin-left: 20px;"> $\text{si } l_1 \perp m_1$ $l_1 // t(l_1)$ $m_1 // t(m_1)$ $\text{alors } t(l_1) \perp t(m_1)$ $\text{donc } l_2 \perp m_2$ </div> </div>

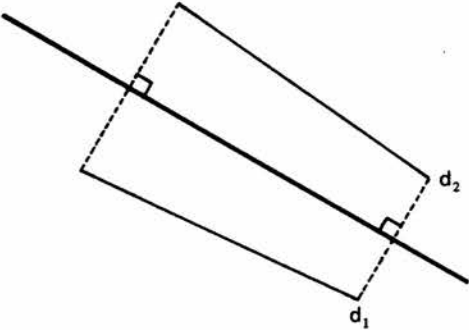
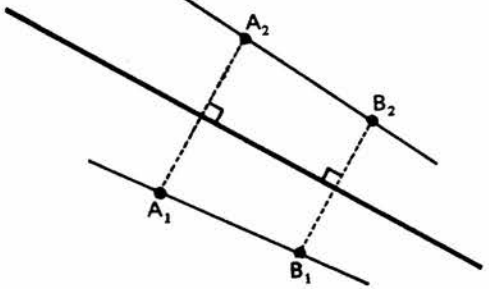
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.2 ENUMERER les principales propriétés d'une translation (suite).	III	<p>- Pour chaque translation t du plan, il existe une translation réciproque notée $-t$ ou t^{-1}.</p>  <p>- Le papier calque, le tracé point par point, les actions particulièrement sur les couples dans le plan sont autant de moyens didactiques qui peuvent être exploités avantageusement afin de faire découvrir ces propriétés.</p>
2.1.3 ENUMERER les principales propriétés d'une rotation.	III	<p>- A partir d'observations sur des objets ou représentations géométriques simples, l'élève devrait pouvoir dégager certaines propriétés qui paraissent évidentes. En pratique, il est possible de dire qu'une rotation est une transformation géométrique qui:</p>

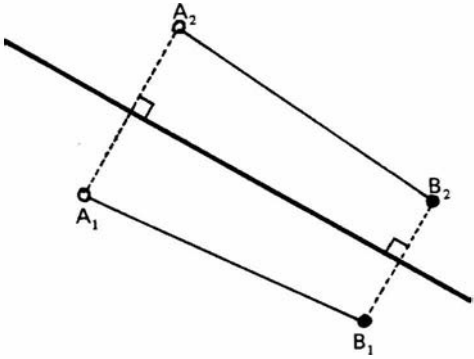
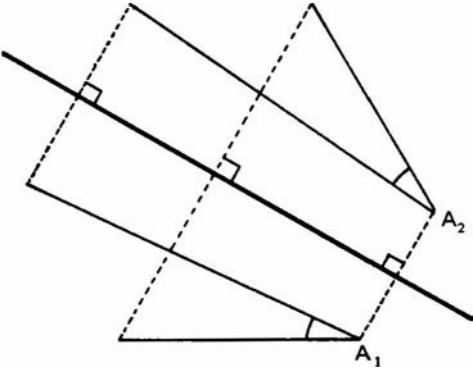
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.1.3 ENUMERER les principales propriétés d'une rotation (suite).</p>	<p>III</p>	<p>- transforme une droite en une autre droite,</p>  <p>$r(d_1) = d_2$</p> <p>- conserve l'ordre sur chaque droite,</p>  <p>si $A_1 < B_1$ alors $r(A_1) < r(B_1)$ $A_2 < B_2$</p> <p>- conserve les longueurs,</p>  <p>$m \overline{A_1 B_1} = m r(\overline{A_2 B_2})$ $= m \overline{A_2 B_2}$</p>

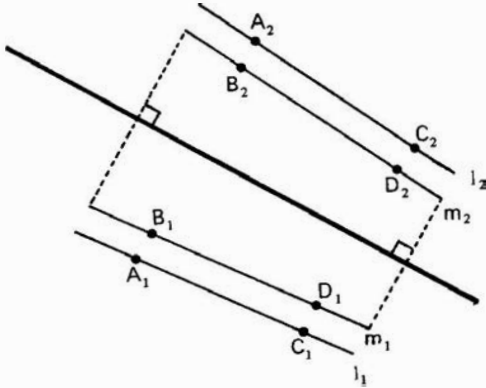
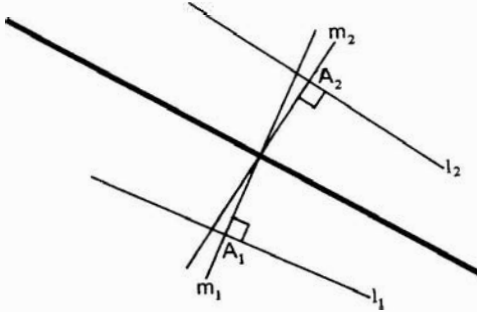
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.1.3 ENUMERER les principales propriétés d'une rotation (suite).</p>	<p>III</p>	<p>- conserve les mesures d'angles,</p>  <p>$m \angle A_1 = m r(\angle A_1)$ $= m \angle A_2$</p> <p>- conserve le parallélisme</p>  <p>si $l_1 // m_1$ $l_1 // r(l_1)$ $m_1 // r(m_1)$ alors $r(l_1) // r(m_1)$ donc $l_2 // m_2$</p>

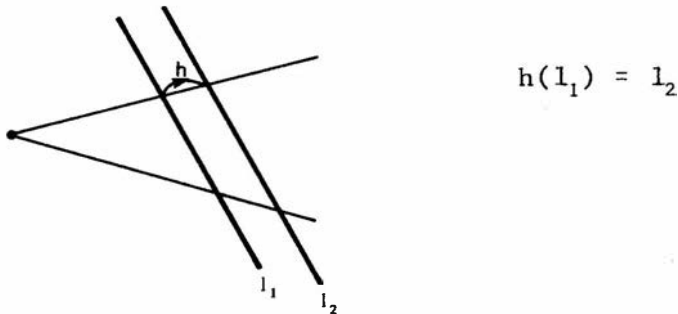
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.1.3 ENUMERER les principales propriétés d'une rotation (suite).</p>	<p>III</p>	<p>- conserve la perpendicularité,</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center; margin-right: 20px;">  </div> <div style="margin-left: 20px;"> <p>si $l_1 \perp m_1$ $l_1 \parallel r(l_2)$ $m_1 \parallel r(m_2)$ alors $r(l_2) \perp r(m_2)$ donc $l_2 \perp m_2$</p> </div> </div> <p>- Pour chaque rotation r du plan, il existe une rotation réciproque notée $-r$ ou r^{-1}.</p> <div style="text-align: center; margin: 20px 0;">  </div> <p>- Une rotation r n'a qu'un seul point fixe, c'est le centre.</p> <p>- Le papier calque, le tracé point par point, les opérations sur les couples à l'aide de coordonnées polaires dans le plan, sont autant de moyens didactiques qui peuvent être exploités avantageusement pour faire découvrir ces propriétés.</p>

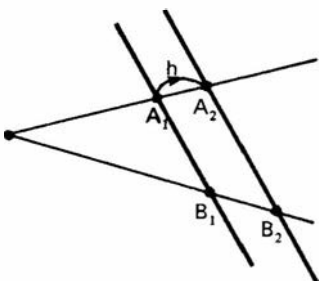
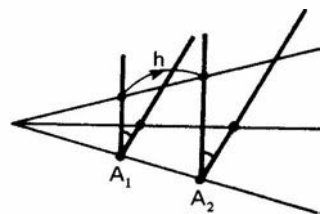
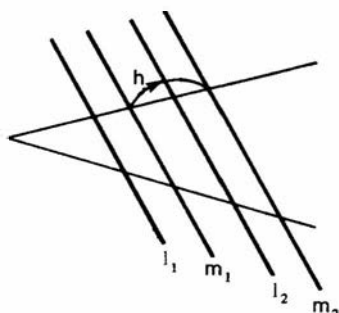
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.4 ENUMERER les principales propriétés d'une réflexion.	III	<p data-bbox="723 375 1855 545">- Il faut noter qu'une réflexion est nécessairement une symétrie orthogonale, c'est-à-dire une symétrie dont les droites reliant chaque point d'une figure à leur image sont perpendiculaires à l'axe de symétrie.</p>  <p data-bbox="1044 987 1575 1019">symétrie orthogonale ou réflexion</p> <p data-bbox="723 1052 1855 1130">- Il existe également des symétries non orthogonales. Elles ne feront pas l'objet d'étude ici.</p> <p data-bbox="723 1162 1876 1338">- A partir d'observations sur des objets ou représentations géométriques simples, l'élève devrait pouvoir dégager certaines propriétés qui paraissent évidentes. En pratique, il est possible de dire qu'une réflexion est une transformation géométrique qui:</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.1.4 ENUMERER les principales propriétés d'une réflexion (suite).</p>	<p>III</p>	<p>- transforme une droite en une droite,</p>  <p>$s(d_1) = d_2$</p> <p>- conserve l'ordre,</p>  <p>si $A_1 < B_1$ alors $s(A_1) < s(B_1)$ $A_2 < B_2$</p>

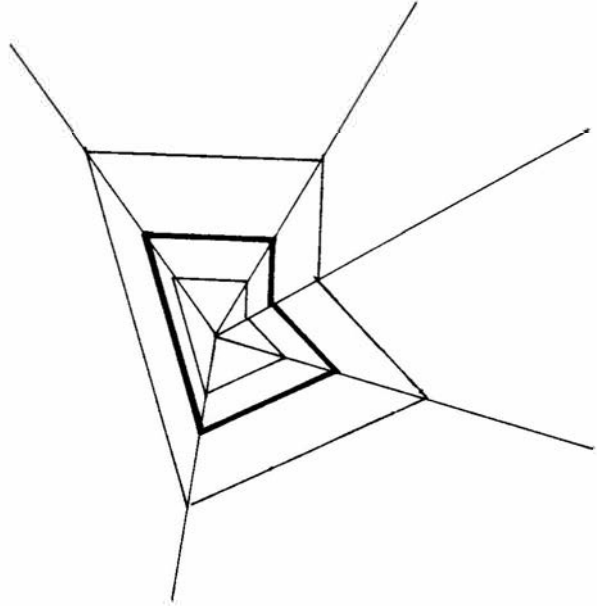
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.4 ENUMERER les principales propriétés d'une réflexion (suite).	III	<p data-bbox="854 353 1255 381">- conserve les longueurs,</p>  $m \overline{A_1 B_1} = m s(\overline{A_1 B_1}) \\ = m \overline{A_2 B_2}$ <p data-bbox="854 778 1365 806">- conserve les mesures d'angles,</p>  $m \angle A_1 = m s(\angle A_1) \\ = m \angle A_2$

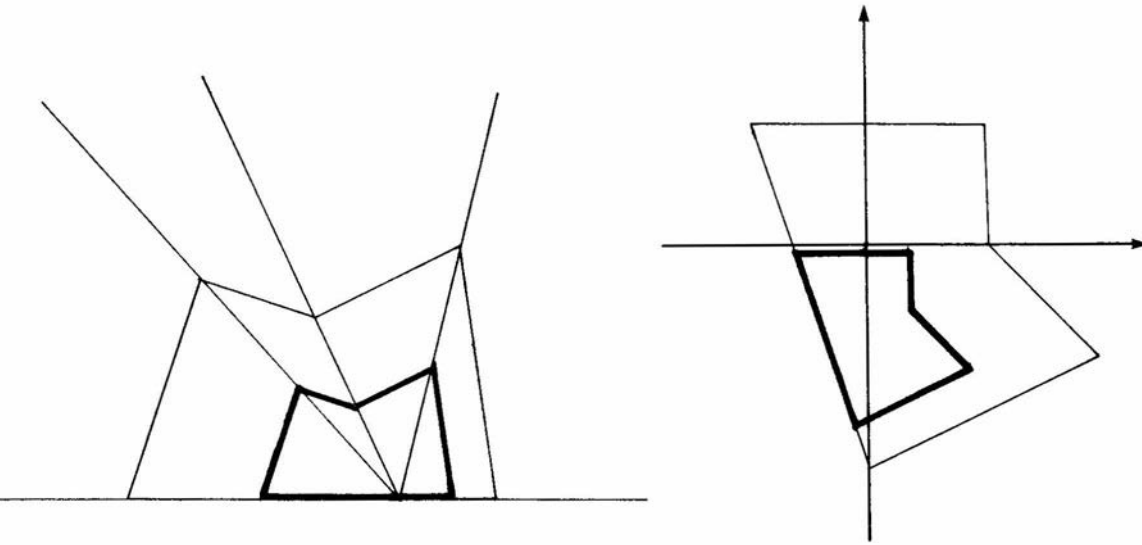
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.1.4 ENUMERER les principales propriétés d'une réflexion (suite).</p>	<p>III</p>	<p>- conserve le parallélisme,</p>  <p>si $l_1 \parallel m_1$ alors $A_1 C_1 \cong B_1 D_1$ et $A_1 C_1 \cong A_2 C_2$ $B_1 D_1 \cong B_2 D_2$ d'où $A_2 C_2 \cong B_2 D_2$ donc $l_2 \parallel m_2$</p> <p>- conserve la perpendicularité,</p>  <p>$l_1 \perp m_1$ $m \angle A_1 = m r(\angle A_1)$ $= m \angle A_2$ d'où $l_2 \perp m_2$</p>

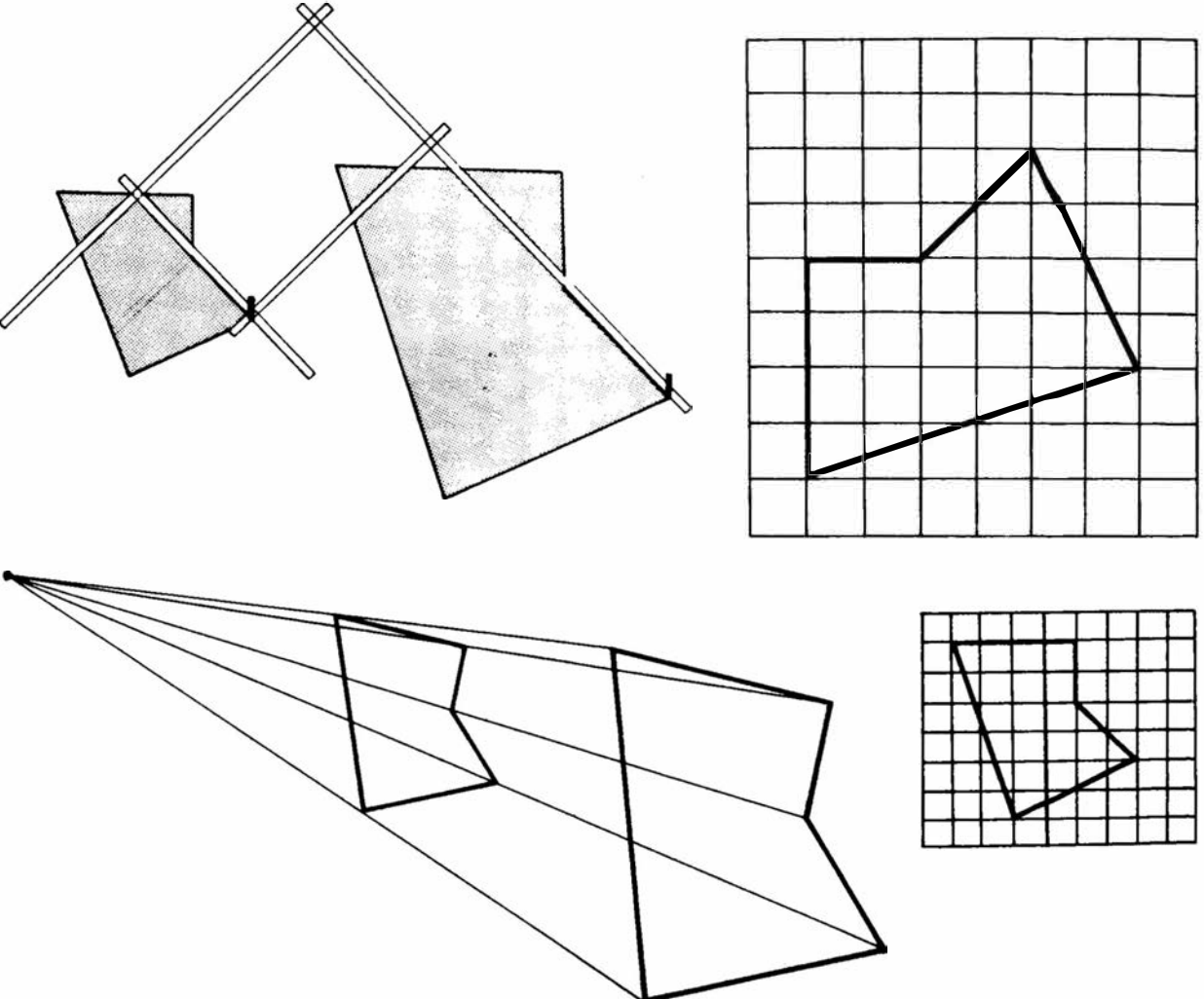
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.4 ENUMERER les principales propriétés d'une réflexion (suite).	III	<ul style="list-style-type: none">- Il faut noter également qu'une réflexion n'a qu'une droite fixe, c'est l'axe de symétrie.- Le papier calque, le tracé point par point, les actions particulièrement sur les couples dans le plan sont autant de moyens didactiques qui peuvent être exploités avantageusement afin de faire découvrir ces propriétés.- Pour chaque réflexion s du plan, il existe une réflexion réciproque notée s ou s^{-1}.
2.1.5 ENUMERER les principales propriétés d'une homothétie.	III	<ul style="list-style-type: none">- Les transformations qui ne conservent pas les longueurs sont dites non isométriques. Les projections et les homothéties sont de cette catégorie. Une homothétie est une transformation géométrique qui:<ul style="list-style-type: none">- transforme une droite en une droite parallèle, <div data-bbox="899 1073 1573 1387"><p>$h(l_1) = l_2$</p></div> <p>ce qui implique la conservation de la pente.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.5 ENUMERER les principales propriétés d'une homothétie (suite).	III	<p>- conserve l'ordre,</p>  <p>si $A_1 < B_1$ alors $h(A_1) < h(B_1)$ $A_2 < B_2$</p> <p>- conserve les mesures d'angle</p>  <p>$m \angle A_1 = m h(\angle A_1)$ $= m \angle A_2$</p> <p>- conserve le parallélisme,</p>  <p>si $l_1 // m_1$ $l_1 // h(l_1)$ $m_1 // h(m_1)$ alors $h(l_1) // h(m_1)$ donc $l_2 // m_2$</p>

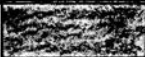





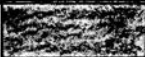





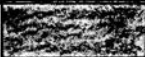





OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.1.5 ENUMERER les principales propriétés d'une homothétie (suite).</p>	<p>III</p>	<p>- conserve la perpendicularité,</p> <div data-bbox="880 414 1400 778" style="text-align: center;"> </div> <p style="text-align: right;"> si $l_1 \perp m_1$ $l_1 // h(l_1)$ $m_1 // h(m_1)$ alors $h(l_1) \perp h(m_1)$ donc $l_2 \perp m_2$ </p> <p>- conserve les rapports des mesures de segments,</p> <div data-bbox="942 865 1248 1063" style="text-align: center;"> </div> $\frac{m \overline{A_1 B_1}}{m \overline{B_1 C_1}} = \frac{m \overline{A_2 B_2}}{m \overline{B_2 C_2}}$ <p>- Ces propriétés peuvent être découvertes à partir de figures dont le centre de l'homothétie est à l'intérieur de la figure initiale</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.5 ENUMERER les principales propriétés d'une homothétie (suite).	III	 <p data-bbox="807 1047 1880 1120">ou dont le centre de l'homothétie est sur la frontière de la figure initiale</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.5 ENUMERER les principales propriétés d'une homothétie (suite).	III	 <p data-bbox="731 1011 1839 1087">ou dont le centre de l'homothétie est situé à l'extérieur de la figure initiale.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.5 ENUMERER les principales propriétés d'une homothétie (suite).	III	

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																									
2.1.5 ENUMERER les principales propriétés d'une homothétie (suite).	III	<p>- Pour chaque homothétie h du plan, il existe une homothétie réciproque notée $-h$ ou h^{-1}. Si h est de rapport k, $\frac{1}{k}$ sera le rapport de h^{-1}.</p>																									
2.1.6 ENUMERER les invariants d'une composition de transformations.	III	<p>- Il serait important de faire rechercher et découvrir les invariants à partir de situations concrètes propices à développer le raisonnement inductif de l'élève telles :</p> <ul style="list-style-type: none"> - la construction de frises en utilisant des miroirs placés en parallèles ou à angle; - l'agrandissement d'une photo selon un rapport donné; - etc. <p>- L'élève pourrait être amené à compléter le tableau ci-dessous en indiquant ce que donnerait par exemple une translation suivie d'une rotation.</p> <table border="1" data-bbox="930 1027 1659 1341"> <thead> <tr> <th>Suivie d'une</th> <th>Réflexion</th> <th>Translation</th> <th>Rotation</th> <th>Homothétie</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Réflexion</th> <td></td> <td></td> <td style="background-color: black;"></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <th>Translation</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th>Rotation</th> <td style="background-color: black;"></td> <td></td> <td></td> <td style="background-color: black;"></td> </tr> <tr> <th>Homothétie</th> <td style="background-color: black;"></td> <td></td> <td style="background-color: black;"></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Ce tableau pourrait être plus facile à compléter si l'élève utilise</p>	Suivie d'une	Réflexion	Translation	Rotation	Homothétie	Réflexion					Translation					Rotation					Homothétie				
Suivie d'une	Réflexion	Translation	Rotation	Homothétie																							
Réflexion																											
Translation																											
Rotation																											
Homothétie																											

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																									
2.1.6 ENUMERER les invariants d'une composition de transformations (suite).	III	<p>du matériel concret: jeux de miroirs, papier calque, figures de carton que l'élève peut déplacer, etc.</p> <p>Sachant, pour le tableau ci-après, que chaque transformation n'est pas l'identité, l'élève devrait normalement découvrir:</p> <table border="1" data-bbox="984 660 1719 966"> <thead> <tr> <th>Suivie d'une</th> <th>Réflexion</th> <th>Translation</th> <th>Rotation</th> <th>Homothétie</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Réflexion</td> <td>Translation ou rotation</td> <td>Réflexion</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Translation</td> <td>Réflexion</td> <td>Translation</td> <td>Rotation</td> <td>Homothétie</td> </tr> <tr> <td>Rotation</td> <td></td> <td>Rotation</td> <td>Rotation</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Homothétie</td> <td></td> <td>Homothétie</td> <td></td> <td>Homothétie</td> </tr> </tbody> </table> <p>- Faire observer que la composée de deux réflexions dont les axes de symétrie sont:</p> <ul style="list-style-type: none"> - parallèles donne une translation; - sécants donne une rotation. <p>- A partir des observations ci-haut, il est possible de découvrir les invariants de la composée de certaines transformations du plan.</p> <p>- Les régions hachurées associées à la composée de certaines transformations géométriques des deux tableaux précédents identifient des situations où la composée de deux transformations ne fournit pas le</p>	Suivie d'une	Réflexion	Translation	Rotation	Homothétie	Réflexion	Translation ou rotation	Réflexion			Translation	Réflexion	Translation	Rotation	Homothétie	Rotation		Rotation	Rotation		Homothétie		Homothétie		Homothétie
Suivie d'une	Réflexion	Translation	Rotation	Homothétie																							
Réflexion	Translation ou rotation	Réflexion																									
Translation	Réflexion	Translation	Rotation	Homothétie																							
Rotation		Rotation	Rotation																								
Homothétie		Homothétie		Homothétie																							

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.1.6 ENUMERER les invariants d'une composition de transformations (suite).	III	<p>même type de transformations que la composée des deux transformations prises dans un ordre différent.</p> <p>- A partir d'observations sur des objets ou représentations géométriques simples, l'élève devrait pouvoir dégager des propriétés qui paraissent évidentes. En pratique, il est possible de dire qu'une composée de transformations conserve les invariants de la transformation unique équivalente qu'on retrouve dans le tableau précédent, invariants énumérés aux objectifs 2.1.2, 2.1.3, 2.1.4 et 2.1.5.</p> <p>Ces propriétés permettent d'aborder la notion de congruence, objet du prochain objectif terminal.</p> <p>- ENRICHISSEMENT: - EXPLORER les composées de transformations identifiées par les régions hachurées du tableau précédent.</p> <p>- MONTRER que les translations débouchent sur l'addition et la soustraction de vecteurs et que la composition d'une translation et d'une homothétie explique le produit d'un vecteur par un scalaire.</p>



OBJECTIF TERMINAL NO: 2.2

RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante appliquant la notion d'isométrie.

Le concept d'isométrie découle directement de la notion d'invariance qui caractérise certaines transformations géométriques: les translations, les rotations, les réflexions ou les composées de ces transformations du plan. Celles-ci gardent en effet invariants: l'ordre, les longueurs, les mesures d'angles et ce qui en découle: le parallélisme et la perpendicularité. Ces caractéristiques permettent de définir la congruence entre des figures géométriques (segments et polygones). Des figures seront dites isométriques si elles ont même mesure pour chaque élément homologue qui les compose.

Il convient donc d'établir un lien très étroit entre l'objectif 2.1 et celui-ci afin de bien faire percevoir à l'élève que la notion de congruence se déduit de l'étude des caractéristiques de certaines transformations géométriques. Il est en effet possible d'affirmer que:

"Deux figures sont congruentes si et seulement si il existe une transformation isométrique (ou une composée de celles-ci) qui applique l'une sur l'autre".

Dans le cadre d'une introduction à une étude déductive de la géométrie, il convient de considérer cet énoncé comme un postulat car autrement, les démonstrations devraient faire appel à une algébrisation excessive qui serait de toute façon hors de portée pour la majorité des élèves du niveau secondaire.

L'étude de la congruence s'effectuera principalement sur les triangles car le triangle

est l'élément de base de tout polygone et il constitue une figure géométrique relativement simple, facile à investiguer par l'élève.

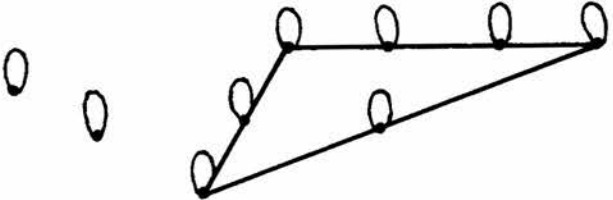
Cet objectif terminal va amener l'élève à appliquer des théorèmes ou corollaires relatifs au concept d'isométrie; cet objectif vise avant tout à développer l'esprit déductif de l'élève de cinquième secondaire en considérant comme des propriétés les "trois cas d'isométrie des triangles" qui étaient présentés traditionnellement comme les fondements sur lesquels se basaient toutes les démonstrations portant sur les triangles congruents ("égaux") et leurs caractéristiques.

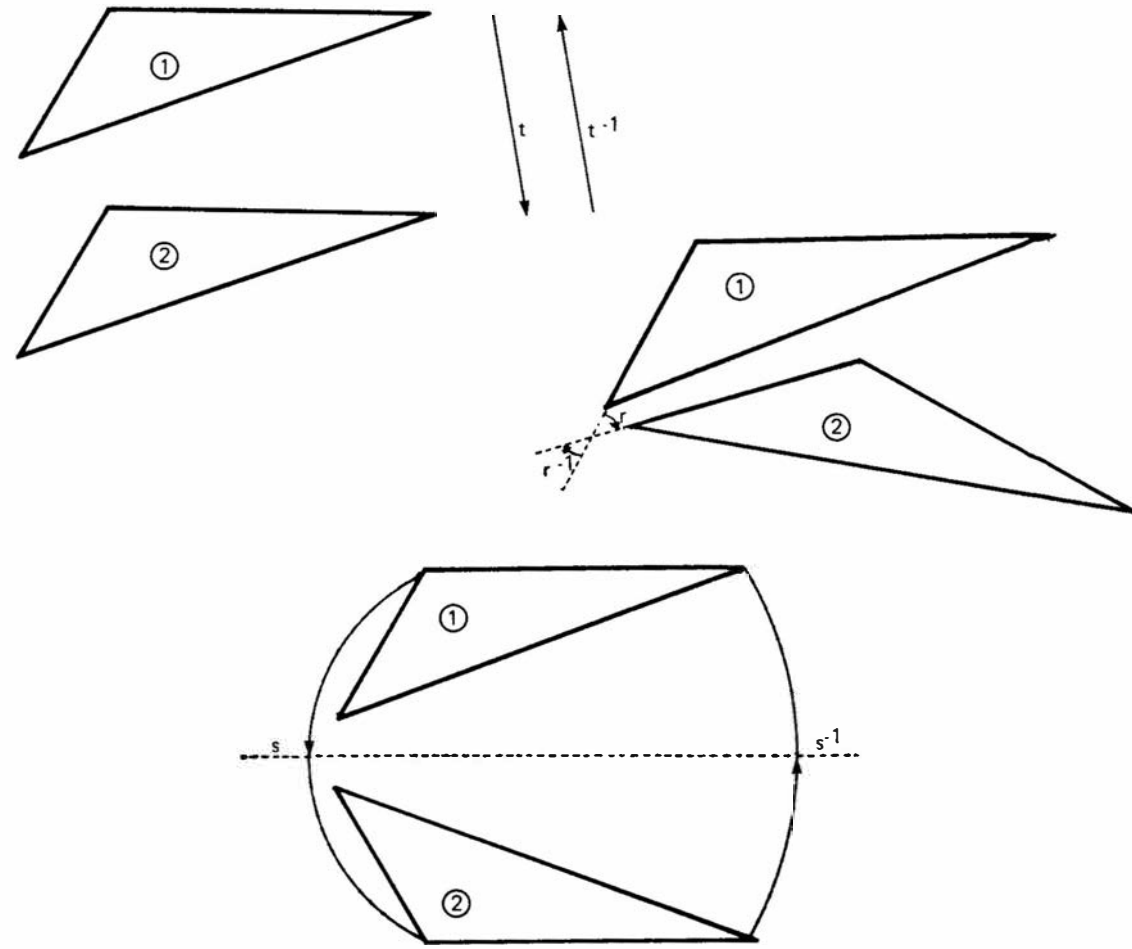
Il convient d'introduire graduellement l'idée de démonstration car l'élève de cinquième secondaire n'a jamais été habitué à systématiser une démarche ou un raisonnement. C'est le but que vise l'objectif terminal 2.2 à partir de situations de la vie courante.

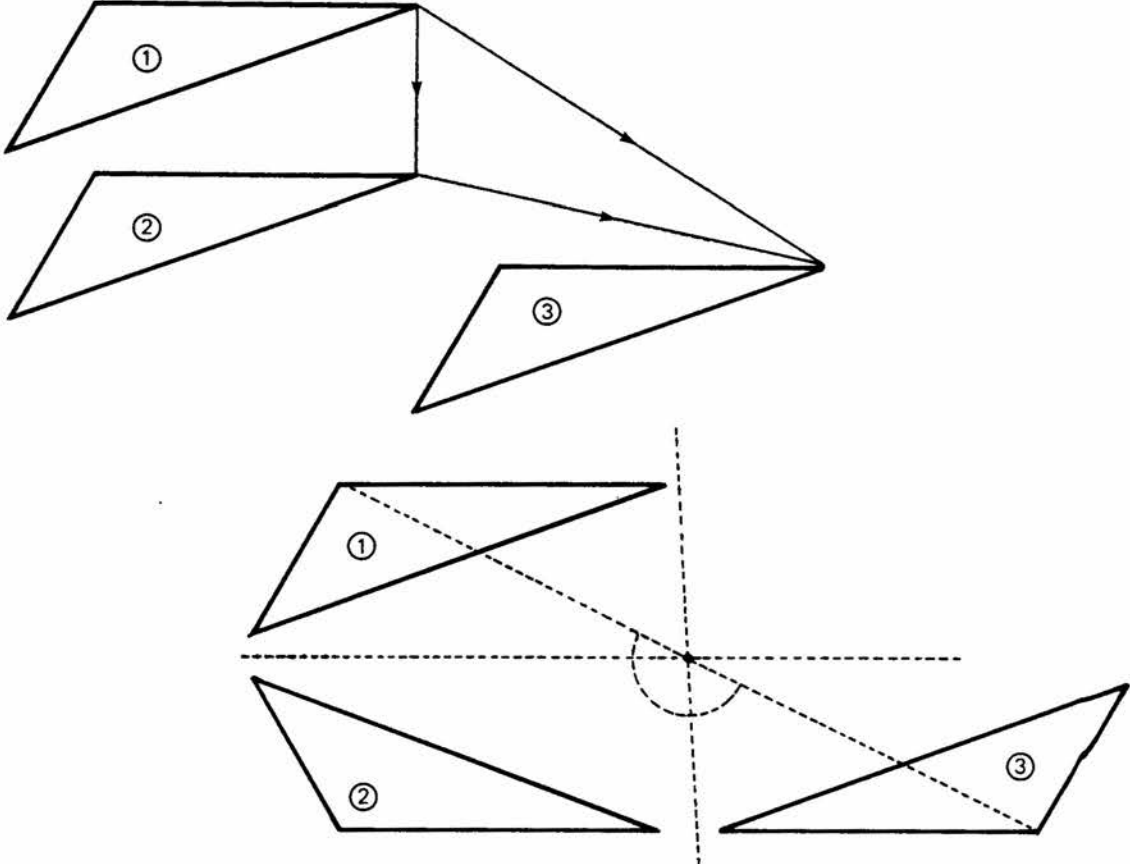
Il résulte donc que l'atteinte de l'objectif terminal 2.2 exigera que l'élève de cinquième secondaire soit capable de résoudre des problèmes appliquant la notion d'isométrie en structurant la solution de ses problèmes, en justifiant les étapes de son raisonnement tout en se basant sur les théorèmes ou corollaires énoncés dans les commentaires portant sur l'objectif intermédiaire 2.2.7.

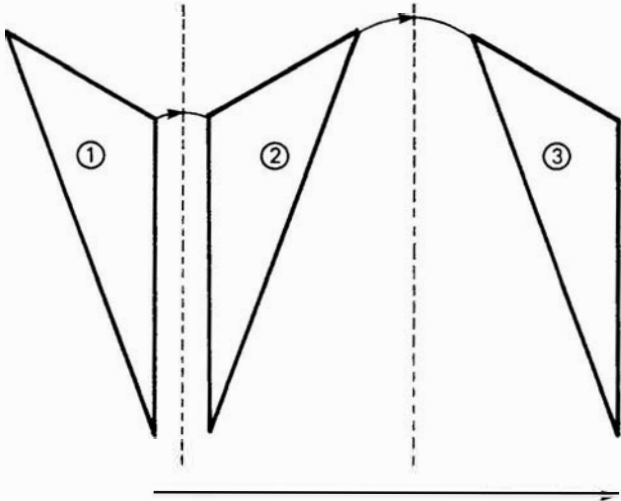
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.1 ENUMERER les propriétés des triangles isométriques.	IV	<p>- Le postulat énoncé dans le texte introduisant l'objectif terminal 2.2 pourrait s'opérationnaliser à l'aide de l'énoncé suivant:</p> <p style="padding-left: 40px;">"Deux figures sont congrues si et seulement si il existe une correspondance qui conserve l'ordre, les mesures des angles correspondants et les mesures des côtés homologues."</p> <p>En d'autres mots, deux figures sont congrues si et seulement si elles sont liées par une transformation isométrique (translation, rotation ou réflexion) ou une composée de celles-ci. Cette correspondance laisse l'ordre invariant ainsi que la mesure des angles correspondants et celle des côtés homologues.</p> <p>- Dans le contexte de l'enseignement d'une géométrie des transformations, la recherche, la découverte et l'identification de telles transformations isométriques sont les seules activités nécessaires pour prouver l'existence d'une congruence entre deux triangles. Du même coup, les "cas d'égalité de triangles" perdent de l'importance, et de théorèmes qu'ils étaient en géométrie euclidienne, ils deviennent de simples propriétés qui caractérisent la congruence des triangles. En pratique, cela signifie que les "cas d'égalité" ne sont pas antérieurs à la congruence de triangles mais sont conséquents à celle-ci. Dans un tel contexte, les "cas d'égalité" se déduisent de l'existence d'une congruence entre deux triangles.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.1 ENUMERER les propriétés des triangles isométriques (suite).	IV	<ul style="list-style-type: none">- Les triangles isométriques (congrus) possèdent trois propriétés relatives aux six éléments (3 angles et 3 côtés) qui les constituent.<ul style="list-style-type: none">- Deux triangles congruents possèdent respectivement au minimum un angle congruent compris entre deux côtés congruents (C-A-C).- Deux triangles congruents possèdent respectivement au minimum un côté congruent compris entre deux angles congruents (A-C-A).- Deux triangles congruents possèdent respectivement au minimum trois côtés congruents (C-C-C). - L'application de ces trois propriétés va faciliter la construction d'un triangle congruent à un triangle donné à l'aide du rapporteur d'angles et du compas. - Il faut que l'élève comprenne clairement les propriétés de la congruence (des transformations isométriques), énoncées aux objectifs 2.1.2 à 2.1.4 et les propriétés de la relation de congruence énoncées dans le commentaire précédent.
2.2.2 ENUMERER les propriétés de la relation de congruence.	IV	<ul style="list-style-type: none">- La congruence est une relation entre des sous-ensembles du plan, et celle-ci possède 3 propriétés:<ul style="list-style-type: none">- la réflexivité,

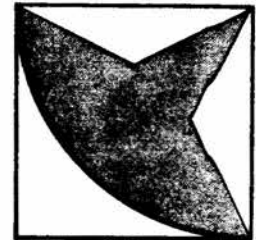
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.2 ENUMERER les propriétés de la relation de congruence (suite).	IV	<ul style="list-style-type: none">- la symétrie,- la transitivité. <p>Cette relation est donc une équivalence et définit une partition de l'ensemble des figures du plan. Les notes didactiques complémentaires fournissent un supplément d'information sur la relation d'équivalence et sur la partition.</p> <p>- Il serait possible de démontrer le fondement de ces propriétés:</p> <ul style="list-style-type: none">- la congruence est <u>réflexive</u> car il existe une transformation du plan nommée identité qui applique tout point du plan sur lui-même:  <ul style="list-style-type: none">- la congruence est <u>symétrique</u> car pour chaque translation t, rotation r et réflexion s du plan, il existe une transformation réciproque notée t^{-1}, r^{-1} ou s^{-1} qui applique l'image de la figure initiale sur cette figure initiale;

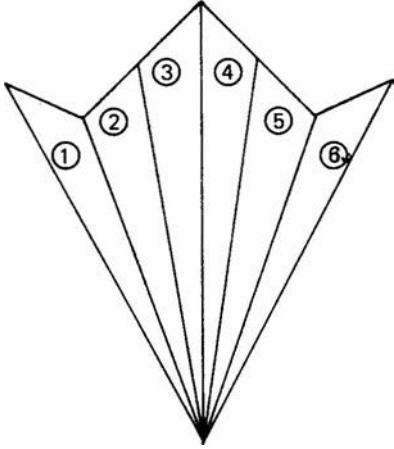
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.2 ENUMERER les propriétés de la relation de congruence (suite).	IV	 <p>The diagram illustrates transformations in geometry. It shows two quadrilaterals labeled ① and ②. A transformation t maps quadrilateral ① to quadrilateral ②, and its inverse t^{-1} maps ② back to ①. Below this, the two quadrilaterals are shown overlapping at a vertex, with dashed lines indicating their original positions. At the bottom, a circular shape contains the two quadrilaterals, with a horizontal dashed line s and its inverse s^{-1} passing through the center.</p>

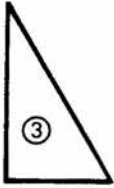
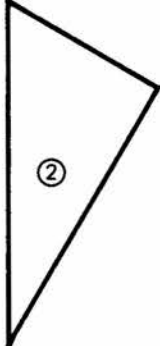
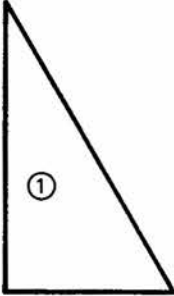
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.2 ENUMERER les propriétés de la relation de congruence (suite).	IV	<p>- la congruence est <u>transitive</u> car pour chaque composée de transformations isométriques du plan, il existe une transformation isométrique qui applique la figure initiale sur l'image finale; les graphiques suivants présentent quelques situations à titre d'exemple.</p> 

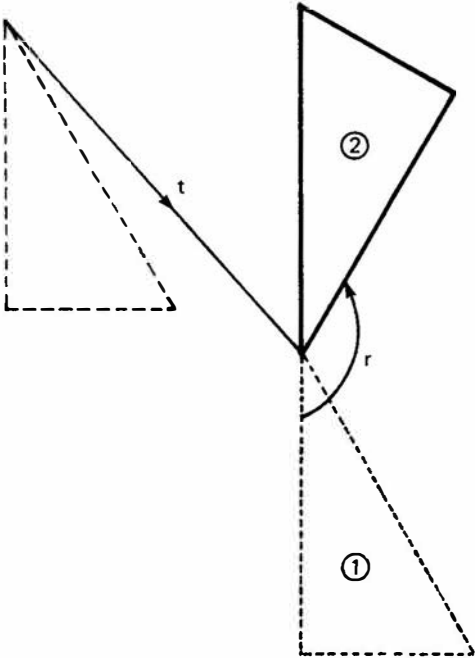
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.2 ENUMERER les propriétés de la relation de congruence (suite).	IV	 <ul style="list-style-type: none">- Ces trois propriétés de la relation de congruence doivent être considérées comme des postulats et serviront de fondement à certaines applications.- Ces trois propriétés pourraient s'énoncer:<ul style="list-style-type: none">- réflexivité: "Une figure est congruente à elle-même";- symétrie: "Si une figure est congruente à une seconde, alors celle-ci est congruente à la première";

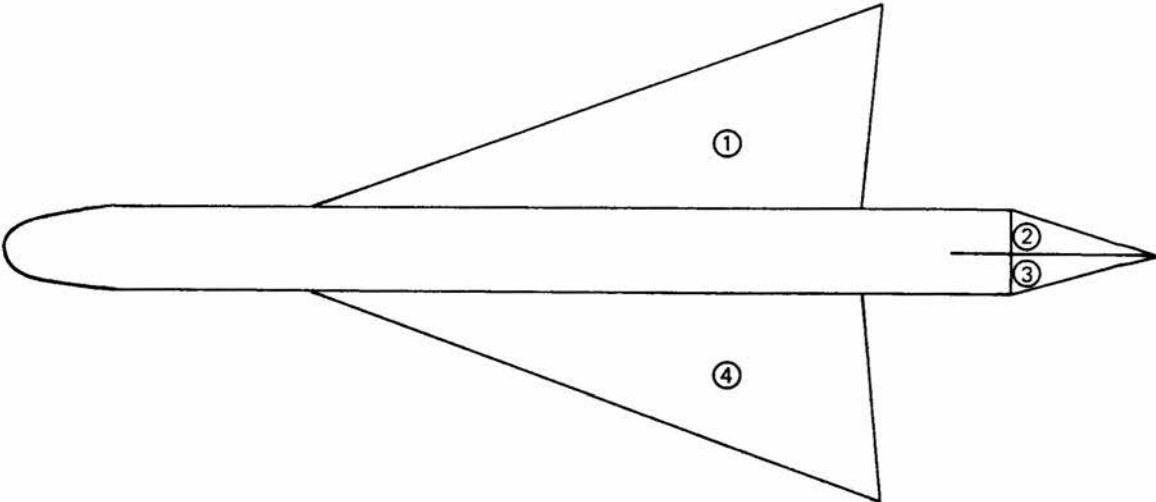
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.2 ENUMERER les propriétés de la relation de congruence (suite).	IV	<p>- transitivité: "Si une figure est congruente à une deuxième et que celle-ci est congruente à une troisième, alors la première figure est congruente à la dernière."</p> <p>- Une relation de congruence engendre des figures congruentes et dans le cas particulier des triangles, la congruence (et non la relation de congruence) possède trois propriétés qui sont les cas d'isométries des triangles: C-A-C, A-C-A et C-C-C.</p> <p>- Cet objectif favorise l'application de ces propriétés à la solution de problèmes puisés dans le vécu de l'élève.</p> <p>Exemple: Le motif ci-contre est placé à l'intérieur d'un carré de 2 cm de côté. Construire sur une feuille de 20 cm par 26 cm une tapisserie en utilisant:</p> <ul style="list-style-type: none">- des translations dont le déplacement est parallèles aux côtés;- des translations dont le déplacement est parallèle aux diagonales du rectangle;- des rotations dont le centre est à l'un des sommets du carré;- des réflexions utilisant divers axes de symétrie;- etc.



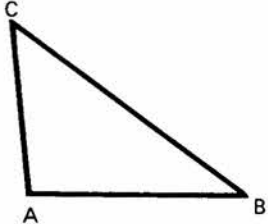
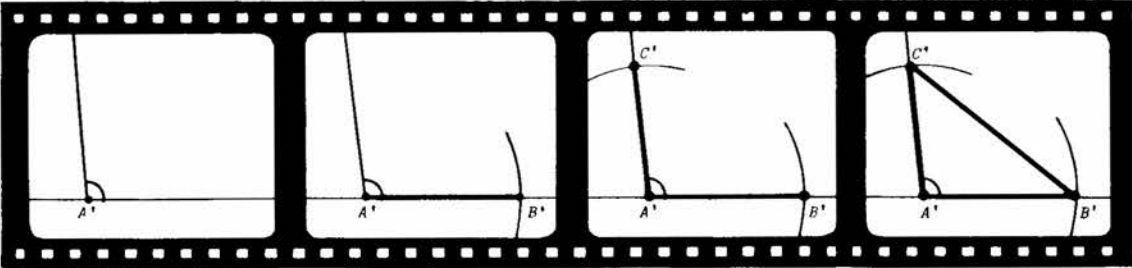
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.3 IDENTIFIER des triangles isométriques.	IV	<p>Il serait intéressant de faire découvrir (ou redécouvrir) par l'élève les diverses propriétés des transformations isométriques utilisées (objectifs 2.1.2, 2.1.3 et 2.1.4) et celles de la relation de congruence (objectif 2.2.2) à partir d'une observation de la tapisserie qu'il vient de fabriquer.</p> <p>- Un certain nombre de triangles étant donné, l'identification des triangles isométriques se fera en indiquant précisément quelles transformations géométriques appliquent un triangle sur un autre.</p> <p>Exemple 1: Identifier les triangles isométriques dans la figure ci-dessous.</p> 

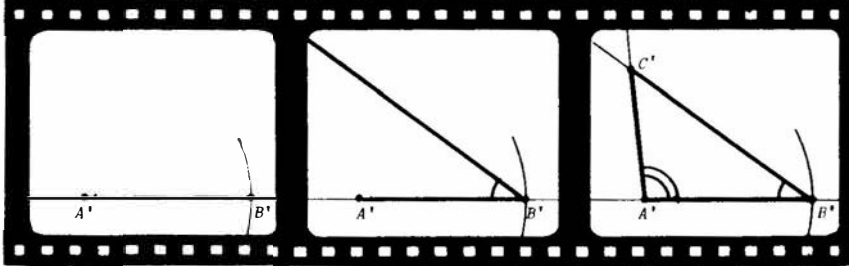
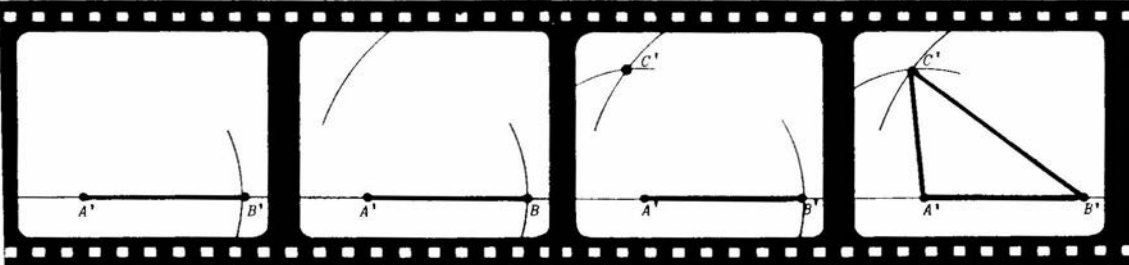
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.3 IDENTIFIER des triangles isométriques (suite).	IV	<ul style="list-style-type: none">- ② est l'image de ① par une réflexion dont l'axe de symétrie passe par le côté commun;- ④ est l'image de ③ par une réflexion dont l'axe de symétrie passe par le côté commun;- ⑤ est l'image de ② par une réflexion dont l'axe de symétrie passe par le côté commun aux figures ③ et ④ ;- ⑥ est l'image de ⑤ par une réflexion dont l'axe de symétrie passe par le côté commun. <p>Il est possible d'affirmer que</p> $\textcircled{1} \cong \textcircled{2} \cong \textcircled{5} \cong \textcircled{6}$ <p>car la congruence est une relation transitive</p> $\textcircled{3} \cong \textcircled{4}$ <p>Exemple 2: Identifier les triangles isométriques.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"></div>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.3 IDENTIFIER des triangles isométriques (suite).	IV	<p data-bbox="1031 442 1798 545">- ② est isométrique à ① car il existe une composée d'une translation t et d'une rotation r qui amène la figure ① sur la figure ②.</p>  <p data-bbox="1031 1280 1854 1379">- il n'existe cependant aucune transformation isométrique qui applique les figures ① ou ② sur la figure ③.</p>

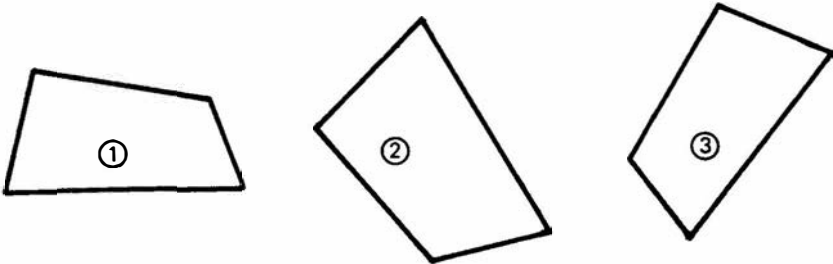
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.3 IDENTIFIER des triangles isométriques (suite).	IV	<p data-bbox="756 393 1678 454">Exemple 3: Identifier les triangles isométriques dans la situation suivante.</p>  <p data-bbox="953 1024 1761 1239">- le triangle ④ est l'image du triangle ① par la réflexion dont l'axe de symétrie correspond à l'axe longitudinal; - le triangle ③ est l'image du triangle ② par la réflexion dont l'axe de symétrie correspond à l'axe longitudinal.</p> <p data-bbox="953 1272 1802 1329">Il est donc possible de conclure aux congruences suivantes:</p> <ul data-bbox="984 1346 1336 1428" style="list-style-type: none">① est congruent à ④;② est congruent à ③.

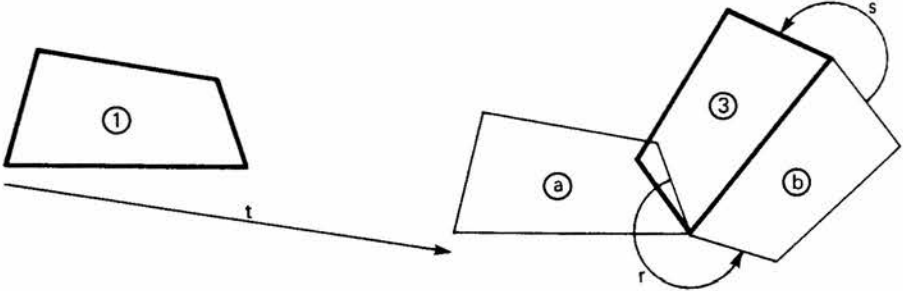
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.4 CONSTRUIRE des triangles isométriques répondant à certaines spécifications.	IV	<ul style="list-style-type: none">- Plusieurs exercices peuvent être engendrés à partir de situations puisées dans le vécu de l'élève. Les cartes, les plans, les peintures modernes, les dallages, les photographies, les tapisseries et la nature elle-même sont autant de situations où il est possible de puiser des problèmes qui suscitent l'intérêt de l'élève. - La construction de triangles isométriques peut s'effectuer avec une relative facilité en utilisant le rapporteur d'angles et le compas. Il est bon de rappeler dans le cadre de ces constructions, que la règle comme outil servant à mesurer les segments est un outil superflu car il est possible d'atteindre une plus grande précision dans le report de longueur de segments en utilisant le compas; cette technique est encore la plus précise parmi celles accessibles facilement à l'élève pour la construction de segments isométriques. - Les spécifications fournies à l'élève afin de lui permettre de construire un triangle isométrique à un autre sont celles précisées par les 3 propriétés des triangles isométriques.

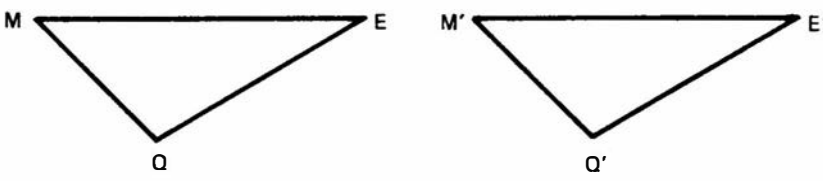
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.4 CONSTRUIRE des triangles isométriques répondant à certaines spécifications (suite).	IV	<p>Soit le triangle ci-dessous:</p>  <p>Construire un triangle congruent à celui-ci.</p> <p>- en appliquant la propriété C-A-C, il est possible de construire un triangle congruent au triangle ABC à l'aide du rapporteur et du compas; voici ci-dessous un film illustrant ces étapes:</p> 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.4 CONSTRUIRE des triangles isométriques répondant à certaines spécifications (suite).	IV	<p>- en appliquant la propriété A-C-A, il est possible de construire un triangle congruent au triangle ABC à l'aide du compas et du rapporteur; voici ci-dessous un film illustrant ces étapes:</p>  <p>- en appliquant la propriété C-C-C, il est possible de construire un triangle congruent au triangle ABC à l'aide du compas; voici ci-dessous un film illustrant ces étapes:</p> 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.4 CONSTRUIRE des triangles isométriques répondant à certaines spécifications (suite).	IV	<ul style="list-style-type: none">- Ces propriétés des triangles congruents mettent en évidence les données minimales qu'il faut posséder sur un triangle donné pour construire un triangle isométrique à celui-ci. - Une bonne façon de faire percevoir à l'élève que ces 3 propriétés fournissent les données minimales essentielles à la construction de triangles isométriques serait de proposer à l'élève de construire deux triangles en se basant sur les spécifications suivantes:<ul style="list-style-type: none">- les deux triangles ont respectivement deux côtés congruents;- les deux triangles ont respectivement deux angles congruents;- les deux triangles ont respectivement trois angles congruents;- les deux triangles ont respectivement un angle et deux côtés congruents;- les deux triangles ont respectivement deux angles et un côté congruents;- etc. <p>Toutes ces situations ne permettent pas de s'assurer que les deux triangles seront congrus. Il importe de bien le faire constater à l'élève de façon qu'il admette le bien-fondé des trois propriétés retenues à l'objectif intermédiaire 2.2.1.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.5 IDENTIFIER les transformations géométriques impliquant l'isométrie entre deux polygones.	IV	<p>- Le système d'axes cartésien pourrait également servir de support à cette activité. Les sommets seront alors identifiés par des couples.</p> <p>- Cet objectif limite l'investigation aux figures dont la frontière est délimitée par des segments de droites.</p> <p>Exemple: Déterminer les figures isométriques parmi les suivantes:</p> <div data-bbox="928 690 1765 954" style="text-align: center;"></div> <p>Ces trois polygones ont tous leurs côtés congrus. Cela est-il suffisant?</p> <p>Non évidemment.</p> <p>Les angles de ces polygones sont-ils respectivement congrus?</p> <p>Non.</p> <p>Est-il possible de trouver une suite de transformations isométriques qui appliquent la figure ① sur la figure ②?</p> <p>Non.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.5 IDENTIFIER les transformations géométriques impliquant l'isométrie entre deux polygones (suite).	IV	<p>Est-il possible de découvrir une composée de transformations isométriques qui appliquent la figure ① sur la figure ③? Oui. Il faut alors trouver cette composée...</p>  <p>Il existe:</p> <ul style="list-style-type: none">- une translation t qui applique ① sur ②- une rotation r qui applique ② sur ③- une réflexion s qui applique ③ sur ④ <p>Ceci permet d'affirmer que:</p> $\begin{aligned} \textcircled{1} &\cong \textcircled{2} \\ \textcircled{2} &\cong \textcircled{3} \\ \textcircled{3} &\cong \textcircled{4} \end{aligned}$ <p>Or, comme la transitivité est une propriété de la congruence, on peut en déduire que:</p> $\textcircled{1} \cong \textcircled{4}$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.6 COMPARER sous divers critères (angle, côté, périmètre, aire) des polygones congrus.	V	<p>- Une telle démarche permet d'introduire lentement l'idée de preuve et de structurer le raisonnement de l'élève.</p> <p>- Deux polygones congruents possèdent:</p> <ul style="list-style-type: none">- des angles correspondants congruents;- des côtés homologues congruents;- des périmètres de même mesure;- des aires de même mesure; <p>car seule une transformation isométrique (ou une composée de celle-ci) peut appliquer l'un sur l'autre.</p> <p>- Soit les deux polygones MEQ et M'E'Q'.</p> <div style="text-align: center;"></div> <p>p et p' sont respectivement les périmètres des triangles MEQ et M'E'Q';</p> <p>A et A' sont respectivement les aires des triangles MEQ et M'E'Q';</p> <p>il est possible de faire découvrir à l'élève que le rapport des mesures des éléments homologues est 1.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.7 ENONCER les propriétés de congruence, les théorèmes ou les corollaires impliqués dans la résolution d'un problème.	V	<ul style="list-style-type: none">- L'élève peut constater que la congruence est un cas particulier de la similitude. C'est une similitude de rapport unitaire. - Il convient de préciser certains termes utilisés dans un système axiomatique bien structuré.<ul style="list-style-type: none">- Un <u>postulat</u> est un principe universellement reconnu bien que non démontré et qui est posé à la base d'un système déductif.- Un <u>théorème</u> est un énoncé qu'il est possible de démontrer à l'aide d'un raisonnement déductif basé sur des postulats ou d'autres théorèmes.- Un <u>corollaire</u> est un énoncé qui se déduit immédiatement d'un théorème. - Cet objectif vise à développer l'esprit logique de l'élève en l'amenant à structurer ses raisonnements. Les habiletés que l'élève développera en appliquant un certain nombre de théorèmes ou corollaires seront directement utilisables pour résoudre certains problèmes du quotidien. Il convient donc d'exiger que l'élève appuie la solution des problèmes sur un raisonnement logique et structuré. - Voici à titre indicatif une liste non exhaustive de théorèmes ou corollaires qui peuvent être soumis à l'élève. Le choix de ceux-ci a été fait de façon à en permettre l'utilisation pour résoudre un grand nombre

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.7 ENONCER les propriétés de congruence, les théorèmes ou les corollaires impliqués dans la résolution d'un problème (suite).	V	<p>de problèmes:</p> <ol style="list-style-type: none">1- Une rotation de 180° dont le centre est à l'origine d'une demi-droite, place l'image de celle-ci sur son prolongement.2- Les angles opposés par le sommet sont congruents.3- Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés congruents sont congruents.4- Dans tout triangle isocèle, la médiatrice du côté adjacent aux angles congruents comprend la bissectrice, la médiane et la hauteur issues de l'angle opposé à ce côté.5- Deux droites perpendiculaires à une troisième sont parallèles entre elles.6- Si une sécante coupe deux droites parallèles, alors:<ul style="list-style-type: none">- les angles alternes-internes sont congruents,- les angles alternes-externes sont congruents,- les angles correspondants sont congruents.7- La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle égale 180°.8- La somme des mesures des angles d'un polygone égale autant de fois 180°, qu'il y a de côtés moins deux.9- La somme des mesures des angles extérieurs à un polygone convexe est égale à 360°.10- Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.11- Les angles non consécutifs d'un parallélogramme sont congruents.12- Les côtés opposés ou non consécutifs d'un parallélogramme sont congruents.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.2.7 ENONCER les propriétés de congruence, les théorèmes ou les corollaires impliqués dans la résolution d'un problème (suite).	V	13- Le segment de droite qui joint le milieu de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure en est la moitié. - ENRICHISSEMENT: - DEMONTRER des théorèmes ou corollaires à l'aide de la notion d'isométrie.

OBJECTIF TERMINAL NO: 2.3

RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante appliquant la notion de similitude.

Le concept de similitude peut se déduire de la notion d'invariance qui caractérise une transformation géométrique particulière: l'homothétie. Celle-ci garde en effet invariants: l'ordre, le rapport des mesures des longueurs, les mesures des angles et ce qui en découle: le parallélisme et la perpendicularité. Ces caractéristiques permettent de définir la similitude entre des figures géométriques (segments et polygones).

Il convient donc d'établir un lien très étroit entre l'objectif 2.1 et celui-ci afin de bien faire percevoir à l'élève que la notion de similitude découle directement de l'étude des caractéristiques de l'homothétie. Il est en effet possible d'affirmer que:

"Deux figures sont semblables si et seulement si il existe une homothétie (ou une composée de transformations) qui applique l'une sur l'autre".

Dans le cadre d'une introduction à une étude déductive de la géométrie, il convient de considérer cet énoncé comme un postulat car autrement, les démonstrations devraient faire appel à une algébrisation excessive qui serait de toute façon hors de portée pour la majorité des élèves du niveau secondaire.

L'étude de la similitude s'effectuera principalement sur les triangles car le triangle est l'élément de base de tout polygone et il constitue une figure géométrique relativement simple, facile à investiguer par l'élève.

Cet objectif terminal va amener l'élève à appliquer des théorèmes ou corollaires relatifs à la similitude; cet objectif vise avant tout à développer l'esprit déductif de l'élève de cinquième secondaire en considérant comme des propriétés les "trois cas de similitude des triangles" qui étaient présentés traditionnellement comme les fondements sur lesquels se basaient toutes les démonstrations portant sur les triangles semblables et leurs caractéristiques.

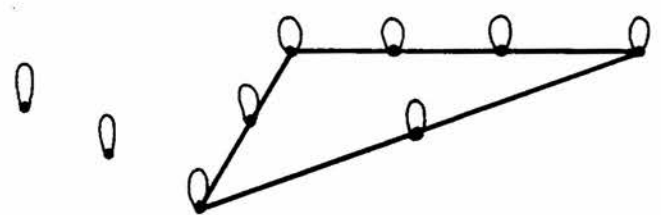
Il convient d'introduire graduellement l'idée de démonstration car l'élève de cinquième secondaire commence à peine à structurer un raisonnement déductif.

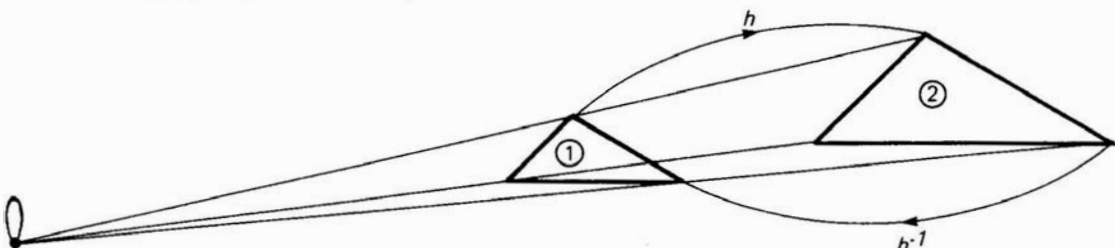
Il résulte donc que l'atteinte de l'objectif terminal 2.3 exigera que l'élève de cinquième secondaire soit capable de résoudre des problèmes appliquant la notion de similitude en structurant la solution de ses problèmes, en justifiant les étapes de son raisonnement tout en se basant sur les théorèmes ou corollaires énoncés dans les commentaires portant sur l'objectif intermédiaire 2.3.7.

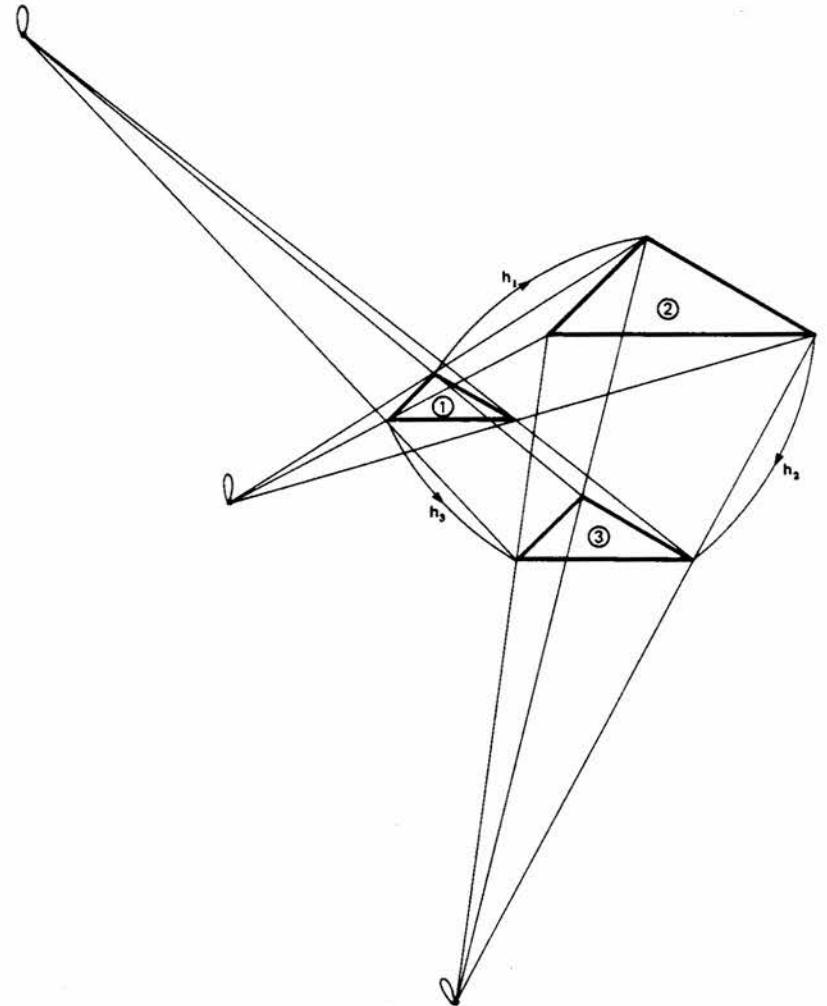
La notion de similitude est particulièrement intéressante dans ses applications sur les triangles rectangles et les relations métriques. Le calcul des distances, de la pente d'une droite, de rapports trigonométriques (sinus, cosinus, tangente), l'emploi de cartes, de plans réduits ou de gros plans, l'usage des rapports de similitude en cartographie, en arpentage ou lors d'activités de repérage ou de mesurage sont autant d'applications intéressantes de l'idée de similitude.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.1 ENUMERER les propriétés des figures semblables.	IV	<p>- Le postulat énoncé dans le texte introduisant l'objectif terminal 2.3 pourrait s'opérationnaliser à l'aide de l'énoncé suivant:</p> <p style="padding-left: 40px;">"Deux figures sont semblables si et seulement si il existe une correspondance qui conserve l'ordre, les mesures des angles correspondants et le rapport des mesures des côtés homologues."</p> <p>En d'autres mots, deux figures sont semblables si et seulement si elles sont liées par une homothétie ou une composée de transformations. Cette correspondance laisse invariants l'ordre, la mesure des angles correspondants et le coefficients de proportionnalité des côtés homologues.</p> <p>- Dans le contexte de l'enseignement d'une géométrie des transformations, la recherche, la découverte et l'identification de telles transformations sont les seules activités nécessaires pour prouver l'existence d'une similitude entre deux figures.</p> <p>- Faire découvrir à l'élève des invariants provoqués par les homothéties sur une grande variété de figures.</p> <p>Les homothéties conservent l'ordre, les mesures des angles et le rapport des mesures des côtés homologues.</p> <p>- Une homothétie appliquée sur un triangle permet de découvrir les mêmes</p>

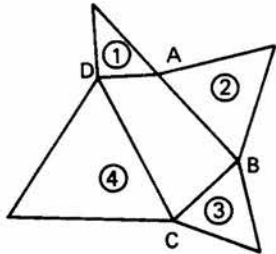
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.1 ENUMERER les propriétés de figures semblables (suite).	IV	<p>propriétés. Du même coup, les "cas de similitude de triangles" perdent de l'importance et de théorèmes qu'ils étaient en géométrie euclidienne, ils deviennent de simples propriétés qui caractérisent la similitude des triangles. En pratique, cela signifie que les "cas de similitude" ne sont pas antérieurs à la similitude de triangles mais sont conséquents à celle-ci. Dans un tel contexte, les "cas de similitude" se déduisent de l'existence d'une similitude entre deux triangles.</p> <p>- Les triangles semblables possèdent trois propriétés relatives aux six éléments (3 angles et 3 côtés) qui les constituent.</p> <ul style="list-style-type: none">- Deux triangles semblables possèdent respectivement au minimum un angle congruent compris entre deux côtés proportionnels (C-A-C).- Deux triangles semblables possèdent respectivement au minimum deux angles congruents (A-A).- Deux triangles semblables possèdent respectivement au minimum trois côtés proportionnels (C-C-C). <p>L'application de ces trois propriétés va permettre la construction relativement facile d'un triangle semblable à un triangle donné à l'aide du rapporteur d'angles, du compas et de la règle.</p>

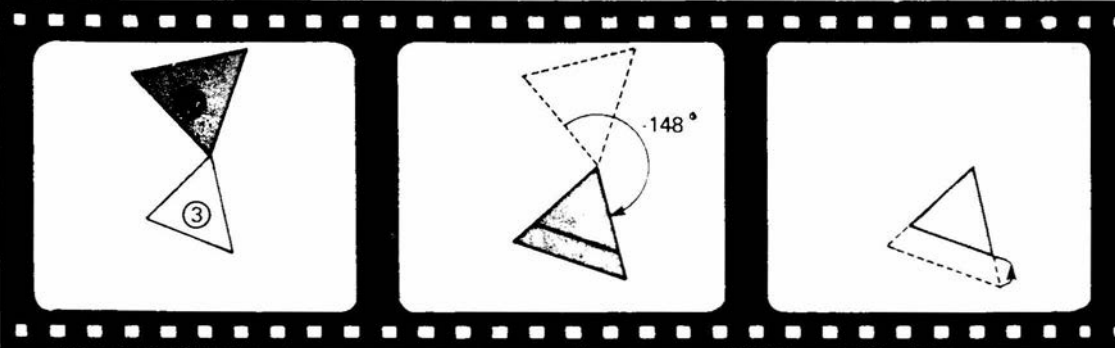
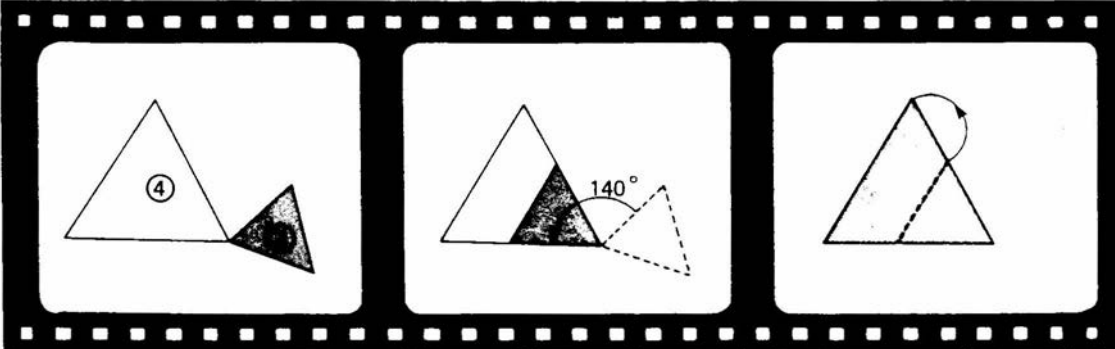
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.2 ENUMERER les propriétés de la relation de similitude.	IV	<p>- La similitude est une relation entre des sous-ensembles du plan, et celle-ci possède 3 propriétés:</p> <ul style="list-style-type: none">- la réflexivité,- la symétrie,- la transitivité. <p>Cette relation est donc une équivalence et définit une partition de l'ensemble des figures du plan. Les notes didactiques complémentaires fournissent un supplément d'information sur la relation d'équivalence et sur la partition.</p> <p>- Il serait possible de démontrer le fondement de ces propriétés:</p> <ul style="list-style-type: none">- la similitude est <u>réflexive</u> car il existe une transformation du plan nommée identité qui applique tout point du plan sur lui-même; cette identité est en fait une homothétie de rapport 1; 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.2 ENUMERER les propriétés de la relation de similitude (suite).	IV	<p>- la similitude est <u>symétrique</u> car pour chaque homothétie h, il existe une homothétie réciproque h^{-1} qui applique l'image de la figure initiale sur cette figure initiale; si r est le rapport de similitude de l'homothétie h, alors $\frac{1}{r}$ est le rapport associé à l'homothétie h^{-1};</p>  <p>- la similitude est <u>transitive</u> car pour chaque composée d'homothéties du plan, il existe une transformation (une homothétie) qui applique la figure initiale sur l'image finale; si r_1 et r_2 sont respectivement les rapports associés aux homothéties h_1 et h_2, alors $r_1 r_2$ est le rapport associé à la composée de ces deux homothéties;</p>

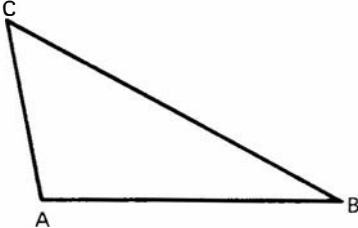
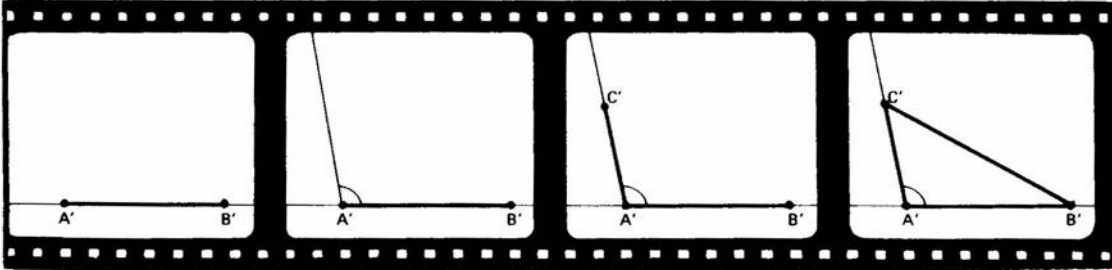
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.2 ENUMERER les propriétés de la relation de similitude (suite).	IV	

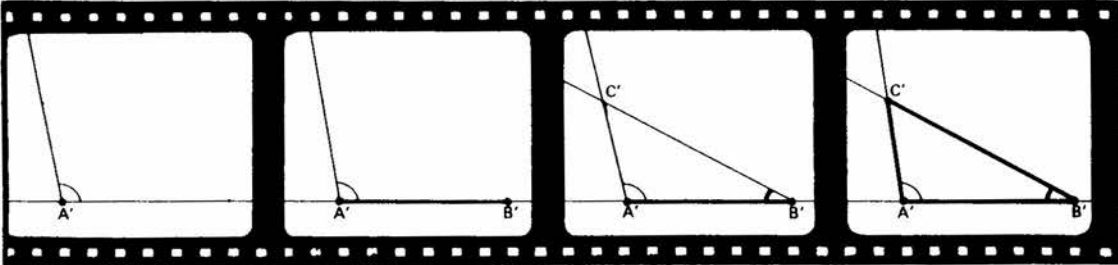
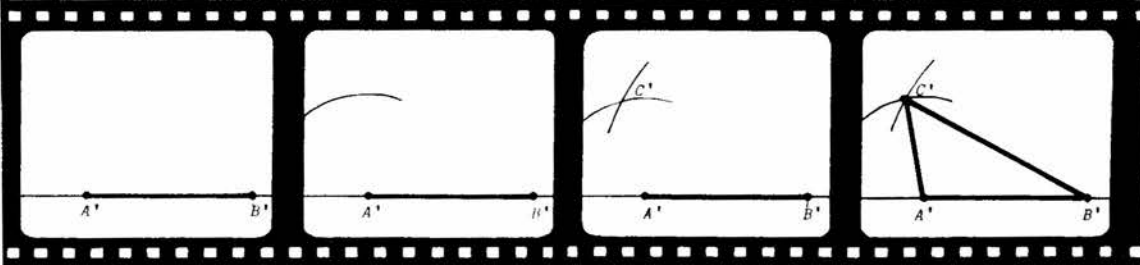
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.2 ENUMERER les propriétés de la relation de similitude (suite).	IV	<p>Ces trois propriétés doivent être considérées comme des postulats et serviront de fondement à certaines applications.</p> <p>- Le but de cet objectif est de faire appliquer ces propriétés à la solution de problèmes puisés dans le vécu de l'élève.</p> <p>Ces trois propriétés pourraient s'énoncer:</p> <ul style="list-style-type: none">- réflexivité: "Un triangle est semblable à lui-même";- symétrie: "Si un triangle est semblable à un second, alors celui-ci est semblable au premier";- transitivité: "Si un triangle est semblable à un deuxième et que celui-ci est semblable à un troisième, alors le premier est semblable au dernier". <p>Voici quelques exemples d'applications:</p> <ul style="list-style-type: none">- la comparaison de deux cartes d'une même région dont les échelles sont différentes; l'observation peut porter sur quelques éléments se retrouvant sur les deux cartes;- l'utilisation d'un projecteur (35 mm, rétro-projecteur, etc.); on fait varier la distance entre celui-ci et l'écran afin de faire varier les dimensions de celle-ci; utiliser trois grandeurs d'écran différentes et

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.2 ENUMERER les propriétés de la relation de similitude (suite).	IV	<p>faire effectuer des observations; le zoom d'une lunette d'approche ou d'un appareil photo 35 mm peuvent permettre d'effectuer le même type d'observation;</p> <p>- etc.</p> <p>Faire calculer les rapports d'homothéties à partir de telles mises en situation.</p> <p>- Il faut que l'élève distingue clairement les propriétés de la similitude (de l'homothétie), objectif 2.1.5, et les propriétés de la relation de similitude énoncées dans le commentaire précédent.</p>
2.3.3 IDENTIFIER des triangles semblables.	IV	<p>- Un certain nombre de triangles étant donnés, l'identification des triangles semblables se fera en indiquant précisément quelles transformations géométriques appliquent un triangle sur un autre.</p> <p>Exemple: - Identifier les triangles semblables dans la figure ci-dessous:</p> 

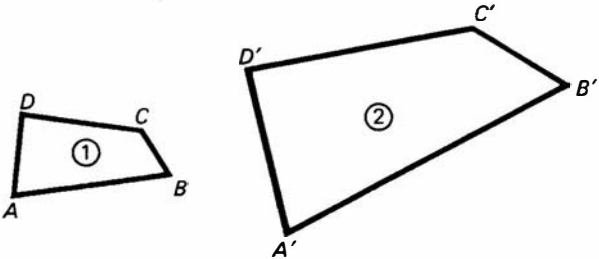
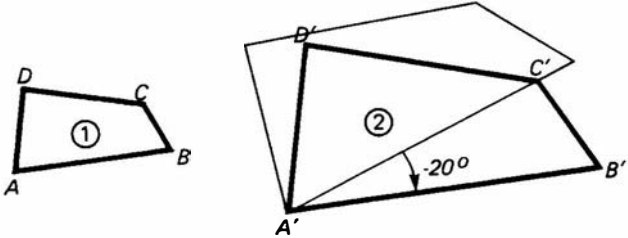
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.3.3 IDENTIFIER des triangles semblables (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>- le triangle ③ est l'image du triangle ② par la composée:</p> <ul style="list-style-type: none"> - d'une rotation de -148° de centre B, - d'une homothétie de rapport $\frac{8}{11}$ et de centre B.  <p>- le triangle ④ est l'image du triangle ③ par la composée:</p> <ul style="list-style-type: none"> - d'une rotation de 140° de centre C, - d'une homothétie de rapport $\frac{7}{4}$ et de centre C. 

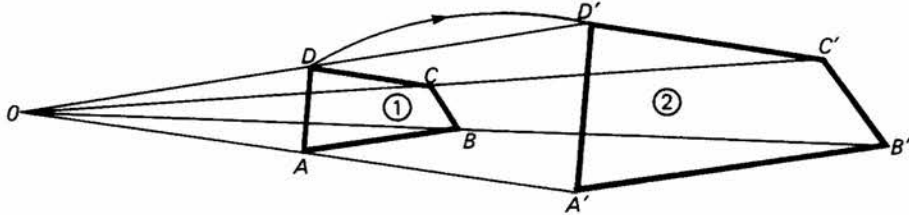
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.3 IDENTIFIER des triangles semblables (suite).	IV	<p>Il est donc possible de conclure aux similitudes suivantes:</p> <p>② est semblable à ③ ③ est semblable à ④</p> <p>et comme la similitude est une relation transitive, il est possible de conclure que</p> <p>② est semblable à ③ et à ④.</p> <p>- Plusieurs exercices peuvent être engendrés à partir de situations puisées dans le vécu de l'élève. Les cartes, les plans, les peintures, les dallages, les photographies, les tapisseries, la nature elle-même sont autant de situations où il est possible de puiser des problèmes qui suscitent l'intérêt de l'élève.</p>
2.3.4 CONSTRUIRE des figures semblables répondant à certaines spécifications.	IV	<p>- La construction de triangles semblables peut s'effectuer avec une relative facilité en utilisant le rapporteur d'angles, le compas et la règle.</p> <p>- Les spécifications fournies à l'élève afin de lui permettre de construire un triangle semblable à un autre sont celles précisées par les 3 propriétés des triangles semblables.</p>

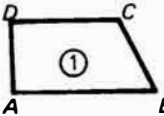
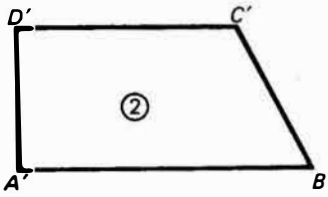
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.4 CONSTRUIRE des figures semblables répondant à certaines spécifications (suite).	IV	<p>Soit le triangle ci-dessous:</p>  <p>Construire un triangle semblable à celui-ci dans un rapport d'homothétie de $\frac{3}{4}$.</p> <p>- En appliquant la propriété C-A-C, il est possible de construire un triangle semblable au triangle ABC à l'aide du rapporteur et de la règle; voici ci-dessous le film illustrant ces étapes:</p> 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.4 CONSTRUIRE des figures semblables répondant à certaines spécifications (suite).	IV	<p>- En appliquant la propriété A-A, il est possible de construire un triangle semblable au triangle ABC à l'aide du rapporteur et de la règle:</p>  <p>A cause du rapport $\frac{3}{4}$ qui s'applique à un côté, cette situation revient au cas A-C-A (il faut en premier lieu calculer la longueur du côté A'B' à l'aide du rapport de similitude). Si le rapport n'était pas fourni, on appliquerait la propriété A-A.</p> <p>- En appliquant la propriété C-C-C, il est possible de construire un triangle semblable au triangle ABC à l'aide de la règle et du compas; voici ci-dessous le film illustrant ces étapes:</p> 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.4 CONSTRUIRE des figures semblables répondant à certaines spécifications (suite).	IV	<ul style="list-style-type: none">- Ces propriétés des triangles semblables mettent en évidence les données minimales qu'il faut posséder sur un triangle donné pour construire un triangle semblable à celui-ci.- Une bonne façon de faire percevoir à l'élève que ces 3 propriétés fournissent les données minimales essentielles à la construction de triangles semblables, serait de proposer à l'élève de construire deux triangles en se basant sur les spécifications suivantes:<ul style="list-style-type: none">- les deux triangles ont respectivement deux côtés proportionnels;- les deux triangles ont respectivement un angle congruent et un côté proportionnel;- les deux triangles ont respectivement un angle congruent et deux côtés proportionnels;- etc. <p>Toutes ces situations ne permettent pas de s'assurer que les deux triangles seront semblables. Il importe de bien le faire constater à l'élève de façon qu'il admette le bien-fondé des trois propriétés retenues à l'objectif intermédiaire 2.3.1.</p> - Lorsque la figure initiale n'est pas un triangle, la spécification qui sera le plus souvent fournie est le rapport de proportionnalité (rapport d'homothétie). L'élève pourra alors utiliser l'une ou l'autre des techniques de construction présentées à la fin du commentaire de l'objectif 2.1.5.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.3.5 IDENTIFIER les transformations géométriques impliquant la similitude entre deux polygones.</p>	<p>IV</p>	<p>- Cet objectif limite l'investigation aux figures dont la frontière est délimitée par des segments de droites.</p> <p>Exemple: - Déterminer si les figures ci-dessous sont semblables.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Il n'existe pas ici d'homothétie qui applique la figure ① sur la figure ②. Cependant, une rotation de centre A' et de -20° permettrait de placer le côté $A'B'$ parallèle au côté AB.</p> <p>Une telle préoccupation est essentielle dans la recherche d'une homothétie car celle-ci transforme toujours une droite en une droite parallèle.</p> <div style="text-align: center;">  </div>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.3.5 IDENTIFIER les transformations géométriques impliquant la similitude entre deux polygones (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>Il est alors possible de rechercher une homothétie qui applique ① sur ② car il semble que tous les côtés homologues soient respectivement parallèles.</p> <p>Pour découvrir cette homothétie, il suffit de faire passer des droites par les sommets homologues:</p>  <p>il est possible d'observer que les droites AA', BB', CC' et DD' convergent vers un seul point (le point O); ce point sera appelé l'origine de l'homothétie et le rapport k de l'homothétie h peut s'établir ainsi:</p> $\frac{m \overline{OA'}}{m \overline{OA}} = \frac{m \overline{OB'}}{m \overline{OB}} = \frac{m \overline{OC'}}{m \overline{OC}} = \frac{m \overline{OD'}}{m \overline{OD}} = k$ <p>- Une telle démarche permet d'introduire graduellement l'idée de preuve et de structurer le raisonnement de l'élève.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.3.6 COMPARER sous divers critères (angle, côté, périmètre, aire) des polygones semblables.</p>	<p>V</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Les comparaisons devraient s'effectuer à partir d'une démarche expérimentale sur des polygones semblables relativement simples. Une généralisation des conclusions pourrait survenir à la suite d'observations sur d'autres figures semblables plus complexes. - Une telle approche est appelée démarche inductive en ce sens qu'elle permet à l'élève d'induire une conclusion générale à partir d'observations sur des cas particuliers. - Une telle démarche pourrait se concrétiser en faisant remplir des tableaux qui orientent l'élève graduellement vers une conclusion en partant de figures données. Voici un exemple: <p style="text-align: center;">Soient les deux trapèzes rectangles semblables suivants:</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 50px;">   </div> <p>P_1 et P_2 sont respectivement les périmètres des figures ① et ②;</p> <p>A_1 et A_2 sont respectivement les aires des figures ① et ②;</p> <p>r_1, r_2, r_3 et r_4 sont respectivement les rapports des angles, des côtés, des périmètres et des aires.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																																																						
2.3.6 COMPARER sous divers critères (angle, côté, périmètre, aire, etc.) des polygones congrus (suite).	V	Compléter le tableau suivant: <table border="1" data-bbox="928 492 1860 1538" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2" data-bbox="934 497 1396 584">Polygones</th> <th colspan="2" data-bbox="1402 497 1632 584" rowspan="2">Rapports</th> <th colspan="2" data-bbox="1638 497 1854 584" rowspan="2">Conclusions</th> </tr> <tr> <th data-bbox="934 589 1164 662">1</th> <th data-bbox="1170 589 1396 662">2</th> <th colspan="2"></th> <th colspan="2"></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="934 667 1048 756">$m \angle A$</td> <td data-bbox="1054 667 1164 756"></td> <td data-bbox="1170 667 1284 756">$m \angle A'$</td> <td data-bbox="1290 667 1396 756"></td> <td data-bbox="1402 667 1516 756">$\frac{m \angle A}{m \angle A'}$</td> <td data-bbox="1522 667 1632 756"></td> <td data-bbox="1638 667 1752 1009" rowspan="4" style="text-align: center; vertical-align: middle;">r_1</td> <td data-bbox="1759 667 1854 1009"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="934 761 1048 850">$m \angle B$</td> <td data-bbox="1054 761 1164 850"></td> <td data-bbox="1170 761 1284 850">$m \angle B'$</td> <td data-bbox="1290 761 1396 850"></td> <td data-bbox="1402 761 1516 850">$\frac{m \angle B}{m \angle B'}$</td> <td data-bbox="1522 761 1632 850"></td> <td data-bbox="1759 761 1854 1009"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="934 855 1048 944">$m \angle C$</td> <td data-bbox="1054 855 1164 944"></td> <td data-bbox="1170 855 1284 944">$m \angle C'$</td> <td data-bbox="1290 855 1396 944"></td> <td data-bbox="1402 855 1516 944">$\frac{m \angle C}{m \angle C'}$</td> <td data-bbox="1522 855 1632 944"></td> <td data-bbox="1759 855 1854 1009"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="934 949 1048 1039">$m \angle D$</td> <td data-bbox="1054 949 1164 1039"></td> <td data-bbox="1170 949 1284 1039">$m \angle D'$</td> <td data-bbox="1290 949 1396 1039"></td> <td data-bbox="1402 949 1516 1039">$\frac{m \angle D}{m \angle D'}$</td> <td data-bbox="1522 949 1632 1039"></td> <td data-bbox="1759 949 1854 1009"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="934 1044 1048 1133">$m \overline{AB}$</td> <td data-bbox="1054 1044 1164 1133"></td> <td data-bbox="1170 1044 1284 1133">$m \overline{A'B'}$</td> <td data-bbox="1290 1044 1396 1133"></td> <td data-bbox="1402 1044 1516 1133">$\frac{m \overline{AB}}{m \overline{A'B'}}$</td> <td data-bbox="1522 1044 1632 1133"></td> <td data-bbox="1638 1044 1752 1356" rowspan="4" style="text-align: center; vertical-align: middle;">r_2</td> <td data-bbox="1759 1044 1854 1356"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="934 1138 1048 1227">$m \overline{BC}$</td> <td data-bbox="1054 1138 1164 1227"></td> <td data-bbox="1170 1138 1284 1227">$m \overline{B'C'}$</td> <td data-bbox="1290 1138 1396 1227"></td> <td data-bbox="1402 1138 1516 1227">$\frac{m \overline{BC}}{m \overline{B'C'}}$</td> <td data-bbox="1522 1138 1632 1227"></td> <td data-bbox="1759 1138 1854 1356"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="934 1232 1048 1321">$m \overline{CD}$</td> <td data-bbox="1054 1232 1164 1321"></td> <td data-bbox="1170 1232 1284 1321">$m \overline{C'D'}$</td> <td data-bbox="1290 1232 1396 1321"></td> <td data-bbox="1402 1232 1516 1321">$\frac{m \overline{CD}}{m \overline{C'D'}}$</td> <td data-bbox="1522 1232 1632 1321"></td> <td data-bbox="1759 1232 1854 1356"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="934 1326 1048 1415">$m \overline{DA}$</td> <td data-bbox="1054 1326 1164 1415"></td> <td data-bbox="1170 1326 1284 1415">$m \overline{D'A'}$</td> <td data-bbox="1290 1326 1396 1415"></td> <td data-bbox="1402 1326 1516 1415">$\frac{m \overline{DA}}{m \overline{D'A'}}$</td> <td data-bbox="1522 1326 1632 1415"></td> <td data-bbox="1759 1326 1854 1356"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="934 1420 1048 1509">P_1</td> <td data-bbox="1054 1420 1164 1509"></td> <td data-bbox="1170 1420 1284 1509">P_2</td> <td data-bbox="1290 1420 1396 1509"></td> <td data-bbox="1402 1420 1516 1509">$\frac{P_1}{P_2}$</td> <td data-bbox="1522 1420 1632 1509"></td> <td data-bbox="1638 1420 1752 1509" style="text-align: center; vertical-align: middle;">r_3</td> <td data-bbox="1759 1420 1854 1509"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="934 1514 1048 1538">A_1</td> <td data-bbox="1054 1514 1164 1538"></td> <td data-bbox="1170 1514 1284 1538">A_2</td> <td data-bbox="1290 1514 1396 1538"></td> <td data-bbox="1402 1514 1516 1538">$\frac{A_1}{A_2}$</td> <td data-bbox="1522 1514 1632 1538"></td> <td data-bbox="1638 1514 1752 1538" style="text-align: center; vertical-align: middle;">r_4</td> <td data-bbox="1759 1514 1854 1538"></td> </tr> </tbody> </table>	Polygones		Rapports		Conclusions		1	2					$m \angle A$		$m \angle A'$		$\frac{m \angle A}{m \angle A'}$		r_1		$m \angle B$		$m \angle B'$		$\frac{m \angle B}{m \angle B'}$			$m \angle C$		$m \angle C'$		$\frac{m \angle C}{m \angle C'}$			$m \angle D$		$m \angle D'$		$\frac{m \angle D}{m \angle D'}$			$m \overline{AB}$		$m \overline{A'B'}$		$\frac{m \overline{AB}}{m \overline{A'B'}}$		r_2		$m \overline{BC}$		$m \overline{B'C'}$		$\frac{m \overline{BC}}{m \overline{B'C'}}$			$m \overline{CD}$		$m \overline{C'D'}$		$\frac{m \overline{CD}}{m \overline{C'D'}}$			$m \overline{DA}$		$m \overline{D'A'}$		$\frac{m \overline{DA}}{m \overline{D'A'}}$			P_1		P_2		$\frac{P_1}{P_2}$		r_3		A_1		A_2		$\frac{A_1}{A_2}$		r_4	
Polygones		Rapports		Conclusions																																																																																				
1	2																																																																																							
$m \angle A$		$m \angle A'$		$\frac{m \angle A}{m \angle A'}$		r_1																																																																																		
$m \angle B$		$m \angle B'$		$\frac{m \angle B}{m \angle B'}$																																																																																				
$m \angle C$		$m \angle C'$		$\frac{m \angle C}{m \angle C'}$																																																																																				
$m \angle D$		$m \angle D'$		$\frac{m \angle D}{m \angle D'}$																																																																																				
$m \overline{AB}$		$m \overline{A'B'}$		$\frac{m \overline{AB}}{m \overline{A'B'}}$		r_2																																																																																		
$m \overline{BC}$		$m \overline{B'C'}$		$\frac{m \overline{BC}}{m \overline{B'C'}}$																																																																																				
$m \overline{CD}$		$m \overline{C'D'}$		$\frac{m \overline{CD}}{m \overline{C'D'}}$																																																																																				
$m \overline{DA}$		$m \overline{D'A'}$		$\frac{m \overline{DA}}{m \overline{D'A'}}$																																																																																				
P_1		P_2		$\frac{P_1}{P_2}$		r_3																																																																																		
A_1		A_2		$\frac{A_1}{A_2}$		r_4																																																																																		

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.3.6 COMPARER sous divers critères (angle, côté, périmètre, aire, etc.) des polygones congrus (suite).</p>	<p>V</p>	<p>Comparer les rapports r_2, r_3 et r_4.</p> <p>L'élève doit arriver aux conclusions suivantes:</p> $r_1 = 1$ $r_2 = r_3$ $(r_2)^2 = (r_3)^2 = r_4$ <p>r_2 est le rapport de similitude.</p> <p>- Il serait souhaitable de placer l'élève devant l'analyse d'un cas où les rapports r_1, r_2, r_3 et r_4 sont tous égaux à 1. Cette situation va permettre à l'élève de découvrir que la congruence est un cas particulier de la similitude.</p>
<p>2.3.7 ENONCER les propriétés de similitude, les théorèmes ou les corollaires impliqués dans la résolution d'un problème.</p>	<p>V</p>	<p>- Certains termes utilisés dans un système axiomatique bien structuré sont définis dans le commentaire sur l'objectif intermédiaire 2.2.7.</p> <p>- Cet objectif vise à développer l'esprit logique de l'élève en l'amenant à structurer ses raisonnements. Les habiletés que l'élève développera en appliquant un certain nombre de théorèmes ou corollaires seront directement utilisables pour résoudre certains problèmes du quotidien. Il convient donc d'exiger que l'élève appuie la solution des problèmes sur un raisonnement logique et structuré.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.7 ENONCER les propriétés de similitude, les théorèmes ou les corollaires impliqués dans la résolution d'un problème (suite).	V	<p>- Voici à titre indicatif une liste non-exhaustive de théorèmes ou corollaires qui peuvent être soumis à l'élève. Le choix de ceux-ci a été fait de façon à en permettre l'utilisation pour résoudre un grand nombre de problèmes.</p> <ol style="list-style-type: none">1- Des sécantes, coupées par des parallèles, sont partagées en segments proportionnels.2- Toute parallèle à un côté, passant par un point intérieur d'un triangle, détermine un triangle semblable au premier.3- Dans les polygones réguliers et semblables, les périmètres sont proportionnels aux rayons des cercles circonscrits et aux apothèmes respectifs.4- Dans un triangle rectangle, les deux triangles déterminés par la hauteur relative à l'hypoténuse sont semblables entre eux et chacun d'eux est semblable au premier.5- Dans tout triangle rectangle:<ul style="list-style-type: none">- la mesure d'un côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière;- la mesure de la hauteur est moyenne proportionnelle entre la mesure des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse;- le produit des mesures des deux côtés de l'angle droit est égal au produit de la mesure de l'hypoténuse par celle de la hauteur issue de l'angle droit;- le carré de la mesure de l'hypoténuse égale la somme des carrés des mesures des deux autres côtés.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.3.7 ENONCER les propriétés de similitude, les théorèmes ou les corollaires impliqués dans la résolution d'un problème (suite).	V	6- Deux circonférences sont dans le même rapport que leurs rayons respectifs. 7- Le rapport d'une circonférence à son diamètre est une constante que l'on note π . - ENRICHISSEMENT: - DEMONTRER des théorèmes ou corollaires à l'aide de la notion de similitude.

OBJECTIF TERMINAL NO: 2.4

RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante utilisant les rapports trigonométriques sinus, cosinus ou tangente.

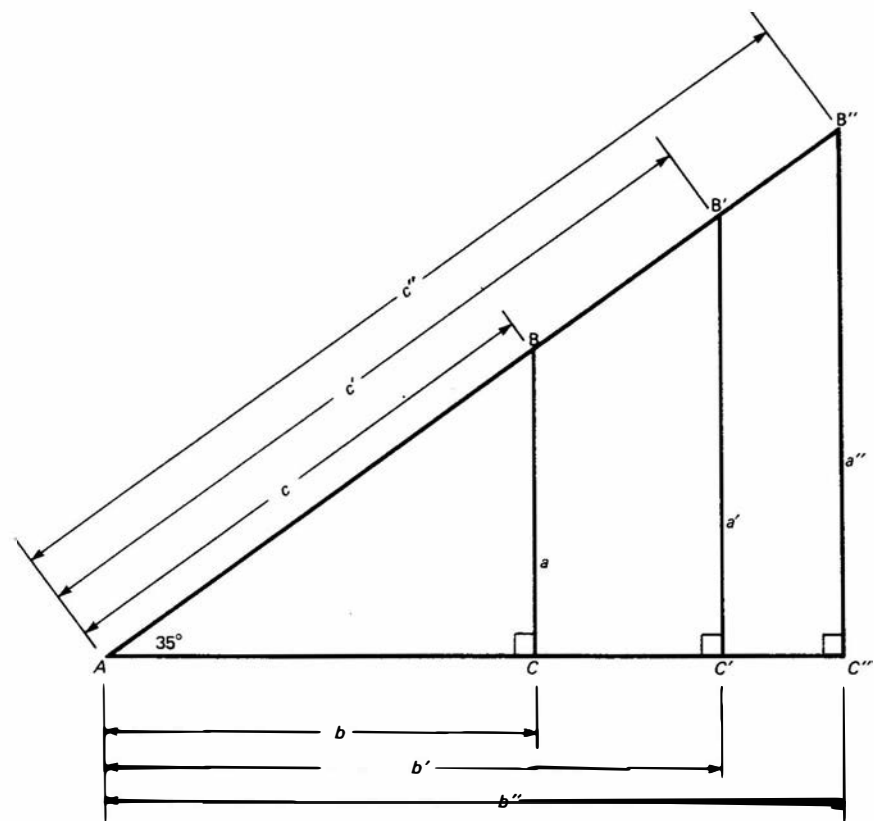
Les rapports trigonométriques trouvent de multiples applications lors d'activités de mesurage indirect, de repérage, d'arpentage, etc. De plus, ils trouvent des applications dans certains modules des cours de physique de niveau secondaire et dans certains secteurs professionnels tels: dessin technique, mécanique, meuble et construction, etc. où on les utilise comme des outils précieux.

Les rapports trigonométriques doivent être présentés à l'élève comme découlant des rapports de similitude établis à l'intérieur de triangles rectangles semblables. Ainsi ils ne seront pas pour l'élève de simples définitions à retenir par coeur et coupées de tous les concepts mathématiques qu'il possède.

Les commentaires sur les objectifs intermédiaires qui suivent, présentent une démarche particulière. Ceux-ci se veulent plus des pistes de réflexion pour l'enseignant qu'une présentation linéaire à utiliser en classe. Il est important de faire percevoir à l'élève que les rapports trigonométriques découlent des rapports de similitude.

La calculatrice sera utilisée pour évaluer les rapports trigonométriques associés à un angle d'un triangle rectangle. Cependant, par souci de précision et de rapidité et pour diminuer la dépendance de l'élève face à cet outil électronique tout en lui faisant percevoir le lien entre l'affichage et les résultats d'un calcul numérique, l'élève est invité à déterminer lui-même les valeurs trigonométriques associées à des angles de 0° , 30° , 45° , 60° et 90° .

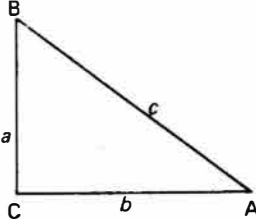
Les rapports trigonométriques doivent être utilisés dans des problèmes issus de situations de la vie courante et leur étude ne doit en aucun cas se limiter à une présentation purement théorique et détachée de toutes applications.

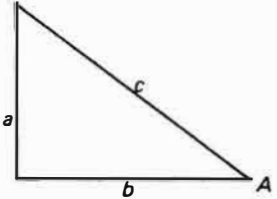
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.1 DEFINIR à partir des rapports de similitude, les rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente.	IV	<p>- Il est suggéré d'utiliser une démarche inductive. Dans le but d'éviter une brisure dans les séquences d'apprentissage et de relier les présentes notions à tout ce qui vient d'être vu, les rapports trigonométriques seront présentés à l'élève comme des rapports de similitude. L'utilisation de la calculatrice de poche, de la règle et du rapporteur d'angles est indispensable à l'atteinte de cet objectif.</p> <p>- Soient les trois triangles rectangles semblables ci-dessous:</p> 

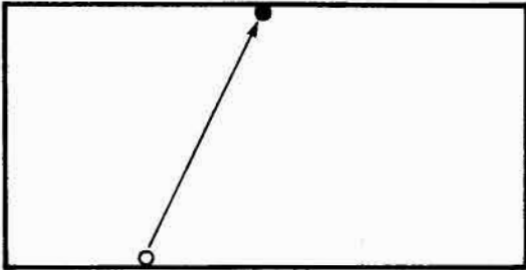
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE												
<p>2.4.1 DEFINIR à partir des rapports de similitude, les rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>Dans les triangles rectangles semblables précédents, il est possible d'établir les proportions suivantes:</p> <table border="1" data-bbox="909 505 1774 621"> <tr> <td>$\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$ et $\frac{a}{a''} = \frac{c}{c''}$</td> <td>$\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ et $\frac{b}{b''} = \frac{c}{c''}$</td> <td>$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ et $\frac{a}{a''} = \frac{b}{b''}$</td> </tr> </table> <p>et on obtient de nouvelles proportions en intervertissant les moyens des proportions précédentes:</p> <table border="1" data-bbox="909 743 1774 860"> <tr> <td>$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'}$ et $\frac{a}{c} = \frac{a''}{c''}$</td> <td>$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$ et $\frac{b}{c} = \frac{b''}{c''}$</td> <td>$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a''}{b''}$</td> </tr> </table> <p>de plus, comme l'égalité est une relation transitive, il est possible d'écrire:</p> <table border="1" data-bbox="909 979 1774 1096"> <tr> <td>$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} = \frac{a''}{c''}$</td> <td>$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} = \frac{b''}{c''}$</td> <td>$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''}$</td> </tr> </table> <p>et ces rapports sont identifiés par définition à:</p> <table border="1" data-bbox="909 1198 1774 1315"> <tr> <td>sin A</td> <td>cos A</td> <td>tan A</td> </tr> </table>	$\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$ et $\frac{a}{a''} = \frac{c}{c''}$	$\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ et $\frac{b}{b''} = \frac{c}{c''}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ et $\frac{a}{a''} = \frac{b}{b''}$	$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'}$ et $\frac{a}{c} = \frac{a''}{c''}$	$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$ et $\frac{b}{c} = \frac{b''}{c''}$	$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a''}{b''}$	$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} = \frac{a''}{c''}$	$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} = \frac{b''}{c''}$	$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''}$	sin A	cos A	tan A
$\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$ et $\frac{a}{a''} = \frac{c}{c''}$	$\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ et $\frac{b}{b''} = \frac{c}{c''}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ et $\frac{a}{a''} = \frac{b}{b''}$												
$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'}$ et $\frac{a}{c} = \frac{a''}{c''}$	$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$ et $\frac{b}{c} = \frac{b''}{c''}$	$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a''}{b''}$												
$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} = \frac{a''}{c''}$	$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} = \frac{b''}{c''}$	$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''}$												
sin A	cos A	tan A												

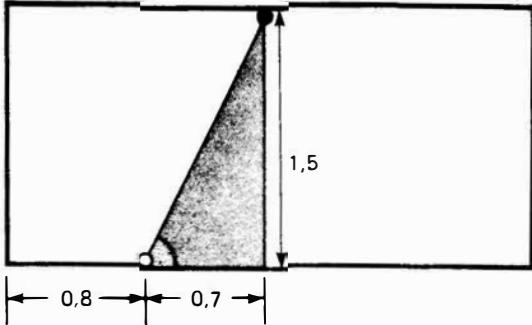
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																						
<p>2.4.1 DEFINIR à partir des rapports de similitude, les rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente (suite).</p>	IV	<p>- Cette démarche justifie sur le plan théorique, à l'aide des propriétés de l'égalité de rapports (objectif intermédiaire 1.1.6), les conclusions auxquelles l'élève aboutira en complétant le tableau suivant.</p> <p>- Remplir le tableau de données ci-dessous avec une précision de 8 décimales si les triangles rectangles possèdent un angle A dont la mesure est de 35°.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <table border="1" data-bbox="874 707 1569 1143"> <thead> <tr> <th colspan="6">Triangles</th> <th colspan="2" rowspan="2">Rapports de proportionnalités évalués à l'aide de la calculatrice</th> </tr> <tr> <th colspan="2">ABC</th> <th colspan="2">AB'C'</th> <th colspan="2">AB''C''</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\frac{a}{c}$</td> <td></td> <td>$\frac{a'}{c'}$</td> <td></td> <td>$\frac{a''}{c''}$</td> <td></td> <td>sin 35°</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\frac{b}{c}$</td> <td></td> <td>$\frac{b'}{c'}$</td> <td></td> <td>$\frac{b''}{c''}$</td> <td></td> <td>cos 35°</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\frac{a}{b}$</td> <td></td> <td>$\frac{a'}{b'}$</td> <td></td> <td>$\frac{a''}{b''}$</td> <td></td> <td>tan 35°</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> </div> <p>- L'élève devrait constater que les valeurs numériques se trouvant sur la première ligne sont constantes (aux imprécisions de mesures près). Il en est de même pour les valeurs se trouvant respectivement sur les lignes deux et trois.</p>	Triangles						Rapports de proportionnalités évalués à l'aide de la calculatrice		ABC		AB'C'		AB''C''		$\frac{a}{c}$		$\frac{a'}{c'}$		$\frac{a''}{c''}$		sin 35°		$\frac{b}{c}$		$\frac{b'}{c'}$		$\frac{b''}{c''}$		cos 35°		$\frac{a}{b}$		$\frac{a'}{b'}$		$\frac{a''}{b''}$		tan 35°	
Triangles						Rapports de proportionnalités évalués à l'aide de la calculatrice																																		
ABC		AB'C'		AB''C''																																				
$\frac{a}{c}$		$\frac{a'}{c'}$		$\frac{a''}{c''}$		sin 35°																																		
$\frac{b}{c}$		$\frac{b'}{c'}$		$\frac{b''}{c''}$		cos 35°																																		
$\frac{a}{b}$		$\frac{a'}{b'}$		$\frac{a''}{b''}$		tan 35°																																		

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.1 DEFINIR à partir des rapports de similitude, les rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente (suite).	IV	<ul style="list-style-type: none">- Faire effectuer d'autres observations sur des triangles rectangles semblables pour d'autres valeurs de l'angle A.- L'élève devrait découvrir que ces rapports ne dépendent que de la mesure de l'angle A.- L'élève devrait conclure que: $\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} = \frac{a''}{c''} = \dots = \sin A$$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} = \frac{b''}{c''} = \dots = \cos A$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''} = \dots = \tan A$- Faire reprendre d'autres observations à partir de triangles rectangles disjoints mais semblables.- Essayer de faire observer ces mêmes relations à partir de triangles semblables non rectangles. L'élève devrait découvrir que dans ce cas il n'est pas possible de retrouver les rapports trigonométriques.- Ensuite, on demande à l'élève de déterminer, à l'aide d'une règle graduée et de la calculatrice, la mesure de chaque angle d'un triangle.

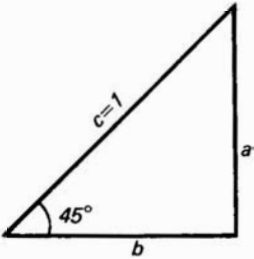
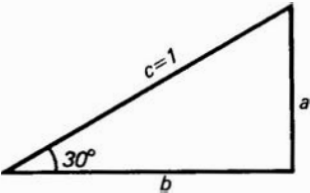
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.1 DEFINIR à partir des rapports de similitude, les rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente (suite).	IV	 <p>Si les mesures de a, b et c sont respectivement de 3, 4 et 5 centimètres, le rapport $\frac{a}{c} = \frac{3}{5} = 0,6$. En faisant varier A dans la procédure A <code>sin</code>, l'élève peut trouver que A est compris entre 36° et 37° et qu'en raffinant l'encadrement, il obtient successivement</p> $36,8000 < A < 36,9000$ $36,8600 < A < 36,8700$ $36,8690 < A < 36,8700$ $36,8698 < A < 36,8699$ <p>- Cette façon de procéder n'est pas la plus rapide, mais elle est pédagogique parce que l'élève peut estimer la valeur de l'angle; il peut constater numériquement que le rapport $\frac{a}{c}$ augmente avec la mesure de l'angle. De plus, ce procédé d'encadrement permet d'introduire les procédures <code>inv sin</code> ou <code>arc sin</code> ou <code>sin⁻¹</code>. Ici la procédure 0,6 <code>sin⁻¹</code> donne à l'affichage 36,869898.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.1 DEFINIR à partir des rapports de similitude, les rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente (suite).	IV	<p>- Après cette expérimentation, on peut énoncer la définition des rapports sinus, cosinus et tangente dans le triangle rectangle</p> $\sin A = \frac{\text{mesure du côté opposé à l'angle A}}{\text{mesure de l'hypoténuse}}$ $\cos A = \frac{\text{mesure du côté adjacent à l'angle A}}{\text{mesure de l'hypoténuse}}$ $\tan A = \frac{\text{mesure du côté opposé à l'angle A}}{\text{mesure du côté adjacent à l'angle A}}$ <p>- Il est possible de définir la tangente en fonction du sinus et du cosinus du même angle.</p> <p>Soit le triangle rectangle:</p>  <p>alors</p> $\sin A = \frac{a}{c}$ $\cos A = \frac{b}{c}$ <p>et certaines transformations successives du rapport tangente permettent d'écrire:</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.1 DEFINIR à partir des rapports de similitude, les rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente (suite).		$\tan A = \frac{a}{b}$ $= \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}$ $= \frac{\sin A}{\cos A}$ <p>donc $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$</p> <ul style="list-style-type: none">- Les fonctions \sin^{-1}, \cos^{-1} et \tan^{-1} que l'on retrouve sur les calculatrices permettent de trouver la valeur d'un angle aigu dans un triangle rectangle dont on connaît la mesure de chacun de ses côtés.- Voici un exemple montrant une application des fonctions trigonométriques inverses. <p>Une boule de billard est située le long du grand côté d'une table à 0,8 mètre du coin. Quel angle fera la trajectoire de cette balle par rapport à ce côté, si le joueur vise le trou au</p>  <p>The diagram shows a rectangular pool table. A small circle representing a ball is located on the bottom edge, 0.8 meters from the bottom-left corner. A larger solid black circle representing a hole is located on the top edge. A line with an arrowhead at the hole represents the ball's trajectory.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.4.1 DEFINIR à partir des rapports de similitude, les rapports trigonométriques sinus, cosinus et tangente (suite).</p>		<p>centre du côté opposé? La table mesure 1,5 m par 3,0 m. La procédure</p> $1,5 \div (3 \div 2 - 0,8) \tan^{-1}$ <p>permet d'obtenir la valeur 64,9831065... et l'angle de tir sera estimé à 65°.</p> 
<p>2.4.2 TROUVER les valeurs trigonométriques associées aux angles de 0°, 30°, 45°, 60° et 90°.</p>	<p>IV</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Les angles de 0°, 30°, 45°, 60° et 90° sont fréquemment utilisés dans les constructions géométriques et se rencontrent très souvent dans de multiples situations réelles (mesurage indirect, arpentage, repérage, hauteur, triangle rectangle isocèle, triangle 30° - 60° - 90°, triangle équilatéral, etc. Il apparaît donc utile que l'élève connaisse les valeurs trigonométriques associées à ces angles sans faire référence à la calculatrice. - La démarche suggérée ci-dessous permettra à l'élève de vérifier que l'application des définitions découvertes à l'objectif 2.4.1 permettent de calculer les valeurs des rapports trigonométriques. <p>1- A l'aide de la calculatrice, remplir le tableau de la page suivante:</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																											
2.4.2 TROUVER les valeurs trigonométriques associées aux angles de 0° , 30° , 45° , 60° et 90° (suite).	IV	<table border="1" data-bbox="907 402 1549 808"><thead><tr><th data-bbox="907 402 1023 516" rowspan="2">Angle A</th><th colspan="3" data-bbox="1023 402 1549 461">Rapports trigonométriques</th></tr><tr><th data-bbox="1023 461 1203 516">sin A</th><th data-bbox="1203 461 1371 516">cos A</th><th data-bbox="1371 461 1549 516">tan A</th></tr></thead><tbody><tr><td data-bbox="907 516 1023 574">0°</td><td data-bbox="1023 516 1203 574"></td><td data-bbox="1203 516 1371 574"></td><td data-bbox="1371 516 1549 574"></td></tr><tr><td data-bbox="907 574 1023 633">30°</td><td data-bbox="1023 574 1203 633"></td><td data-bbox="1203 574 1371 633"></td><td data-bbox="1371 574 1549 633"></td></tr><tr><td data-bbox="907 633 1023 691">45°</td><td data-bbox="1023 633 1203 691"></td><td data-bbox="1203 633 1371 691"></td><td data-bbox="1371 633 1549 691"></td></tr><tr><td data-bbox="907 691 1023 750">60°</td><td data-bbox="1023 691 1203 750"></td><td data-bbox="1203 691 1371 750"></td><td data-bbox="1371 691 1549 750"></td></tr><tr><td data-bbox="907 750 1023 808">90°</td><td data-bbox="1023 750 1203 808"></td><td data-bbox="1203 750 1371 808"></td><td data-bbox="1371 750 1549 808"></td></tr></tbody></table> <p data-bbox="741 857 1864 922">2- Calculer la mesure des deux côtés de l'angle droit dans un triangle si celui-ci possède une hypoténuse de une unité de longueur et si</p> <ul data-bbox="886 938 1657 1019" style="list-style-type: none">- le triangle rectangle est isocèle;- le triangle rectangle possède un angle de 30°. <p data-bbox="803 1036 1466 1060">On utilisera les deux théorèmes suivants:</p> <ul data-bbox="886 1084 1790 1255" style="list-style-type: none">- Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse égale la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit.- Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° mesure la moitié de l'hypoténuse. <p data-bbox="803 1271 1292 1295">L'élève devrait découvrir que:</p>	Angle A	Rapports trigonométriques			sin A	cos A	tan A	0°				30°				45°				60°				90°			
Angle A	Rapports trigonométriques																												
	sin A	cos A	tan A																										
0°																													
30°																													
45°																													
60°																													
90°																													

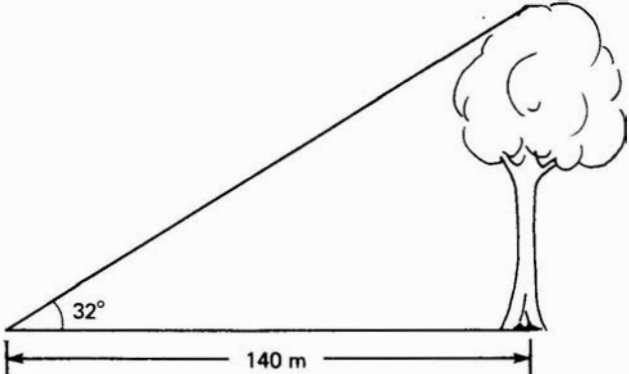
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.2 TROUVER les valeurs trigonométriques associées aux angles de 0° , 30° , 45° , 60° et 90° (suite).	IV	<p>a) dans le triangle rectangle isocèle</p>  <p>$a = \sqrt{\frac{1}{2}}$ $b = \sqrt{\frac{1}{2}}$</p> <p>b) dans le triangle possédant un angle de 30°</p>  <p>$a = \frac{1}{2}$ $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$</p>

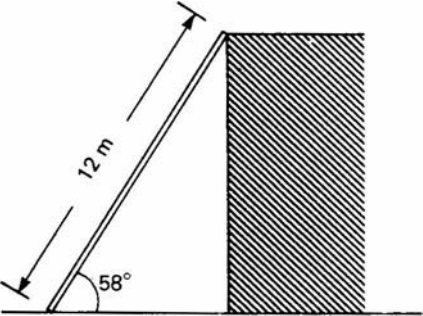
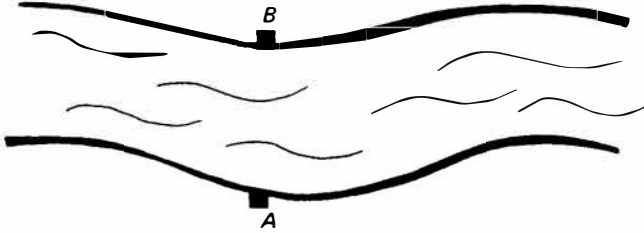
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																						
<p>2.4.2 TROUVER les valeurs trigonométriques associées aux angles de 0°, 30°, 45°, 60° et 90° (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>Lui faire compléter le tableau suivant en utilisant la définition des rapports trigonométriques.</p> <table border="1" data-bbox="874 483 1524 889"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Angle A</th> <th colspan="3">Rapports trigonométriques</th> </tr> <tr> <th>sin A</th> <th>cos A</th> <th>tan A</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0°</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>45°</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>60°</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>90°</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Il devrait obtenir les valeurs suivantes:</p> <table border="1" data-bbox="878 993 1524 1403"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Angle A</th> <th colspan="3">Rapports trigonométriques</th> </tr> <tr> <th>sin A</th> <th>cos A</th> <th>tan A</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0°</td> <td>0^*</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{1}}{3}$</td> </tr> <tr> <td>45°</td> <td>$\frac{\sqrt{1}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{1}}{2}$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>60°</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> <tr> <td>90°</td> <td>1^{**}</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Angle A	Rapports trigonométriques			sin A	cos A	tan A	0°				30°				45°				60°				90°				Angle A	Rapports trigonométriques			sin A	cos A	tan A	0°	0^*			30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{3}$	45°	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	1	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	90°	1^{**}		
Angle A	Rapports trigonométriques																																																							
	sin A	cos A	tan A																																																					
0°																																																								
30°																																																								
45°																																																								
60°																																																								
90°																																																								
Angle A	Rapports trigonométriques																																																							
	sin A	cos A	tan A																																																					
0°	0^*																																																							
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{3}$																																																					
45°	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	1																																																					
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$																																																					
90°	1^{**}																																																							

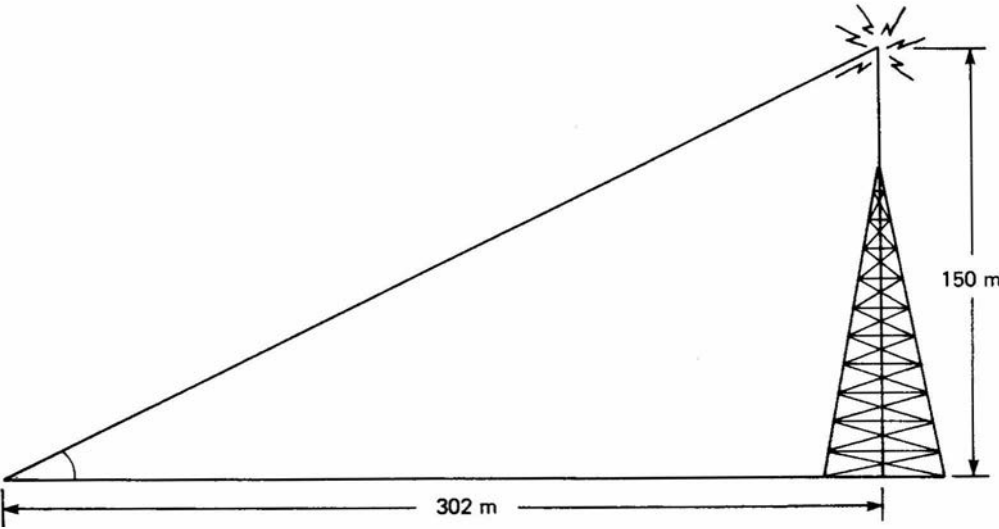
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																												
<p>2.4.2 TROUVER les valeurs trigonométriques associées aux angles de 0°, 30°, 45°, 60° et 90° (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>* Dans le cas limite d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 1 unité et qui possède un angle de 0°, le côté opposé à cet angle mesure 0 unité d'où:</p> $\sin 0^{\circ} = \frac{0}{1} = 0$ <p>** Dans le cas limite d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 1 unité, le côté opposé à l'angle de 90° mesure 1 unité d'où:</p> $\sin 90^{\circ} = \frac{1}{1} = 1$ <p>3- Certaines cases du tableau ne sont pas complétées et l'élève ne peut y arriver sans découvrir au préalable une certaine régularité. A partir du tableau précédent, remplir le tableau suivant.</p> <table border="1" data-bbox="961 971 1779 1445"> <thead> <tr> <th>Angle A</th> <th>$(\sin A)^2$</th> <th>$(\cos A)^2$</th> <th>$(\sin A)^2 + (\cos A)^2$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>30°</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>45°</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>60°</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="4"> <p>Cette régularité est toujours vérifiée. Il est alors possible à l'élève de remplir les deux cases ci-dessous.</p> </td> </tr> <tr> <td>0°</td> <td>0</td> <td></td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>90°</td> <td>1</td> <td></td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	Angle A	$(\sin A)^2$	$(\cos A)^2$	$(\sin A)^2 + (\cos A)^2$	30°				45°				60°				<p>Cette régularité est toujours vérifiée. Il est alors possible à l'élève de remplir les deux cases ci-dessous.</p>				0°	0		1	90°	1		1
Angle A	$(\sin A)^2$	$(\cos A)^2$	$(\sin A)^2 + (\cos A)^2$																											
30°																														
45°																														
60°																														
<p>Cette régularité est toujours vérifiée. Il est alors possible à l'élève de remplir les deux cases ci-dessous.</p>																														
0°	0		1																											
90°	1		1																											

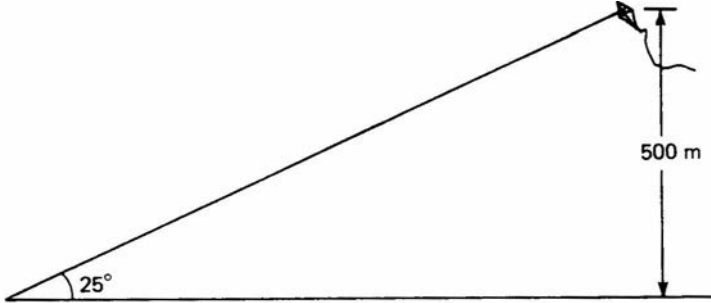
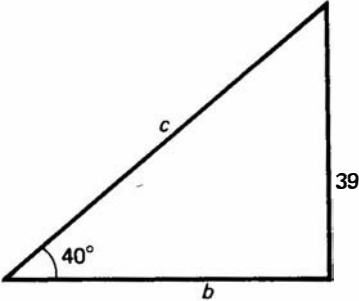
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																											
<p>2.4.2 TROUVER les valeurs trigonométriques associées aux angles de 0°, 30°, 45°, 60° et 90° (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>La régularité mise en évidence dans le tableau précédent peut s'énoncer</p> $(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$ <p>que l'on écrit généralement sous la forme:</p> $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ <p>Cette régularité est une identité. Celle-ci sera démontrée dans le cours option II.</p> <p>4- L'élève peut alors compléter le tableau ci-dessous, et en utilisant sa calculatrice, comparer les tableaux des sections 4 et 1.</p> <table border="1" data-bbox="913 862 1562 1271"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Angle A</th> <th colspan="3">Rapports trigonométriques</th> </tr> <tr> <th>sin A</th> <th>cos A</th> <th>tan A</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0°</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>30°</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{3}$</td> </tr> <tr> <td>45°</td> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>60°</td> <td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\sqrt{3}$</td> </tr> <tr> <td>90°</td> <td>1</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Faire observer à l'élève que $\tan 90^\circ$ n'est pas définie. Elle n'existe pas.</p>	Angle A	Rapports trigonométriques			sin A	cos A	tan A	0°	0			30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	90°	1		
Angle A	Rapports trigonométriques																												
	sin A	cos A	tan A																										
0°	0																												
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$																										
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1																										
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$																										
90°	1																												

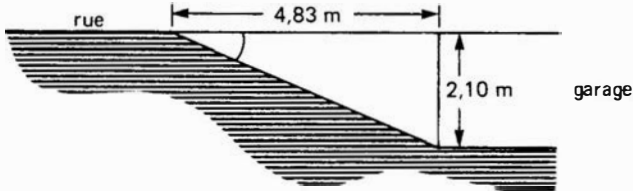
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE								
<p>2.4.2 TROUVER les valeurs trigonométriques associées aux angles de 0°, 30°, 45°, 60° et 90° (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>- Il serait souhaitable de signaler à l'élève que les valeurs non entières du tableau (4) sont exactes tandis que celles du tableau (1) ne sont que des approximations des rapports trigonométriques d'un angle donné.</p> <p>Par exemple, on ne doit pas écrire</p> $\sin 45^\circ = 0,707\ 106\ 78$ <p>mais</p> $\sin 45^\circ \approx 0,707\ 106\ 78$ <p>cependant</p> $\sin 45^\circ = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,707\ 106\ 78\dots$ <p>- L'élève pourrait être invité à évaluer $\sin^2 a + \cos^2 a$, pour certaines valeurs de a, en utilisant la procédure</p> <p>a <input type="text" value="cos"/> <input type="text" value="x²"/> <input type="text" value="STO"/> a <input type="text" value="sin"/> <input type="text" value="x²"/> <input type="text" value="+"/> <input type="text" value="RCL"/> <input type="text" value="="/> <input type="text" value="√"/></p> <table border="1" data-bbox="1079 1229 1576 1488"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>$\sin^2 a + \cos^2 a$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	a	$\sin^2 a + \cos^2 a$						
a	$\sin^2 a + \cos^2 a$									

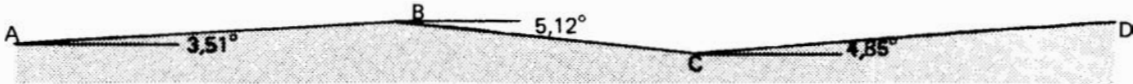
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques.	IV	<ul style="list-style-type: none">- Les problèmes choisis dans cette section doivent être puisés de préférence dans des situations réelles et faire appel aux techniques de résolution de problèmes.- Il est évident que l'usage de la calculatrice de poche est indispensable à l'atteinte de cet objectif.- Le clinomètre, la boussole et le rapporteur d'angles sont des instruments qui pourraient être mis à profit dans la présentation à l'élève de situations problématiques.- Voici quelques exemples:<ul style="list-style-type: none">1- Quelle est la hauteur d'un arbre si un observateur regarde son faite sous un angle d'élévation de 32° et s'il se trouve à 140 mètres du pied de l'arbre.  <p>The diagram shows a right-angled triangle representing the observation of a tree. The horizontal base of the triangle is labeled '140 m'. The angle at the bottom-left vertex is labeled '32°'. The vertical side of the triangle represents the height of the tree, and the hypotenuse represents the line of sight from the observer to the top of the tree. The tree is drawn as a simple sketch with a trunk and a rounded canopy.</p>

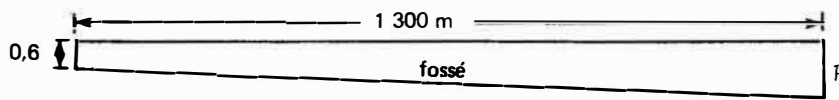
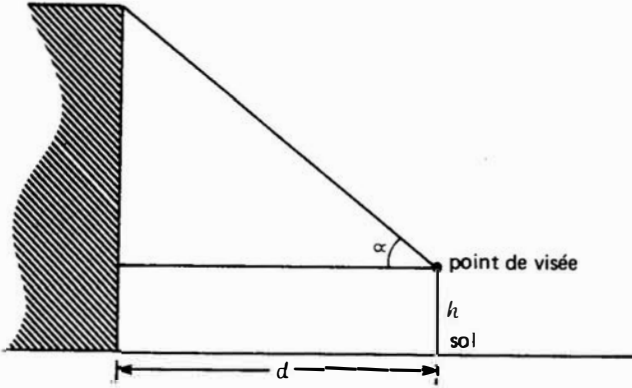
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).	IV	<p>2- Quelle est la hauteur d'un édifice si une échelle de 12 mètres dont l'extrémité touche au toit, fait un angle de 58° avec le sol?</p>  <p>3- Quelle est la largeur de cette rivière en mètres, si les seuls renseignements fournis sont la position de l'observateur en A et d'un repère sur l'autre rive en B?</p>  <p>On peut appeler ce problème un "problème ouvert" en ce sens que plusieurs démarches différentes peuvent être utilisées pour le résoudre.</p>

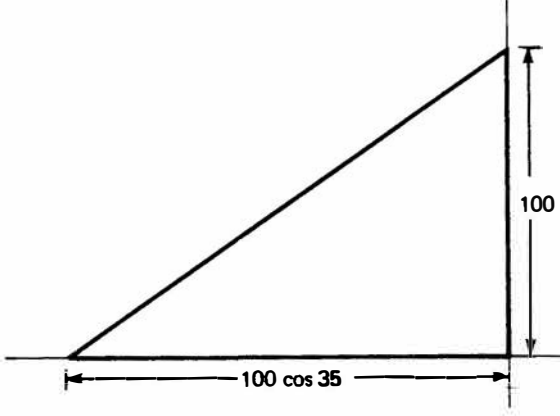
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).	IV	<p>4- Quelle est l'angle d'élévation du soleil si, à un moment donné, une tour de 150 m fait une ombre de 302 m au sol?</p>  <p>For solving this problem, the student must learn to search for the value of the measurement of an angle associated with a given trigonometric ratio. The student must therefore learn to use the keys of the reciprocal trigonometric functions arcsin, arccos and arctan (\sin^{-1}, \cos^{-1} and \tan^{-1}) which appear on the keyboard of their calculator.</p>

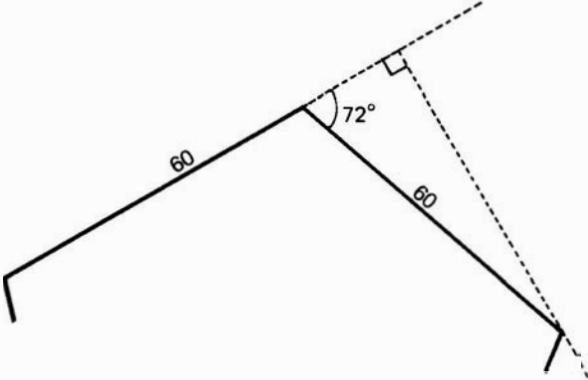
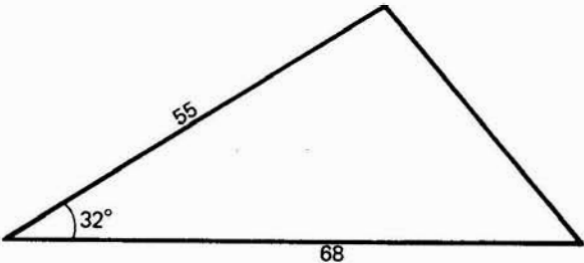
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).	IV	<p>5- Certaines expériences ont prouvé qu'un cerf-volant donne un rendement maximal lorsque l'angle que fait la corde avec l'horizontale est de 25°. Quelle longueur la corde devra-t-elle avoir si l'on veut que le cerf-volant monte à 500 mètres d'altitude?</p>  <p>6- Pour illustrer le concept de mesures indirectes, on proposera aux élèves des exemples où l'on donne la mesure d'un angle et celle d'un côté et où il faut trouver les autres éléments.</p>  <p>c s'obtient à l'aide de la séquence</p> $39 \boxed{\div} 40 \boxed{\sin} \boxed{=}$ <p>b s'obtient avec</p> $39 \boxed{\div} 40 \boxed{\tan} \boxed{=}$ <p>Ici plusieurs procédés de vérification pourront être</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).	IV	<p>utilisés.</p> <ul style="list-style-type: none">Après avoir trouvé b et c, on vérifie que$c^2 = 39 + b^2$Comme $\angle B$ mesure $180 - (40 + 90) = 50$, on vérifie que le rapport$\frac{b}{c} = \sin 50^\circ.$ <p>7- On veut creuser une entrée de garage selon le plan suivant.</p>  <p>Les normes de construction prévoient que l'inclinaison de l'entrée ne doit pas dépasser 18° pour une maison individuelle. Quelles modifications aux plans suggérez-vous pour remplir les normes?</p> <p>Il faut d'abord vérifier que l'angle d'inclinaison est supérieur à 18°.</p> $\tan A = \frac{210}{483} \approx 0,435$ $A \approx 23,5^\circ$ <p>que l'on trouve par encadrement.</p>

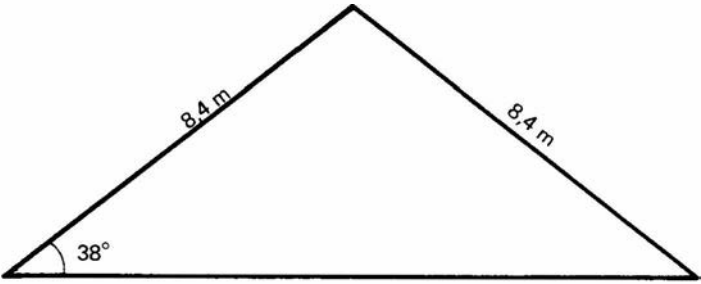
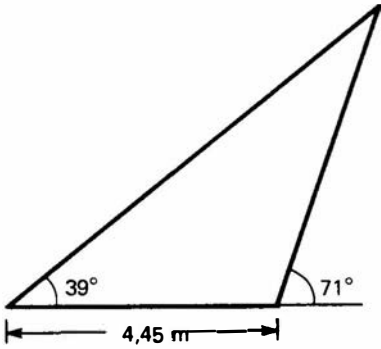
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE												
<p>2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>Il est probable que les élèves décident d'augmenter la distance rue-maison (donc de reculer la maison!). D'autres préféreront rehausser la maison (ou supprimer le garage!). On proposera aux élèves de réduire d'un quart chaque dimension: (483; 210) deviendra (362; 157). Cette norme n'est pas appliquée par les travailleurs de la construction qui préfèrent travailler avec les %.</p> <p>8- Sur une portion de l'autoroute 30 on a fait les relevés suivants. (Les angles sont mesurés à partir d'une horizontale.)</p>  <table border="1" data-bbox="1145 916 1674 1153"> <thead> <tr> <th>Chemin</th> <th>Angle</th> <th>Longueur</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>AB</td> <td>3,51°</td> <td>155,8 m</td> </tr> <tr> <td>BC</td> <td>5,12°</td> <td>89,3 m</td> </tr> <tr> <td>CD</td> <td>4,85°</td> <td>121,1 m</td> </tr> </tbody> </table> <p>Quelle est la différence de niveau entre A et D? Quelle sera la pente moyenne entre A et D?</p> <p>A noter qu'il existe une loi qui demande de noter en % les inclinaisons routières.</p> <p>9- Pour assurer l'écoulement de l'eau dans les fossés qui bordent le boulevard de Châteauguay, la société "Creusencore" décide que les fossés doivent avoir une inclinaison de 2°.</p>	Chemin	Angle	Longueur	AB	3,51°	155,8 m	BC	5,12°	89,3 m	CD	4,85°	121,1 m
Chemin	Angle	Longueur												
AB	3,51°	155,8 m												
BC	5,12°	89,3 m												
CD	4,85°	121,1 m												

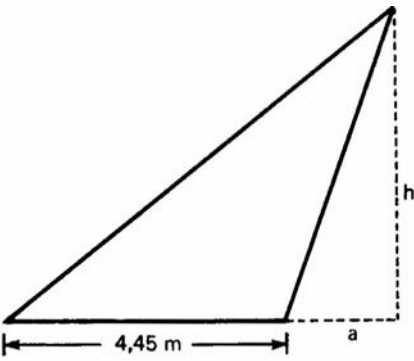
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).	IV	<p>Si le boulevard s'étend sur une longueur de 1,3 km, quelle sera la profondeur (P) du fossé que l'on devra indiquer sur le plan suivant? A son point le plus haut le fossé est profond de 0,6 m.</p>  <p>10- A l'aide d'un clinomètre chaque élève pourra déterminer la hauteur de l'école (ou de la salle de classe) suivant différents points de visée.</p>  <p>Il suffira d'utiliser une procédure du genre</p> $\boxed{\tan} \boxed{\times} \boxed{d} \boxed{+} \boxed{h} \boxed{=}$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).	IV	<p>On pourra aussi faire mesurer cette hauteur par une méthode de triangles semblables et comparer les résultats avec la hauteur réelle (voir les plans).</p> <p>11- Comment construire un angle de 35°?</p> <p>Sur deux droites perpendiculaires on construit deux segments de longueur déterminée par les séquences</p> <p>35 <input type="text" value="sin"/> <input type="text" value="x"/> 100 <input type="text" value="="/> et 35 <input type="text" value="cos"/> <input type="text" value="x"/> 100 <input type="text" value="="/></p>  <p>On fera vérifier que l'hypoténuse mesure 100.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).	IV	<p>12- Avec des élèves plus avancés, on pourra faire construire un pentagone régulier dont les côtés mesurent 60 mm, en utilisant un procédé semblable au précédent.</p>  <p>(L'angle intérieur est de 108° soit $3 \times 180 \div 5$; on peut faire 3 triangles dans un pentagone.)</p> <p>13- Quelle est l'aire du triangle ci-dessous?</p> 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>La hauteur du triangle est donnée par la séquence</p> <p>55 <input type="text" value="×"/> 32 <input type="text" value="sin"/> <input type="text" value="="/></p> <p>L'aire du triangle sera donnée par la séquence</p> <p>55 <input type="text" value="×"/> 32 <input type="text" value="sin"/> <input type="text" value="="/> <input type="text" value="×"/> 68 <input type="text" value="÷"/> 2 <input type="text" value="="/></p> <p>On peut aussi déterminer la longueur du troisième côté. On pourra demander aux élèves de justifier la procédure suivante:</p> <p>55 <input type="text" value="×"/> 32 <input type="text" value="cos"/> <input type="text" value="+/-"/> <input type="text" value="+"/> 68 <input type="text" value="="/> <input type="text" value="x²"/> <input type="text" value="STO"/></p> <p>55 <input type="text" value="×"/> 32 <input type="text" value="sin"/> <input type="text" value="="/> <input type="text" value="x²"/> <input type="text" value="+"/> <input type="text" value="RCL"/> <input type="text" value="="/> <input type="text" value="√"/></p> <p>La forme mathématique de cette procédure n'est rien d'autre que la loi du cosinus.</p> <p>Connaissant les trois côtés du triangle, on pourra donner aux élèves la formule de Héron d'Alexandrie:</p> $\text{Aire} = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$ <p>où a, b, c sont les côtés du triangle et p le demi-périmètre. Cette formule pourra servir de moyen de vérification.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).	IV	<p>14- Avec un clinomètre on mesure que l'angle d'inclinaison d'un toit est de 38°. Si la longueur du toit est de 8,4 m, quelle sera l'aire de la partie latérale?</p>  <p>15- L'une des structures du pont Mercier correspond au dessin suivant:</p>  <p>Quelles sont les dimensions des deux autres poutrelles?</p>

OBJECTIF INTERMEDIARE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).	IV	<p><u>Aide:</u> On établira les rapports suivants.</p> <div data-bbox="907 525 1321 888"></div> $\tan 71 = \frac{h}{a}$ $\tan 39 = \frac{h}{4,45 + a}$ <p>- Le programme BASIC ci-dessous permet de trouver la mesure des côtés ou des angles dans un triangle rectangle à partir de données minimales. Ce programme illustre un type d'usage que l'on peut faire d'un ordinateur.</p> <pre>10 CLS:PRINT "Objectif 2.4.3" 20 PRINT "Ce programme permet de trouver la mesure des deux côtés d'un" 30 PRINT "triangle-rectangle connaissant la mesure de l'hypoténuse et celle d'un" 40 PRINT "angle aigu ou de trouver la mesure des deux angles aigus" 50 PRINT "connaissant la mesure de l'hypoténuse et celle d'un côté." 60 PRINT "Voulez-vous connaître (1) les cotés ?" 70 PRINT " (2) les angles ?" 80 INPUT CH:IF CH=2 THEN 150 90 INPUT"Quelle est la longueur de l'hypoténuse ";H 100 INPUT"Quelle est la mesure de l'angle en degrés ";D 110 D=3.141593*D/180:C1=H*SIN(D):C2=H*COS(D):PRINT 120 PRINTUSING "Un coté mesure ###.##";C1</pre>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE		
<p>2.4.3 EVALUER certaines mesures dans un triangle rectangle à l'aide des rapports trigonométriques (suite).</p>	<p>IV</p>	<pre> 130 PRINTUSING "L'autre coté mesure ###.#";C2:END 150 INPUT"Quelle est la longueur de l'hypoténuse ";H 160 INPUT"Quelle est la longueur du coté ";C 170 B=SQR(H[2-C]2):A1=180*ATN(B/C)/3.141593:A2=90-A1 180 PRINTUSING "Un angle mesure ##.# degrés";A1 190 PRINTUSING "L'autre angle mesure ##.# degrés";A2 200 END </pre> <p>Voici, ci-dessous, deux exemples de l'exécution de ce programme.</p> <p>Objectif 2.4.3. Ce programme permet de trouver la mesure des deux côtés d'un triangle-rectangle connaissant la mesure de l'hypoténuse et celle d'un angle aigu ou de trouver la mesure des deux angles aigus connaissant la mesure de l'hypoténuse et d'un côté.</p> <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>Voulez-vous connaître</p> <p>(1) les côtés?</p> <p>(2) les angles?</p> <p>? 1</p> <p>Quelle est la longueur de l'hypoténuse? 25</p> <p>Quelle est la mesure de l'angle en degrés? 30</p> <p>Un côté mesure 12.5</p> <p>L'autre côté mesure 21.7</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>Voulez-vous connaître</p> <p>(1) les côtés?</p> <p>(2) les angles?</p> <p>? 2</p> <p>Quelle est la longueur de l'hypoténuse? 17</p> <p>Quelle est la longueur du côté? 8</p> <p>Un angle mesure 61.9 degrés</p> <p>L'autre angle mesure 28.1 degrés</p> </td> </tr> </table>	<p>Voulez-vous connaître</p> <p>(1) les côtés?</p> <p>(2) les angles?</p> <p>? 1</p> <p>Quelle est la longueur de l'hypoténuse? 25</p> <p>Quelle est la mesure de l'angle en degrés? 30</p> <p>Un côté mesure 12.5</p> <p>L'autre côté mesure 21.7</p>	<p>Voulez-vous connaître</p> <p>(1) les côtés?</p> <p>(2) les angles?</p> <p>? 2</p> <p>Quelle est la longueur de l'hypoténuse? 17</p> <p>Quelle est la longueur du côté? 8</p> <p>Un angle mesure 61.9 degrés</p> <p>L'autre angle mesure 28.1 degrés</p>
<p>Voulez-vous connaître</p> <p>(1) les côtés?</p> <p>(2) les angles?</p> <p>? 1</p> <p>Quelle est la longueur de l'hypoténuse? 25</p> <p>Quelle est la mesure de l'angle en degrés? 30</p> <p>Un côté mesure 12.5</p> <p>L'autre côté mesure 21.7</p>	<p>Voulez-vous connaître</p> <p>(1) les côtés?</p> <p>(2) les angles?</p> <p>? 2</p> <p>Quelle est la longueur de l'hypoténuse? 17</p> <p>Quelle est la longueur du côté? 8</p> <p>Un angle mesure 61.9 degrés</p> <p>L'autre angle mesure 28.1 degrés</p>			

OBJECTIF TERMINAL NO: 2.5

RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante faisant appel aux relations dans le cercle ou dans le triangle rectangle.

Cet objectif permet l'étude d'un éventail de propriétés et de relations associées aux tangentes, aux sécantes, aux cordes, aux angles ainsi qu'aux figures inscrites ou circonscrites.

Il serait important dans un premier temps de définir avec précision les termes suivants:

- cercle, disque et circonférence,
- rayon et diamètre,
- corde, sécante et tangente,
- arc,
- angle au centre, angle inscrit, etc.

Afin d'éliminer un mauvais abus de langage, il faudrait que l'élève distingue clairement la différence entre "cercle" et "circonférence". En quelques mots, il est possible d'affirmer que:

"La circonférence est au cercle ce que le périmètre est au polygone"
en d'autres termes, la circonférence peut être définie comme étant le périmètre du cercle.

Il convient d'établir un lien très étroit entre l'objectif 2.1 et celui-ci afin de faire percevoir à l'élève que les transformations du plan l'aideront à mieux découvrir et comprendre

les invariants dans les cercles ou les triangles rectangles. Par exemple, toutes les relations métriques dans les triangles rectangles sont des invariants qui découlent des rapports d'homothétie.

Les relations dans le cercle ou dans le triangle rectangle trouvent de nombreuses applications dans des domaines très divers: la mécanique, l'arpentage, l'optique, la menuiserie, etc. Il convient donc de rechercher des applications diversifiées et de favoriser une démarche propre à la résolution de problème.

L'atteinte de cet objectif terminal exige que l'élève de cinquième secondaire soit capable de résoudre des problèmes appliquant les notions de congruence, de similitude et de relations dans le cercle ou le triangle, en structurant la solution de ses problèmes, en justifiant les étapes de son raisonnement tout en se basant sur les théorèmes ou corollaires appliqués aux objectifs intermédiaires 2.5.1, 2.5.2, 2.5.3 et 2.5.6. Certains termes utilisés dans un système axiomatique bien structuré sont définis dans le commentaire sur l'objectif intermédiaire 2.2.7. Les objectifs 2.5.1, 2.5.2, 2.5.3 et 2.5.6 visent à développer l'esprit logique de l'élève en l'amenant à structurer son raisonnement. Les habiletés que l'élève va développer en appliquant un certain nombre de théorèmes ou corollaires seront directement utilisables pour résoudre certains problèmes du quotidien.

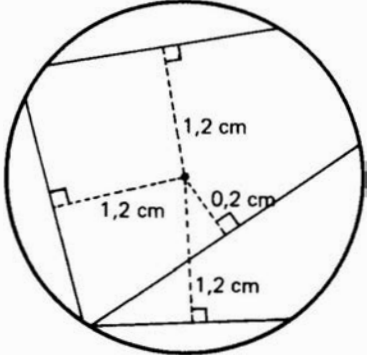
Voici à titre indicatif une liste non exhaustive de théorèmes ou corollaires s'appliquant à un grand nombre de problèmes.

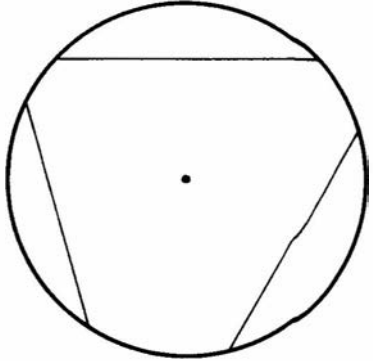
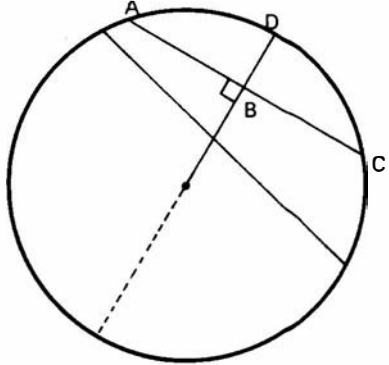
- 1- Deux cordes d'un cercle, situées à une même distance du centre, sont congruentes.

- 2- Dans un cercle, des arcs congruents déterminent des cordes congruentes et réciproquement.
- 3- Dans un cercle, tout rayon perpendiculaire à une corde partage celle-ci en deux segments congruents.
- 4- Dans un cercle, tout rayon perpendiculaire à une corde partage l'arc sous-tendu en deux arcs congruents.
- 5- Toute médiatrice à une corde détermine un diamètre.
- 6- Trois points non colinéaires déterminent un et un seul cercle.
- 7- Les arcs compris entre deux cordes parallèles sont congruents.
- 8- Toute tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon qui aboutit au point de tangence.
- 9- Deux tangentes à un cercle issues d'un même point déterminent des segments isométriques.
- 10- La mesure d'un angle inscrit est égale à la demi-mesure de l'arc intercepté.
- 11- La mesure d'un angle dont le sommet est à l'intérieur d'un cercle est égale à la demi-somme des mesures des arcs interceptés par les côtés de l'angle et de leurs prolongements.
- 12- La mesure d'un angle dont le sommet est à l'extérieur du cercle est égale à la valeur absolue de la demi-différence des mesures en degrés des arcs interceptés par ses côtés.
- 13- Le rapport des circonférences et celui des rayons de deux cercles forment une proportion.
- 14- Le rapport des aires et celui du carré des rayons respectifs forment une proportion.
- 15- Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° mesure la moitié de l'hypoténuse.

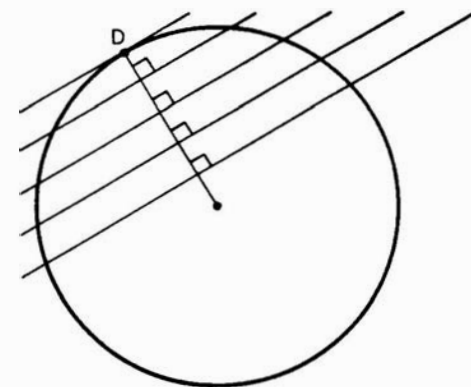
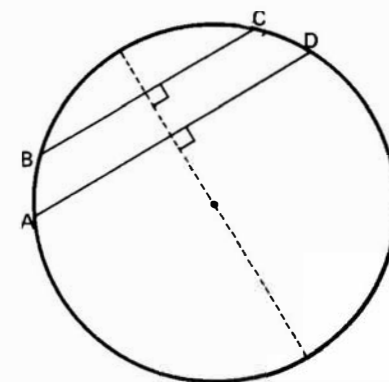
- 16- Dans un triangle rectangle, la hauteur relative à l'hypoténuse détermine des triangles semblables au premier.
- 17- Dans un triangle rectangle, un côté de l'angle droit est moyen proportionnel entre sa projection sur l'hypoténuse et l'hypoténuse entière.
- 18- Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse égale la somme des carrés des côtés de l'angle droit.
- 19- Dans un triangle rectangle, la hauteur relative à l'hypoténuse est moyenne proportionnelle entre les deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.

ENRICHISSEMENT: - DEMONTRER des théorèmes ou corollaires découlant des relations dans le cercle ou dans le triangle rectangle.

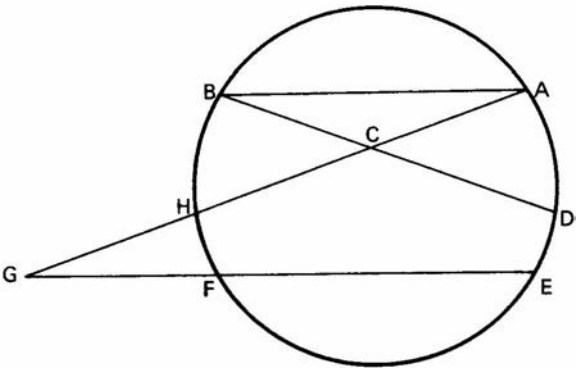
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.1 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations entre divers arcs ou cordes dans un cercle.	V	<ul style="list-style-type: none">- Il est souhaitable de faire découvrir à l'élève ces relations à partir de manipulations accompagnées de raisonnements déductifs qui s'appuient sur les rotations ou les réflexions dans le plan.- Voici différentes mises en situations et l'énoncé des relations que l'élève devrait découvrir.<ul style="list-style-type: none">- Plusieurs cordes sont tracées dans un cercle et on y indique les distances de celles-ci au centre du cercle. <p>En faisant effectuer les rotations appropriées, l'élève devrait découvrir que:</p> <p>"Deux cordes d'un cercle situées à une même distance du centre, sont congruentes."</p>  <p>The diagram shows a circle with its center. Three chords are drawn. Dashed lines represent the perpendicular distances from the center to each chord. The top chord is 1,2 cm from the center. The bottom chord is also 1,2 cm from the center. The middle chord is 0,2 cm from the center. Right-angle symbols are shown at the intersection of each dashed line and its corresponding chord.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.1 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations entre divers arcs ou cordes dans un cercle (suite).	V	<p>- Des arcs congruents sont tracés sur un cercle. Certaines rotations amèneront l'élève à conclure que:</p> <p>"Dans un cercle, des arcs congruents déterminent des cordes congruentes."</p>  <p>- Dans un cercle, un rayon est perpendiculaire à une corde. Le prolongement du rayon fournit l'axe de symétrie du cercle. L'élève pourra alors déterminer la <u>réflexion</u> qui applique tout point de \overline{AB} sur \overline{CD}: et B est donc un point milieu. L'élève pourra conclure que:</p> <p>"Dans un cercle, tout rayon perpendiculaire à une corde partage celle-ci en deux segments congruents."</p>  <p>Il est également possible de montrer que</p> <p>"Dans un cercle, tout rayon perpendiculaire à une corde partage l'arc sous-tendu en deux arcs congruents."</p>

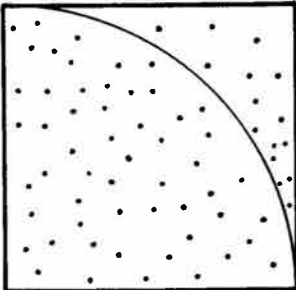
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.1 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations entre divers arcs ou cordes dans un cercle (suite).</p>	<p>V</p>	<p>Enfin, comme le diamètre est une corde passant par le centre du cercle et qu'il est également un segment de l'axe de symétrie, l'élève conclura que:</p> <p>"Toute médiatrice à une corde détermine un diamètre".</p> <p>- Que provoque dans un cercle, la création de deux cordes parallèles? En construisant une médiatrice à ces cordes, l'élève détermine un axe de symétrie et une réflexion définie qui applique \widehat{AB} sur \widehat{CD}. Il est alors permis de conclure que:</p> <p>"Les arcs compris entre deux cordes parallèles sont congrus".</p> <p>- Demander à l'élève de tracer plusieurs droites perpendiculaires à un rayon et lui faire observer le cas particulier de la droite qui ne touche au cercle qu'en un seul point (la tangente).</p> <p>Faire observer à l'élève l'effet d'une translation qui affecte une sécante perpendiculaire au rayon en éloignant celle-ci du centre du cercle de façon que sa position finale soit à l'extrémité du rayon.</p>



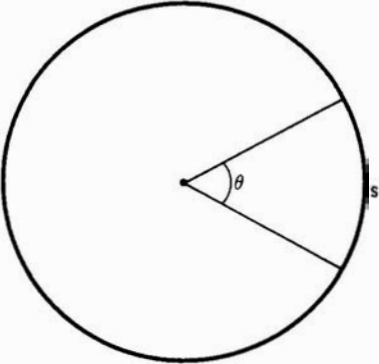
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.1 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations entre divers arcs ou cordes dans un cercle (suite).	V	<p>Le mouvement de translation permet de constater que les points d'intersection avec le cercle se rapprochent de plus en plus et qu'ils coïncident lorsque la sécante est à l'extrémité du rayon.</p> <p>L'élève devrait être en mesure d'établir la relation qui existe entre la tangente et le rayon qui aboutit au point de tangence:</p> <p>"Toute tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon qui aboutit au point de tangence".</p> <p>- La recherche de ces relations peut s'effectuer en utilisant le papier calque pour faciliter les rotations et le pliage pour effectuer les réflexions.</p>
2.5.2 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques dans un cercle.	V	<p>- Présenter à l'élève les différents types d'angles par rapport au cercle:</p> <ul style="list-style-type: none">- angle au centre,- angle inscrit,- angle dont le sommet n'est ni au centre ni sur le cercle. <p>- Avant de débiter la recherche de relations, il faut établir que:</p> <p>"La mesure d'un angle au centre est égale à la mesure de l'arc intercepté".</p> <p>- L'élève devrait être amené à découvrir les différentes relations:</p> <ul style="list-style-type: none">- en prenant la mesure des arcs et des angles;

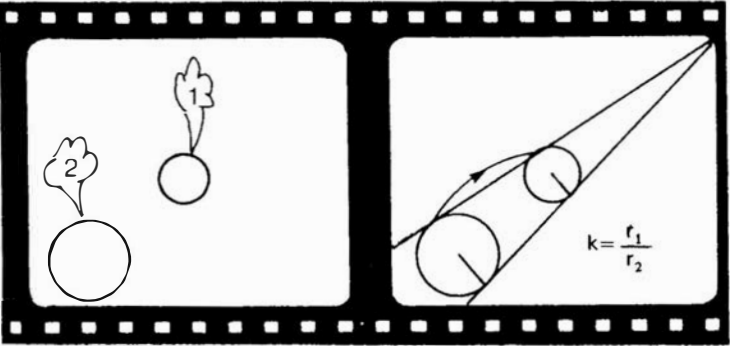
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.2 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques dans un cercle (suite).</p>	<p>V</p>	<p>- en comparant ces différentes mesures; - en tentant d'induire les différentes relations à partir de multiples observations. Ces relations décrivent les invariants.</p> <p>- Soient le cercle et les angles représentés dans le graphique ci-contre. L'élève devra dégager les trois relations suivantes:</p> <p>"La mesure d'un angle inscrit est égale à la demi-mesure de l'arc intercepté".</p> $m \angle B = \frac{m \widehat{AD}}{2}$ <p>"La mesure d'un angle dont le sommet est à l'intérieur d'un cercle est égale à la demi-somme des mesures des arcs interceptés par les côtés de l'angle et de leurs prolongements".</p> $m \angle ACD = \frac{m \widehat{BH} + m \widehat{AD}}{2}$ <p>"La mesure d'un angle dont le sommet est à l'extérieur du cercle est égale à la valeur absolue de la demi-différence des mesures des arcs interceptés par ses côtés".</p> $m \angle G = \left \frac{m \widehat{AE} - m \widehat{HF}}{2} \right $ 

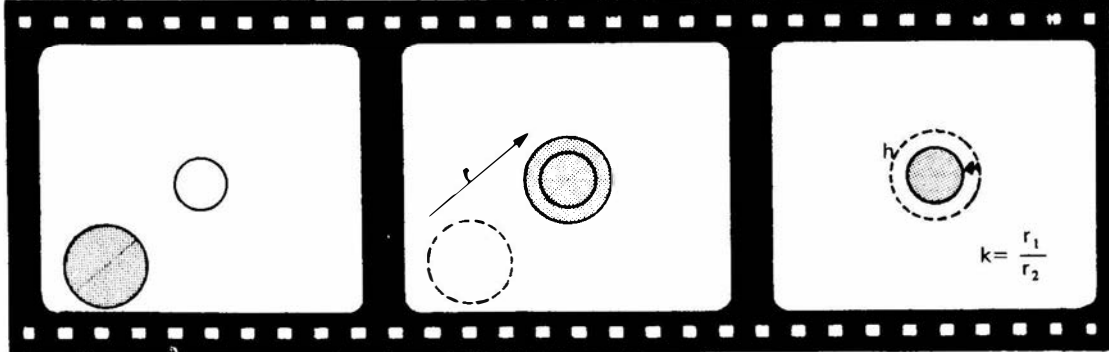
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.2 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques dans un cercle (suite).</p>	<p>V</p>	<p>- En inscrivant un triangle rectangle dans un cercle, l'élève pourrait être amené à vérifier l'énoncé:</p> <p style="padding-left: 40px;">"Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle de 30° mesure la moitié de l'hypoténuse".</p> <p>- Faire découvrir à l'élève que pour un triangle rectangle inscrit dans un cercle, l'hypoténuse du triangle est toujours un diamètre.</p> <p>- Au premier cycle du secondaire, l'élève a établi les relations:</p> <p style="padding-left: 40px;">$C = \pi d$ ou $C = 2\pi r$ $A = \pi r^2$</p> <p>où: C indique la circonférence du cercle, d indique la mesure du diamètre, r indique la mesure du rayon, A indique l'aire du disque, π égale 3,141 592 653 ...</p> <p>- Une activité intéressante serait de rechercher la valeur de π à l'aide d'un nuage de points répartis aléatoirement sur un carré dont le côté égale celui du rayon.</p> <p>Il est alors possible d'établir le rapport k obtenu en effectuant le quotient du nombre de points répartis sur le secteur circulaire par le nombre de points répartis sur la surface totale du carré:</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.2 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques dans un cercle (suite).</p>	V	<p style="text-align: center;"> $k = \frac{\text{nombre de points du nuage sur la surface du secteur circulaire}}{\text{nombre de points du nuage sur la surface du carré}}$ </p> <p>La comparaison des aires permet d'écrire:</p> $k = \frac{A_1}{A_2}$ <p>où A_1 est l'aire du secteur circulaire, A_2 est l'aire du carré,</p> <p>et comme: $A_1 = \frac{\pi r^2}{4}$ et $A_2 = r^2$</p> <p>il est possible d'écrire:</p> $k = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{\pi r^2}{4}}{r^2} = \frac{\pi}{4}$ <p>et de conclure théoriquement que $\pi = 4k$. En pratique, plus le nombre de points du nuage sera grand, plus la valeur de $4k$ tendra vers π.</p> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  </div>

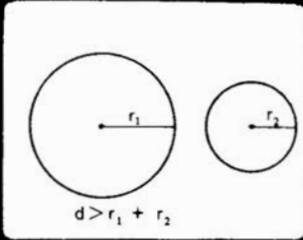
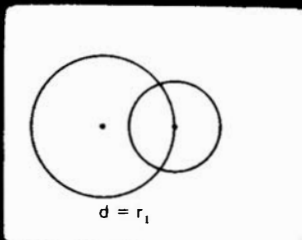
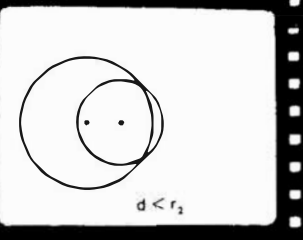
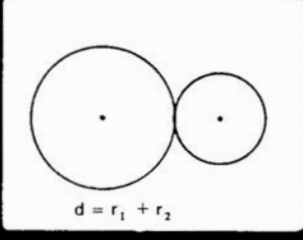
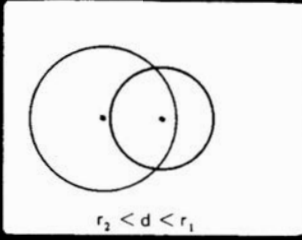
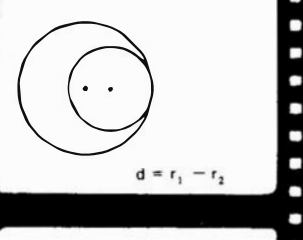
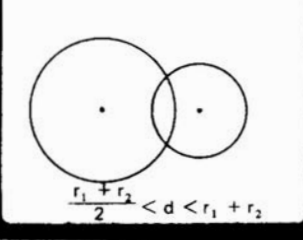
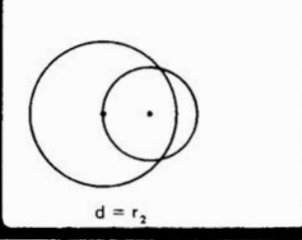

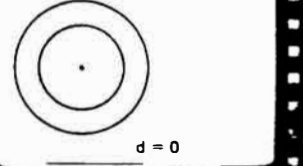
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.2 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques dans un cercle (suite).	V	<p>- Il est important de bien faire remarquer à l'élève que π est un nombre réel non périodique illimité et qu'il ne faut pas confondre π, 3,1416 et $\frac{22}{7}$ car: $\pi < 3,1416 < \frac{22}{7}$.</p> <p>- Il peut être intéressant de demander aux élèves de concevoir un programme qui permette de simuler la démarche qui vient d'être exposée. Certaines notions en géométrie analytique sont indispensables; l'une de celle-ci est que l'équation associée à un cercle centrée à l'origine est de la forme $x^2 + y^2 = r^2$. Voici quelques éléments d'une solution possible.</p> <ol style="list-style-type: none">1- Utiliser un "générateur" de nombres aléatoires et respecter les deux conditions: $0 \leq x \leq 1$$0 \leq y \leq 1$2- Compter le nombre de couples (x, y) respectant ces deux contraintes et placer cette valeur dans la variable A.3- Compter le nombre de couples (x, y) respectant la condition $x^2 + y^2 \leq 1$ et placer cette valeur dans la variable B.4- Evaluer l'expression $4 \frac{B}{A}$.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.2 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques dans un cercle (suite).</p>	<p>V</p>	<p>L'élève constatera que plus la valeur de A est grande, plus $4 \frac{B}{A}$ tend vers π.</p> <p>- Une autre relation intéressante est le lien entre la mesure d'un angle au centre en degrés et celle de l'arc intercepté en unités de longueur.</p> <p>Le postulat retenu au début du commentaire sur cet objectif permet d'affirmer que:</p> $\frac{\theta}{360^\circ} = \frac{\text{mesure (en degrés) de l'arc } s}{\text{mesure (en degrés) du cercle } c}$ <p>et comme il est possible d'écrire:</p> $\frac{\text{mesure (en unités de longueur) de l'arc } s}{\text{mesure (en unités de longueur) du cercle } c} = \frac{\text{mesure (en degrés) de l'arc } s}{\text{mesure (en degrés) du cercle } c}$ 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.2 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques dans un cercle (suite).</p>	<p>V</p>	<p>d'où: $\frac{s}{c} = \frac{\theta}{360^\circ}$</p> <p>$s = \frac{c\theta}{360^\circ}$</p> <p>$s = \frac{2\pi r\theta}{360^\circ}$</p>
<p>2.5.3 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques entre deux cercles.</p>	<p>V</p>	<p>- Soient les cercles ① et ② suivants. Il existe une homothétie qui applique le cercle ② sur le cercle ① et dont le rapport d'homothétie (de similitude) est donné par $\frac{r_1}{r_2}$</p> 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.3 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques entre deux cercles (suite).</p>	<p>V</p>	<p>- Pour certains élèves, ce rapport $\frac{r_1}{r_2}$ n'est peut-être pas évident; la composée d'une translation et d'une homothétie peut faciliter l'établissement de ce rapport.</p>  <p>- Ce rapport de similitude étant établi, il est facile de dégager les proportions suivantes:</p> $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{C_1}{C_2}$ <p>et:</p> $\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{A_1}{A_2}$ <p>Il est alors possible d'établir que:</p>

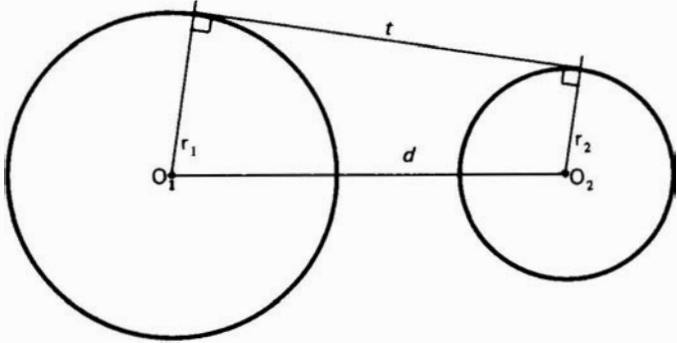
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.3 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques entre deux cercles (suite).	V	<p>"Deux circonférences sont entre elles comme le rapport des rayons des cercles respectifs".</p> $\frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2}$ <p>"Le rapport des aires et celui du carré des rayons respectifs forment une proportion."</p> $\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ <p>- Il est peut-être intéressant et utile de découvrir d'autres relations métriques en considérant deux cercles et leurs positions relatives:</p>

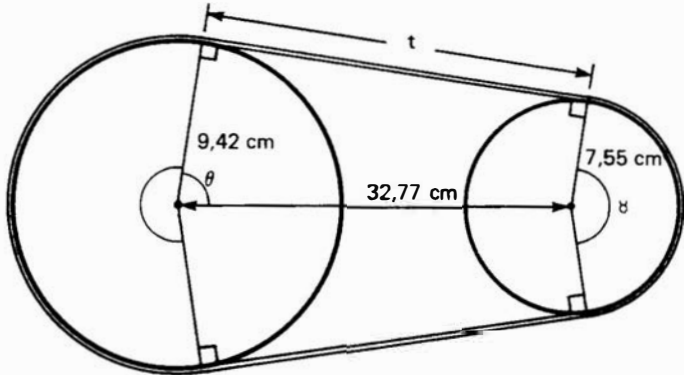
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.3 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques entre deux cercles (suite).</p>	<p>V</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: 30%;">  <p style="text-align: center;">$d > r_1 + r_2$</p> </div> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: 30%;">  <p style="text-align: center;">$d = r_1$</p> </div> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: 30%;">  <p style="text-align: center;">$d < r_2$</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: 30%;">  <p style="text-align: center;">$d = r_1 + r_2$</p> </div> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: 30%;">  <p style="text-align: center;">$r_2 < d < r_1$</p> </div> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: 30%;">  <p style="text-align: center;">$d = r_1 - r_2$</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: 30%;">  <p style="text-align: center;">$\frac{r_1 + r_2}{2} < d < r_1 + r_2$</p> </div> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: 30%;">  <p style="text-align: center;">$d = r_2$</p> </div> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: 30%;">  <p style="text-align: center;">$d < r_1 - r_2$</p> </div> </div> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; width: 30%; margin-top: 10px;">  <p style="text-align: center;">$d = 0$</p> </div>

r_1 et r_2 sont respectivement rayon du grand et du petit cercles;

d est la distance entre les centres des deux cercles.

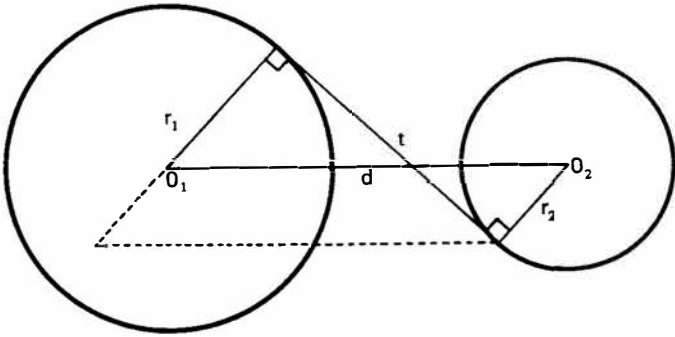
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.3 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques entre deux cercles (suite).</p>	<p>V</p>	<p>- Voici un exemple.</p> <p>Les dents de deux roues d'engrenage ont une distance de 1 cm entre leurs crêtes et un creux de 0,85 cm. Si l'une d'elles possède 58 dents et que l'autre en a 125 et si un jeu de 5 mm est nécessaire pour minimiser le frottement, quelle devra être la distance entre le centre de ces deux roues? (Réponse: 28,33 cm)</p> <p>Différentes techniques de résolution de problèmes peuvent être employées pour rechercher le modèle mathématique qui permettrait de résoudre ce problème.</p> <p>Le modèle le plus général qui permet de résoudre ce problème est donné par</p> $e = \frac{d(n_1 + n_2)}{2\pi} - c + j$ <p>où:</p> <ul style="list-style-type: none"> e est la distance entre les centres des deux roues, d est la distance entre deux crêtes adjacentes, n_1 le nombre de dents de la première roue, n_2 le nombre de dents de la seconde roue, c les distances entre la crête et le creux d'une dent, j l'ajustement. <p>Ce modèle permet de faire varier tous les paramètres du problème. Ce</p>

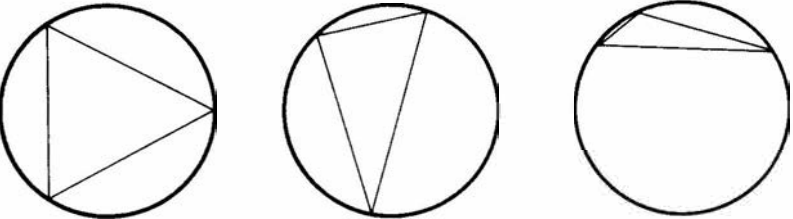
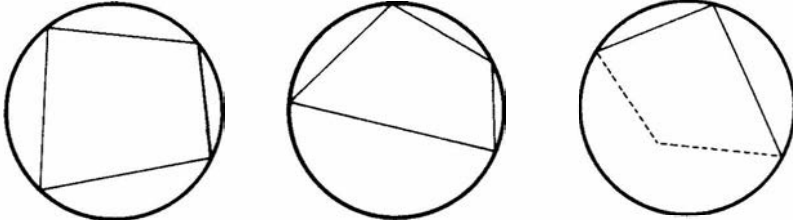
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.3 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques entre deux cercles (suite).	V	<p>problème peut cependant se résoudre sans que l'élève arrive à un tel degré de généralisation. Comme enrichissement, on peut cependant demander à certains élèves d'y tendre. L'ordinateur pourrait être un précieux outil pour faire des simulations à l'aide de ce modèle.</p> <p>- Une autre relation métrique qui possède de multiples applications dans l'industrie, est celle de la longueur du segment déterminé sur une tangente commune à deux cercles dont on connaît les rayons respectifs et la distance entre les centres.</p>  <p>L'élève pourra être amené à découvrir que:</p> $t = \sqrt{d^2 - (r_1 - r_2)^2}$

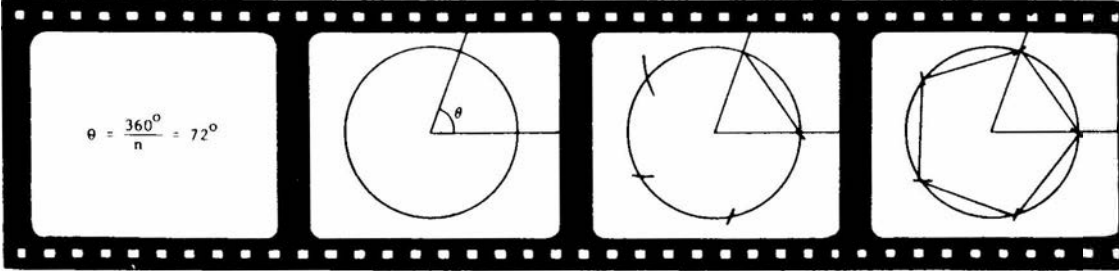
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.3 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques entre deux cercles (suite).</p>	<p>V</p>	<p>où: t est la longueur du segment joignant les 2 points de tangence; d est la distance entre les deux centres; r_1 est le rayon du grand cercle; r_2 est le rayon du petit cercle.</p> <p>- ENRICHISSEMENT: - Quelle doit être la longueur maximale d'une courroie reliant deux poulies dont les centres sont distants de 32,77 cm si celles-ci ont 7,53 cm et 9,42 cm de rayon et si un jeu de 1,75% est nécessaire à la courroie afin de permettre un rendement maximal du couple de forces.</p> <p>La représentation graphique pourrait être la suivante:</p> 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.3 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques entre deux cercles (suite).</p>	<p>V</p>	<p>où: t représente la longueur de la courroie entre les deux points de tangence; c représente la longueur totale de la courroie; $d = 32,77$ cm $r_1 = 9,42$ cm $r_2 = 7,53$ cm</p> <p>Les différentes étapes permettant d'élaborer le modèle mathématique seront:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $t = \sqrt{d^2 - (r_1 - r_2)^2}$ 2. $\cos \theta = \frac{r_1 - r_2}{d} \Rightarrow \theta = \left(\arccos \frac{r_1 - r_2}{d} \right)^\circ$ 3. $\beta = 360^\circ - 2\theta$ $= 360^\circ - 2 \left(\arccos \frac{r_1 - r_2}{d} \right)^\circ$ 4. $\gamma = 2\theta$ $= 2 \left(\arccos \frac{r_1 - r_2}{d} \right)^\circ$

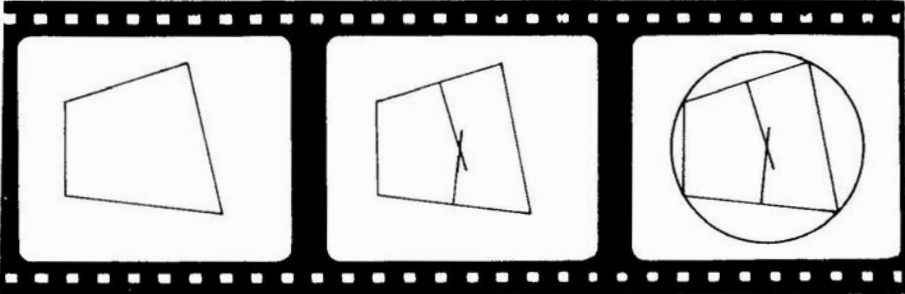
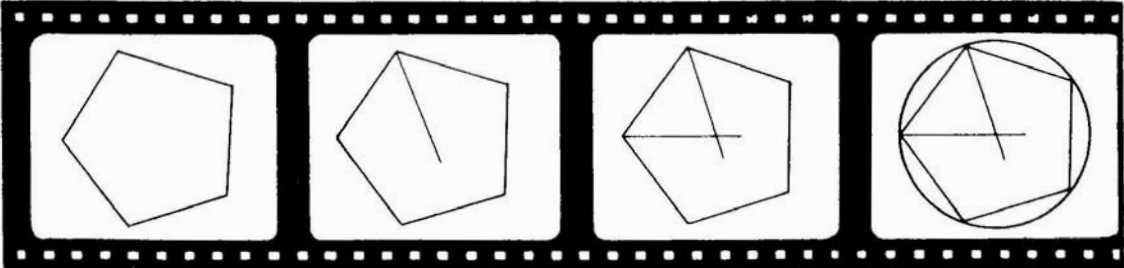
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.3 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques entre deux cercles (suite).</p>	V	<p>5. $s_1 = \frac{2\pi r_1 \beta}{360^\circ}$</p> $= \frac{2\pi r_1 \left(360^\circ - 2 \left(\arccos \frac{r_1 - r_2}{d} \right)^\circ \right)}{360^\circ}$ $= \frac{180\pi r_1 - \pi r_1 \left(\arccos \frac{r_1 - r_2}{d} \right)}{90}$ <p>6. $s_2 = \frac{2\pi r_2 \gamma}{360^\circ}$</p> $= \frac{2\pi r_2 \times 2 \left(\arccos \frac{r_1 - r_2}{d} \right)^\circ}{360^\circ}$ $= \frac{\pi r_2 \arccos \frac{r_1 - r_2}{d}}{90}$ <p>7. $c = 1,0175(2t + s_1 + s_2)$</p> $= 1,0175 \left(2\sqrt{d^2 - (r_1 - r_2)^2} \times \frac{\pi \left(180r_1 - \arccos \frac{r_1 - r_2}{d} \times (r_1 - r_2) \right)}{90} \right)$

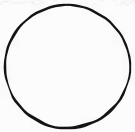
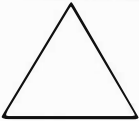



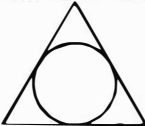
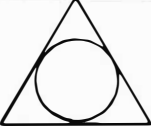

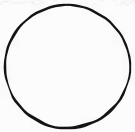
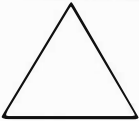



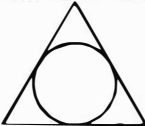
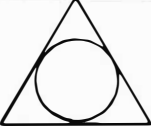

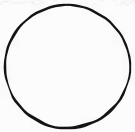
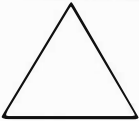



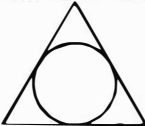
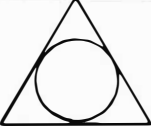

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.3 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques entre deux cercles (suite).</p>	V	<p>Le modèle mathématique associé à cette situation serait:</p> $c = 1,0175 \left(2\sqrt{d^2 - (r_1 - r_2)^2} + \frac{\pi \left(180r_1 - \arccos\left(\frac{r_1 - r_2}{d}\right) \times (r_1 - r_2) \right)}{90} \right)$ <p>et appliqué au problème ci-haut, il permet de découvrir que la courroie aura une longueur maximale de 120,979764 cm.</p> <ul style="list-style-type: none"> - La calculatrice pourrait être utilisée avantageusement pour résoudre un tel problème. - L'élève pourrait être amené à rechercher la longueur du segment tangentiel à deux cercles placés dans la position suivante: <div style="text-align: center;">  </div> <p>Il découvrira que cette longueur égale</p> $\sqrt{d^2 - (r_1 + r_2)^2}$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.4 INSCRIRE un polygone dans un cercle.	V	<ul style="list-style-type: none">- Inscrire un polygone dans un cercle, c'est tracer ce polygone de façon à ce que ses sommets soient sur le cercle.- Faire remarquer à l'élève que:<ul style="list-style-type: none">- tout triangle est inscriptible car il est toujours possible de faire passer un cercle par tout triplet de points non colinéaires; <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"></div> <ul style="list-style-type: none">- tout quadrilatère dont les angles opposés sont supplémentaires, est inscriptible. <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"></div>

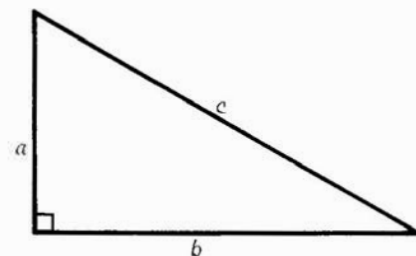
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.4 INSCRIRE un polygone dans un cercle (suite).	V	<p>- Il est possible d'inscrire un polygone régulier en s'aidant du rapporteur d'angles et du compas.</p> <p>Si n indique le nombre de côtés de ce polygone régulier, il s'agit de déterminer la valeur d'un angle au centre θ à l'aide de la formule:</p> $\theta = \frac{360^{\circ}}{n}$ <p>de tracer cet angle au centre, et de reporter sur le cercle n fois la corde déterminée par l'arc intercepté par l'angle au centre.</p> <p>Ainsi le film ci-dessous présente la technique pour construire un pentagone.</p>  <p>Cette technique s'inspire de l'effet que provoqueraient 4 rotations successives de 72° afin de déplacer le segment de la troisième figure.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.4 INSCRIRE un polygone dans un cercle (suite).	V	<p>Si l'angle au centre est déterminé d'une façon imprécise, cette technique cumulera les imprécisions. Afin de minimiser cet inconvénient, il est possible de reporter $\left[\frac{n}{2} \right]$ cordes dans le sens des aiguilles d'une montre et $\left[\frac{n}{2} - 1 \right]$ cordes à partir de l'autre extrémité de l'arc initial en se déplaçant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.</p> <p>Remarque: $[x]$ signifie la valeur entière de x; ainsi $\left[\frac{5}{2} \right] = [2,5] = 2$ et $\left[\frac{5}{2} - 1 \right] = [2,5 - 1] = [1,5] = 1$</p> <ul style="list-style-type: none">- Faire observer à l'élève qu'il est toujours possible de circonscrire un cercle à un triangle donné car par 3 points non colinéaires, on peut faire passer un et un seul cercle.- De plus, il est possible de circonscrire un cercle à tout quadrilatère dont les angles opposés sont supplémentaires.- L'illustration qui suit présente une façon de circonscrire un cercle à un polygone (quadrilatère dont les angles opposés sont supplémentaires). Pour y arriver, il suffit de localiser le point d'intersection des médiatrices de deux côtés consécutifs; la distance entre ce point et l'un des sommets du polygone détermine le rayon du cercle; il ne reste plus qu'à tracer ce cercle.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.4 INSCRIRE un polygone dans un cercle (suite).	V	 <p data-bbox="706 688 1804 812">- Faire remarquer à l'élève que tous les polygones réguliers peuvent être circonscrits à un cercle et que la technique décrite ci-haut peut être utilisée.</p> <p data-bbox="706 844 1860 1062">- Le film ci-dessous présente un autre procédé. Il est possible de circonscrire un cercle au polygone en traçant les bissectrices de deux angles consécutifs de ce polygone; le rayon est déterminé par la distance qui sépare le point d'intersection des bissectrices et d'un sommet; il ne reste plus qu'à tracer le cercle.</p> 

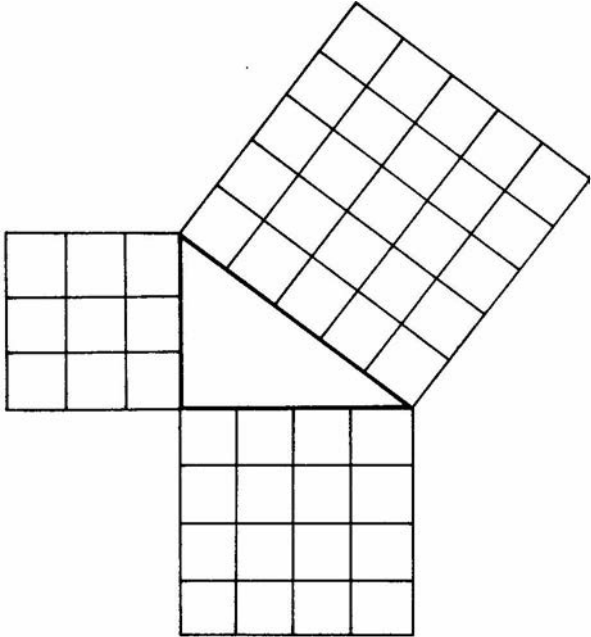
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																			
2.5.4 INSCRIRE un polygone dans un cercle (suite).	V	<p>- Le tableau suivant donne l'interprétation associée à certains énoncés.</p> <table border="1" data-bbox="878 526 1883 971"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Situations</th> <th colspan="2">Inscrire</th> <th colspan="2">Circonscrire</th> </tr> <tr> <th>un triangle dans un cercle</th> <th>un cercle dans un triangle</th> <th>un triangle à un cercle</th> <th>un cercle à un triangle</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Etat initial</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Etat final</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Situations	Inscrire		Circonscrire		un triangle dans un cercle	un cercle dans un triangle	un triangle à un cercle	un cercle à un triangle	Etat initial					Etat final				
Situations	Inscrire			Circonscrire																	
	un triangle dans un cercle	un cercle dans un triangle	un triangle à un cercle	un cercle à un triangle																	
Etat initial																					
Etat final																					
2.5.5 APPLIQUER la relation de Pythagore.	III	<p>- Comme enrichissement à l'objectif 5.4.5 au premier cycle du secondaire, l'élève a peut être eu l'occasion de vérifier l'énoncé de ce théorème.</p> <p>- La relation de Pythagore peut s'énoncer ainsi:</p> <p style="padding-left: 40px;">"Dans un triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse égale la somme des carrés des mesures des autres côtés".</p>																			

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.5 APPLIQUER la relation de Pythagore (suite).	III	<p>Soit le triangle rectangle ci-contre.</p> <p>Il est alors possible d'écrire:</p> $a^2 + b^2 = c^2$ <p>et de vérifier sur des cas particuliers l'exactitude de cette relation.</p> <p>- L'élève pourrait être amené à rechercher des triplets de nombres qui vérifient la relation de Pythagore en utilisant la séquence suivante</p> $a \quad \boxed{x^2} \quad \boxed{+} \quad b \quad \boxed{x^2} \quad \boxed{=} \quad \boxed{\sqrt{\quad}}$ <p>et vérifier si le résultat est entier. On peut alors demander aux élèves de trouver <u>des triplets</u> de nombres de Pythagore. Ceux-ci auront la forme $(a, b, \sqrt{a^2 + b^2})$ avec $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}$ et $\sqrt{a^2 + b^2} \in \mathbb{N}$.</p> <p>- Voici une autre façon de rechercher des triplets de Pythagore mais d'une façon plus systématique.</p> <p>Si m et n sont deux nombres naturels non-nuls avec $m > n$, il est possible de retrouver un grand nombre de triplets de Pythagore; ce triplet aura la forme $(m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2)$. En effet, la relation de Pythagore s'applique:</p>

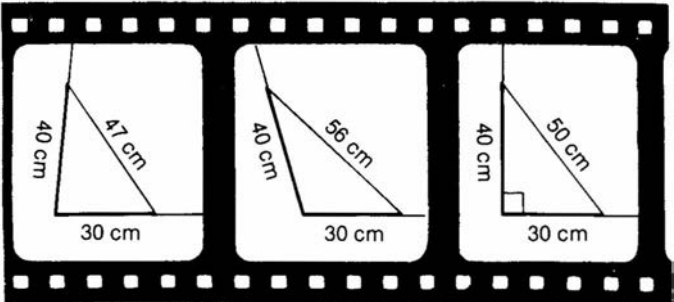


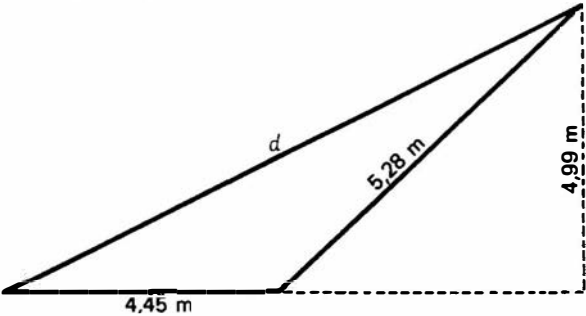
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.5 APPLIQUER la relation de Pythagore (suite).	III	$a^2 + b^2 = c^2$ $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2$ $= m^4 + 2m^2n^2 + n^4$ $= m^4 + m^2n^2 + m^2n^2 + n^4$ $= m^2(m^2 + n^2) + n^2(m^2 + n^2)$ $= (m^2 + n^2)(m^2 + n^2)$ $= (m^2 + n^2)^2$ <p>Les trois nombres $m^2 - n^2$, $2mn$ et $m^2 + n^2$ sont appelés des nombres pythagoriciens.</p> <p>- L'élève pourrait être invité à se construire un programme d'ordinateur qui lui permettrait de vérifier ce tableau et de rechercher d'autres nombres pythagoriciens.</p>

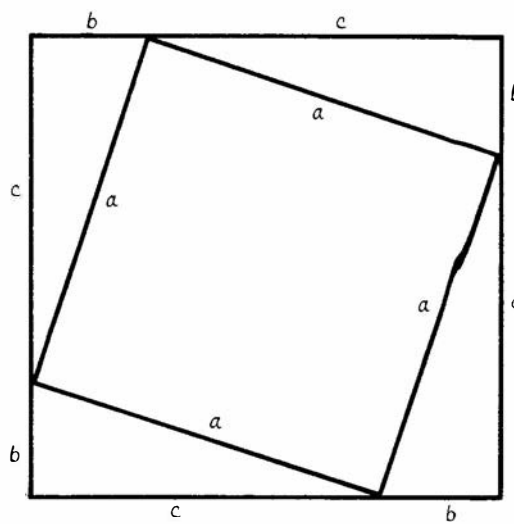
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																												
2.5.5 APPLIQUER la relation de Pythagore (suite).	III	<table border="1" data-bbox="996 439 1427 1004"> <thead> <tr> <th>m</th> <th>n</th> <th>$m^2 - n^2$</th> <th>$2mn$</th> <th>$m^2 + n^2$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>8</td><td>6</td><td>10</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>5</td><td>12</td><td>13</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>15</td><td>8</td><td>17</td></tr> <tr><td>4</td><td>2</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>7</td><td>24</td><td>25</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>24</td><td>10</td><td>26</td></tr> <tr><td>5</td><td>2</td><td>21</td><td>20</td><td>29</td></tr> <tr><td>5</td><td>3</td><td>16</td><td>30</td><td>34</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>9</td><td>40</td><td>41</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>35</td><td>12</td><td>37</td></tr> </tbody> </table> <p data-bbox="696 1053 1881 1186">- Il est possible de retrouver dans <u>The Pythagorean Proposition</u>, 2^e édition, 1968, de Elisha Scott, une série de 367 démonstrations différentes du théorème de Pythagore.</p>	m	n	$m^2 - n^2$	$2mn$	$m^2 + n^2$	2	1	3	4	5	3	1	8	6	10	3	2	5	12	13	4	1	15	8	17	4	2	12	16	20	4	3	7	24	25	5	1	24	10	26	5	2	21	20	29	5	3	16	30	34	5	4	9	40	41	6	1	35	12	37
m	n	$m^2 - n^2$	$2mn$	$m^2 + n^2$																																																										
2	1	3	4	5																																																										
3	1	8	6	10																																																										
3	2	5	12	13																																																										
4	1	15	8	17																																																										
4	2	12	16	20																																																										
4	3	7	24	25																																																										
5	1	24	10	26																																																										
5	2	21	20	29																																																										
5	3	16	30	34																																																										
5	4	9	40	41																																																										
6	1	35	12	37																																																										

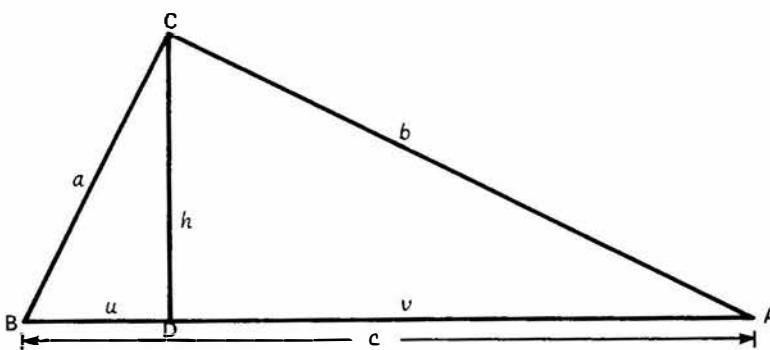
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.5 APPLIQUER la relation de Pythagore (suite).	III	<p data-bbox="789 440 1790 513">- La construction suivante permet de visualiser la relation de Pythagore.</p>  <p data-bbox="789 1224 1958 1398">- Cette relation sera éventuellement démontrée en cinquième secondaire, mais à cause de son importance dans la solution de problèmes géométriques, il convient que l'élève de troisième secondaire la connaisse et l'applique.</p>

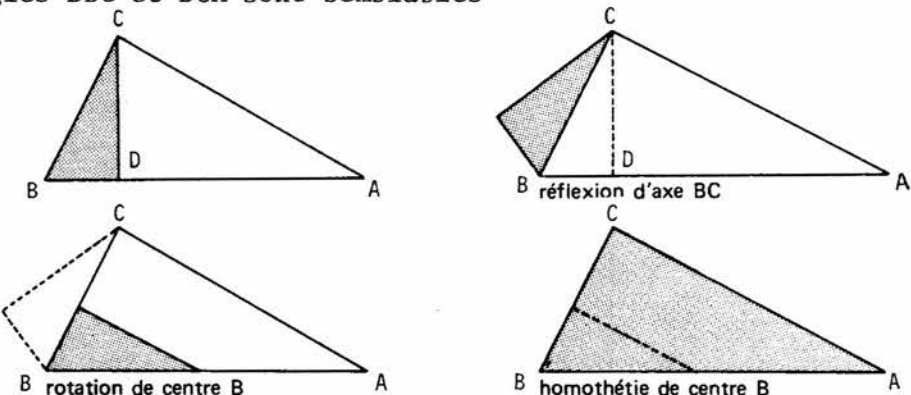
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.5 APPLIQUER la relation de Pythagore (suite).	III	<p>- Cette relation de Pythagore peut servir à construire des angles droits à l'aide d'une règle et d'un compas.</p> <p>- Certaines situations exigent la vérification d'un angle de 90° (exemple: le coin d'une pièce). Pour y arriver, on peut utiliser</p> <ul style="list-style-type: none">- un galon à mesurer,- une corde dont le coefficient d'élasticité est très faible,- une règle, <p>ainsi que le triplet de Pythagore (3, 4, 5) ou de l'un de ses multiples comme par exemple les mesures: 30 cm, 40 cm et 50 cm.</p> <p>En partant du coin à vérifier, placer une marque à 30 cm sur le premier mur et à 40 cm sur le second. Si la distance entre ces deux repères est de 50 cm, l'angle est bien droit car il permet la construction d'un triangle qui respecte la relation de Pythagore</p> $a^2 + b^2 = c^2$ $30^2 + 40^2 = 50^2$ $900 + 1600 = 2500$ $2500 = 2500$

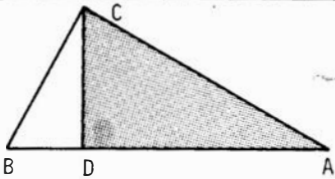
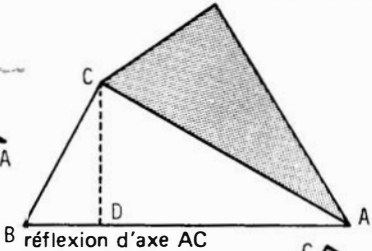
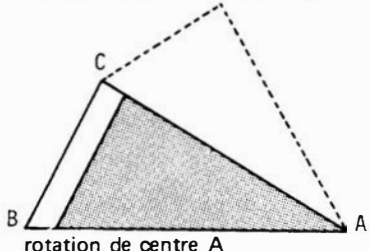
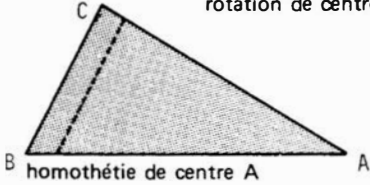
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.5 APPLIQUER la relation de Pythagore (suite).	III	 <ul style="list-style-type: none">- En menuiserie, cette relation trouve également de multiples applications:<ul style="list-style-type: none">- on l'utilise pour déterminer la position d'un mur à l'intérieur d'une maison en construction, tout en s'assurant que les angles seront de 90°;- le menuisier applique cette relation lorsqu'il a besoin de se construire une équerre à l'aide de madriers;- etc.- En pratique, plus les longueurs utilisées seront grandes, plus la probabilité d'obtenir un angle de 90° augmente.- L'enseignement de cette notion devrait se faire avec un souci particulier d'applications dans des situations familières:

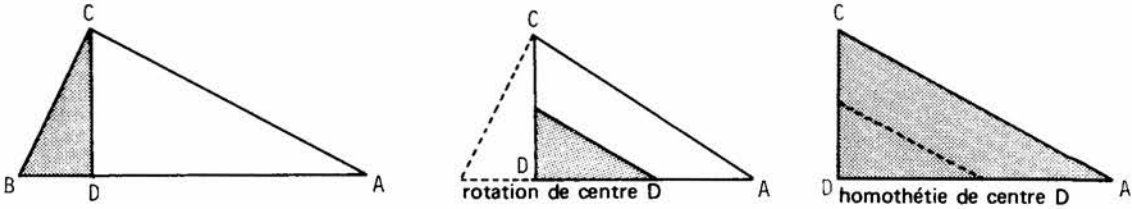
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.5 APPLIQUER la relation de Pythagore (suite).	III	<ul style="list-style-type: none">- comment s'assurer d'avoir un angle de 90° dans la taille d'une tapisserie, d'un prélat ou d'un tapis;- comment obtenir des angles de 90° lors de la fabrication d'un cadre;- etc. <p>Exemple 1: Peut-on faire passer une boîte rigide de 2,26 m de haut, 3,20 m de long et 0,18 m d'épaisseur par une porte dont les dimensions sont 2,08 m par 0,85 m?</p> <p>Exemple 2: L'une des structures d'un pont correspond à la représentation suivante</p>  <p>Quelle est la longueur de d?</p> <ul style="list-style-type: none">- Une autre façon de prouver la relation de Pythagore est d'établir une égalité entre l'aire du grand carré et celle de ses composantes.

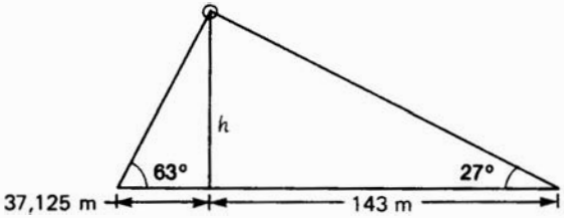
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.5 APPLIQUER la relation de Pythagore (suite).	III	<p>Dans la figure ci-contre, on a :</p> $a^2 + 4 \frac{bc}{2} = (b + c)^2$ $a^2 + 2bc = b^2 + 2bc + c^2$ $a^2 = b^2 + c^2$ <div style="text-align: right;">  </div> <p>- Il pourrait être intéressant de faire découvrir à l'élève que l'aire d'une figure construite sur l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égale à la somme des aires des figures semblables bâties sur les deux autres côtés.</p> <p>- Deux courts programmes BASIC illustrent cette relation.</p> <pre> 10 CLS:PRINT"Ce programme sert à mesurer l'hypoténuse d'un" 20 PRINT"triangle rectangle connaissant les mesures des deux autres côtés." 30 PRINT:INPUT"Ecris les mesures des 2 côtés ";C1,C2 40 H=SQR(C1[2+C2[2]:PRINT 50 PRINT"La longueur de l'hypoténuse est ";H </pre>

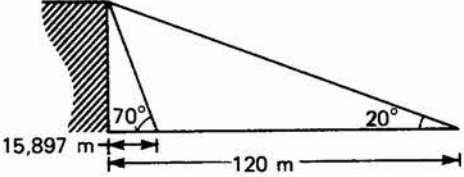
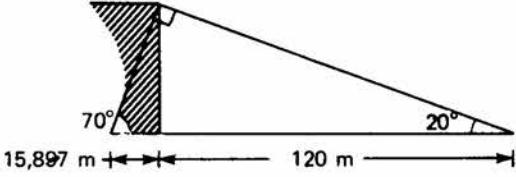
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.5 APPLIQUER la relation de Pythagore (suite).	III	<pre>10 CLS:PRINT"Ce programme sert à mesurer un côté d'un" 20 PRINT"triangle rectangle connaissant les mesures de l'hypoténuse et d'un côté." 30 PRINT:INPUT"Ecris la mesure de l'hypoténuse ";H 40 INPUT"Ecris la mesure du côté ";C2 50 C1=SQR(H[2]-C2[2]):PRINT 60 PRINT"La longueur de l'autre côté est ";C1</pre>
2.5.6 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques relatives à la hauteur dans un triangle rectangle.	V	<p>- Il est possible de déterminer ces relations en considérant l'énoncé suivant:</p> <p style="padding-left: 40px;">"Dans un triangle rectangle, la hauteur relative à l'hypoténuse détermine des triangles semblables au premier".</p> <p>- Soit le triangle rectangle</p>  <p>The diagram shows a right-angled triangle ABC with the right angle at vertex C. A vertical line segment CD is drawn from C to the hypotenuse AB, representing the height. The hypotenuse AB is divided into two segments, u and v, by point D. The total length of the hypotenuse AB is labeled c. The leg BC is labeled a, and the leg AC is labeled b.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.6 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques relatives à la hauteur dans un triangle rectangle (suite).</p>	<p>V</p>	<p>Les triangles BDC et BCA sont semblables</p>  <p>d'où:</p> $\frac{a}{c} = \frac{u}{a}$ $a^2 = uc \quad (1)$ <p>D'autre part, les triangles CDA et BCA sont semblables</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.6 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques relatives à la hauteur dans un triangle rectangle (suite).</p>	<p>V</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;">    </div> <p>d'où:</p> $\frac{b}{c} = \frac{v}{b}$ $b^2 = vc \quad (2)$ <p>Ces deux relations peuvent s'énoncer ainsi:</p> <p>"Dans un triangle rectangle, un côté de l'angle droit est moyen proportionnel entre sa projection sur l'hypoténuse et l'hypoténuse entière".</p> <p>Des relations (1) et (2), on déduit celle de Pythagore.</p> <p>En effet, en additionnant (1) et (2), on obtient:</p> $a^2 + b^2 = uc + vc$ $a^2 + b^2 = c(u + v)$ $a^2 + b^2 = c \cdot c$ $a^2 + b^2 = c^2 \quad (3)$ <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  </div>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.5.6 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques relatives à la hauteur dans un triangle rectangle (suite).</p>	<p>V</p>	<p>Les triangles BDC et CDA sont semblables</p>  <p>d'où:</p> $\frac{h}{v} = \frac{u}{h}$ $h^2 = uv \quad (4)$ <p>Cette relation (4) s'énonce:</p> <p>"Dans un triangle rectangle la hauteur relative à l'hypoténuse est moyenne proportionnelle entre les deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse".</p> <ul style="list-style-type: none"> - Il est important que l'élève découvre ces relations à partir d'une recherche des proportions que permettent d'établir les triangles rectangles semblables. - Ici encore, il serait pertinent d'utiliser des exemples d'applications puisés dans le quotidien de l'élève.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.6 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques relatives à la hauteur dans un triangle rectangle (suite).	V	<p>Voici quelques situations:</p> <p>Exemple 1: "Deux observateurs se font face et regardent un ballon selon des angles d'élévation de 27° et 63°. Quelle est la hauteur du ballon si ces deux observateurs sont respectivement à 143 m et 37,125 m de la verticale du ballon.</p> <p>La situation pourrait se représenter ainsi:</p>  <p>Le triangle déterminé par le ballon et les deux observateurs est rectangle car les angles d'élévation sont complémentaires. Alors:</p> $h^2 = 37,125 \text{ m} \times 143 \text{ m}$ $h = \sqrt{37,125 \text{ m} \times 143 \text{ m}}$ $h = 72,862 \text{ m}$ <p>Le ballon est à une altitude de 72,862 mètres".</p> <p>Exemple 2: "Un observateur veut connaître la hauteur d'un édifice. Sous un premier angle d'élévation de 20°, il est à 120 m de l'édifice tandis que lorsqu'il observe l'édifice sous un angle d'élévation de 70°, il est à</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.5.6 ENONCER les règles intervenant dans des problèmes impliquant des relations métriques relatives à la hauteur dans un triangle rectangle (suite).	V	<p>15,897 m. Avec ces renseignements, peut-il calculer la hauteur de l'édifice sans utiliser les notions de trigonométrie.</p> <p>La situation peut être présentée par:</p>  <p>où, à la suite d'une réflexion, en se servant de la hauteur comme axe de symétrie:</p>  <p>ici encore, le grand triangle ainsi formé est rectangle car les angles de 20° et de 70° sont complémentaires. On établit alors:</p> $h^2 = 120 \text{ m} \times 15,897 \text{ m}$ $h = \sqrt{120 \text{ m} \times 15,897 \text{ m}}$ $h = 43,677 \text{ m}$ <p>La hauteur de l'édifice est de 43,677 mètres.</p>

OBJECTIF TERMINAL NO: 2.6

RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante, sur des solides.

Cet objectif se place dans une ligne de continuité avec l'objectif terminal 5.5 du programme du premier cycle:

"RESOUDRE des problèmes de la vie courante utilisant les unités de mesure de longueur ou de surface".

Le but du présent objectif est de développer chez l'élève une habileté à faire ressortir un certain nombre d'informations numériques obtenues à l'aide du mesurage direct ou indirect et une habileté à découvrir d'autres informations par une utilisation rationnelle des transformations géométriques, des propriétés des figures géométriques, des formules de périmètre, d'aire ou de volume, etc.

Il est important de préciser ici que la démonstration des formules de volume dépasse largement le cadre de cet objectif. Une induction de celles-ci à partir d'expériences concrètes et diversifiées serait suffisante. Ce qu'il faut chercher avant tout à atteindre, c'est que l'élève, à l'aide d'heuristiques variées, soit capable d'appliquer ces formules dans des situations concrètes. Ces situations ne devraient pas faire uniquement appel à des concepts géométriques, mais devraient tenir compte de l'environnement (du contexte); le dernier exemple des commentaires sur l'objectif 2.6.1 illustre bien cette idée. Il ne faut pas oublier que les notions géométriques présentées à l'élève le sont afin de le rendre apte à mieux interpréter le réel. Ce sont avant tout des outils qu'il a avantage à connaître et qu'il trouvera utile de

posséder à un moment ou l'autre de sa vie. Il importe donc de ne pas désincarner les concepts géométriques qui lui seront proposés.

L'usage de la calculatrice permettra à l'élève de se dégager des préoccupations rattachées au calcul numérique et d'accorder une plus grande importance à l'analyse de la situation et au raisonnement sous-jacent.

La mesure occupe une place importante dans l'activité humaine. Son utilisation débouche généralement sur l'évaluation de la longueur d'un segment, sur le calcul de l'aire d'une surface, sur la recherche du volume, d'un espace, etc. Dans les faits, il y a rarement mesure sans référence à des unités conventionnelles; les notes didactiques complémentaires présentent les règles qui régissent l'emploi de ces unités.

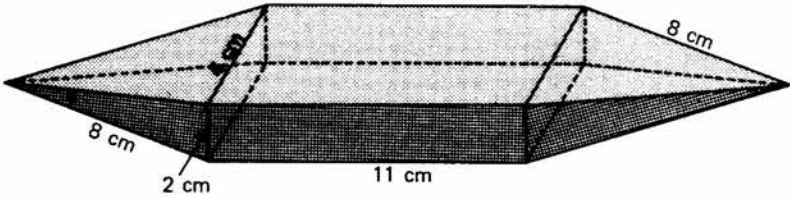

Dans la pratique, comme l'utilisation de formules se situe dans un contexte de recherche d'une inconnue, les autres quantités étant connues, on considérera ces formules comme des équations ou inéquations à une variable; les données étant jugées comme des paramètres dans une situation précise tandis que l'inconnue sera la variable. Si la question posée était de rechercher la hauteur h d'un parallélépipède dont le volume V , la longueur ℓ et la largeur d sont donnés, alors on considère V , ℓ et d comme paramètres et h comme variable. Par la suite, la formule $V = \ell \cdot d \cdot h$ sera considérée comme une équation à une variable.

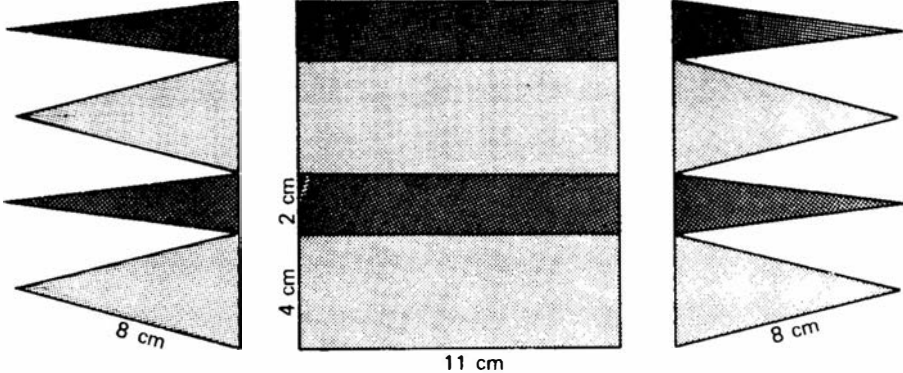
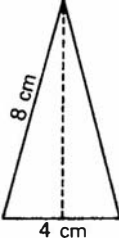
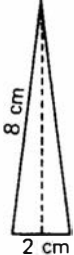
Cet objectif terminal ainsi que les intermédiaires qui le précisent se prêtent bien à un traitement informatique. De telles applications auront un caractère utilitaire dans la mesure où le niveau de généralité du programme élaboré sera assez élevé. Voici, à titre d'exemple, un programme BASIC qui permet de calculer l'aire totale et le volume de n'importe quel prisme triangulaire.

```
10 CLS:PRINT "Ce programme permet de calculer l'aire totale et le"  
20 PRINT "volume d'un prisme rectangulaire à partir de ses"  
30 PRINT "trois dimensions: hauteur, largeur et profondeur."  
40 PRINT:INPUT"Hauteur ";H:INPUT"Largeur ";L  
50 INPUT"Profondeur ";P:PRINT:V=H*L*P:I$="####.##"  
60 AB=2*L*P:AF=2*L*H:AC=2*H*P:A=AB+AF+AC  
70 PRINT "L'aire totale du prisme est ";USING I$;A;:PRINT" unités carrées":PRINT  
80 PRINT "Le volume du prisme est ";USING I$;V;:PRINT" unités cubes":PRINT
```

Un tel programme peut être utilisé pour trouver la solution au problème suivant:

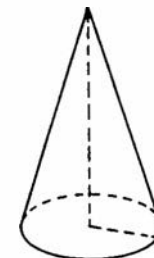
Quel est le volume d'eau d'une piscine rectangulaire de
8,2 mètres de longueur par 4,4 mètres de large si la pro-
fondeur d'eau est constante à 1,34 mètre?

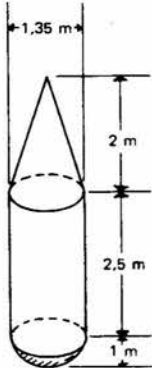
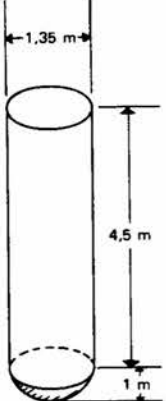
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.1 CALCULER l'aire totale de solides décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères.	III	<ul style="list-style-type: none">- En deuxième secondaire, l'élève a appris à calculer l'aire latérale ou l'aire totale d'un prisme droit ou d'un cylindre droit.- Il s'agit ici d'aborder l'étude d'objets qui peuvent se décomposer en solides simples.- Quelle est l'aire totale de la figure ci-dessous?  <p>Cette figure peut se décomposer ainsi:</p>  <p>On découvre que ce solide est formé de deux pyramides et d'un parallélépipède. En développant chacune de ces 3 composantes, on obtient:</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.1 CALCULER l'aire totale de solides décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).</p>	<p>III</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>En appliquant le théorème de Pythagore, on trouve la hauteur des deux triangles:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  $h = \sqrt{8^2 - 4^2}$ $h = 7,745\ 966\ 692\ \text{cm}$ </div> <div style="text-align: center;">  $h = \sqrt{8^2 - 1^2}$ $h = 7,937\ 253\ 933\ \text{cm}$ </div> </div> <p>et l'aire de ces deux triangles sera:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> $A_1 = 15,491\ 933\ \text{cm}^2$ </div> <div style="text-align: center;"> $A_2 = 7,937\ 253\ 9\ \text{cm}^2$ </div> </div>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.1 CALCULER l'aire totale de solides décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).</p>	<p>III</p>	<p>Comme la décomposition de la figure principale permet de constater l'existence de 4 triangles congrus dans chacun de ces cas, il est possible d'obtenir:</p> $A_3 = 4A_1 = 61,967\ 734\ \text{cm}^2$ $A_4 = 4A_2 = 31,749\ 016\ \text{cm}^2$ <p>De plus, l'aire du rectangle central est calculée ainsi:</p> $A_5 = 11(4 + 2 + 4 + 2) = 11 \times 12 = 132\ \text{cm}^2$ <p>Et l'aire totale sera obtenue en additionnant: A_3, A_4 et A_5</p> $A = A_3 + A_4 + A_5 = 225,716\ 75\ \text{cm}^2$ <p>- Certaines formules non encore connues de l'élève doivent lui être présentées afin de lui permettre de résoudre certains problèmes d'aire latérale.</p> <p>- aire latérale du cylindre</p> $A = 2\pi r h$




OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.1 CALCULER l'aire totale de solides décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).</p>	<p>III</p>	<p>- aire latérale du cône</p> $A = \pi r a$ <p>- aire de la sphère</p> $A = 4\pi r^2$ <p>où: A est l'aire du solide; r est le rayon du cercle; h est la hauteur; a est l'apothème; π égale 3,141 592 653 ...</p> <p>- Dans un cône l'apothème est le segment reliant le sommet au cercle à la base du cône. La mesure de l'apothème en fonction de la hauteur du cône et de son rayon de base est donnée par</p> $a = \sqrt{h^2 + r^2}$ <p>- Diverses techniques de résolution de problème peuvent amener l'élève à décomposer un solide en solides plus simples et à faire le développement de ceux-ci.</p>



OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.1 CALCULER l'aire totale de solides décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).</p>	<p>III</p>	<p>- Cet objectif vise également à développer une certaine perception spatiale chez l'élève en lui demandant de décoder correctement l'information fournie par une représentation graphique illustrant les trois dimensions d'un objet.</p> <p>Certains élèves peuvent éprouver de la difficulté à percevoir et à interpréter la troisième dimension; il importe donc que la représentation d'objets à trois dimensions soit suffisamment grosse et lorsque la chose est possible, il convient d'utiliser des objets réels.</p> <p>- Exemple: La Garde côtière doit repeindre deux cent quarante-trois bouées. 43 doivent être blanches, 100 rouges et 100 noires. Si un litre de peinture couvre $3,42 \text{ m}^2$ et si la peinture blanche coûte 43,50 \$ le litre tandis que la rouge et la noire coûtent 39,95 \$ le litre, quel sera le coût de cette opération?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>

Bouées rouges et blanches

Bouées noires

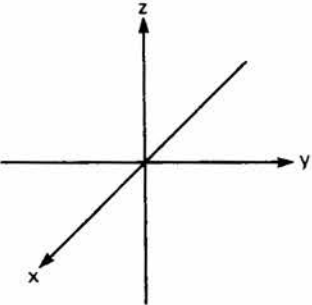
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.2 EVALUER le volume d'un solide à l'aide d'une unité de volume non conventionnelle.	III	<ul style="list-style-type: none">- Un programme informatique permettant de faire varier l'un ou l'autre des paramètres pourrait être conçu par les élèves intéressés. - Il serait souhaitable de distinguer les notions de volume et d'espace:<ul style="list-style-type: none">• l'espace est un lieu géométrique à trois dimensions déterminé par des plans fixes ou en circonvolution;• le volume, c'est la mesure de l'espace à l'aide d'une unité de mesure. - Pour mieux faire comprendre à l'élève cette distinction, il est possible de présenter l'analogie suivante:<ul style="list-style-type: none">- "la longueur d'un segment" voici un segment  et sa longueur est de 3,5 cm. - "l'aire d'une surface" voici une surface  et son aire est de 3,5 cm². - "le volume d'un espace" voici un espace  et son volume est de 3,5 cm³.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.2 EVALUER le volume d'un solide à l'aide d'une unité de volume non conventionnelle (suite).</p>	<p>III</p>	<ul style="list-style-type: none"> - L'unité de volume "non conventionnelle" dont parle l'objectif pourrait s'appeler: cube unitaire, parallélépipède unitaire, pyramide unitaire, etc. - Exemple: Quel est le volume (en brique) d'une palette de briques dont la longueur est de 5 briques, la largeur de 10 briques et la hauteur de 30 briques? - De telles activités peuvent permettre à l'élève d'enrichir grandement ses concepts d'espace et de volume. L'utilisation de matériaux concrets et de représentations graphiques contribuera grandement à développer sa perception spatiale.
<p>2.6.3 NOMMER l'unité de volume à privilégier dans diverses situations reliées à la vie courante.</p>	<p>III</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Cet objectif permettra à l'élève de se familiariser avec l'ordre de grandeur des unités de mesure du SI en les utilisant dans son environnement. - Utiliser surtout les unités: <ul style="list-style-type: none"> cm³ et m³ ml et l - Voici quelques exemples: <ul style="list-style-type: none"> - le <u>centimètre cube</u> est à privilégier pour mesurer les concentrations de matières polluantes, une tablette de chocolat, etc.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.3 NOMMER l'unité de volume à privilégier dans diverses situations reliées à la vie courante (suite).</p>	<p>III</p>	<ul style="list-style-type: none"> - le <u>mètre cube</u> est à privilégier pour mesurer le volume d'une quantité de gaz naturel, la quantité de terre déplacée, la quantité de béton nécessaire à la construction d'un viaduc, le volume d'air dans une pièce, etc. - le <u>millilitre</u> est à privilégier pour mesurer le contenu des tubes de pâtes dentrifiées, de certains produits pharmaceutiques, d'une bouteille de vin, d'une cuillère à thé, etc. - le <u>litre</u> est à privilégier pour identifier les contenants de lait, de yogourt, de crème glacée, etc. - le <u>kilolitre</u> est à privilégier pour exprimer le contenu d'une piscine, d'un réservoir, d'un camion d'essence ou de mazout, etc. (On peut également utiliser le mètre cube dans ces applications.) <p>- Les notes didactiques complémentaires présentent des informations utiles sur les unités de mesure.</p>
<p>2.6.4 INDIQUER combien de fois une unité de volume est plus petite ou plus grande qu'une autre.</p>	<p>III</p>	<p>- On pourra se servir du volume d'un cube pour déduire les techniques de conversion des unités de volume.</p> <p>Exemple: $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$ $1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} = 1 \text{ dm}^3$ d'où $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$</p> <p>- Utiliser les unités suivantes: cm^3, dm^3, m^3, ml et l.</p>


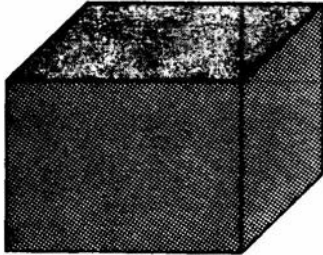
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.5 Etant donné une situation et certaines informations permettant le repérage dans l'espace, IDENTIFIER la position d'un objet.	IV	<ul style="list-style-type: none">- ENRICHISSEMENT: - ETABLIR des relations entre les unités suivantes: mm^3, cm^3, dm^3, m^3, dam^3, ml, cl, dl et l. - Au primaire, l'élève a été amené à "élaborer et appliquer des démarches permettant de résoudre des problèmes reliés aux relations spatiales". Cette démarche se voulait très intuitive. - Le repérage est une activité importante dans la vie. Cet objectif veut développer l'habileté à repérer un objet à partir d'un nombre minimal de conventions que l'élève doit se donner et respecter. - Il faut que l'élève prenne conscience que le repérage n'est possible que s'il utilise un système de référence. L'élève doit se bâtir son propre système de référence. - Voici certaines mises en situation:<ol style="list-style-type: none">1. Comment codifier les portes des chambres dans un hôtel? (Les deux premiers chiffres peuvent indiquer l'étage et les deux autres, la chambre.)2. Comment codifier les salles de cours dans une école? (Le local A-312 pourrait être situé dans l'aile A, au 3^e étage et à la salle 12).

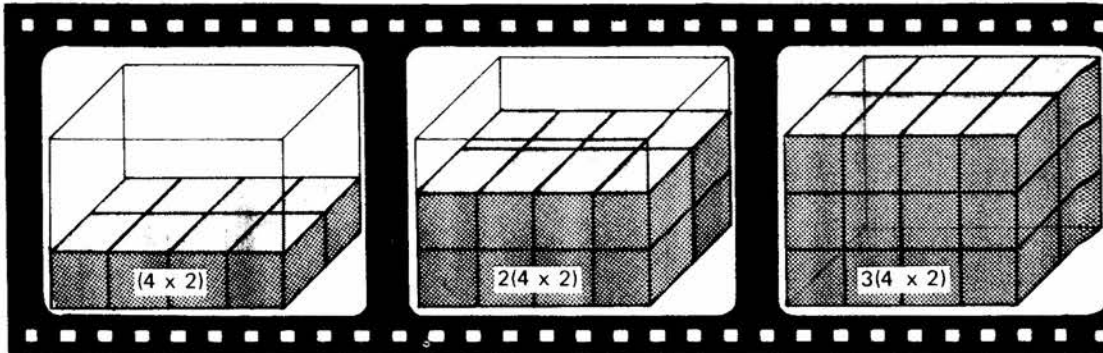
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.5 Etant donné une situation et certaines informations permettant le repérage dans l'espace, IDENTIFIER la position d'un objet. (suite)</p>	<p>IV</p>	<p>3. Inventer une codification pour les volumes afin de les retrouver facilement sur les rayons d'une bibliothèque.</p> <p>4. Inviter l'élève à s'informer du système de codification en vigueur à la bibliothèque de son école ou de sa municipalité.</p> <p>5. Inventer un système de repérage pour les avions ou les sous-marins.</p> <p>6. Imaginer un système de repérage permettant de localiser tous les cadres sur les murs de votre maison.</p> <p>7. Etc.</p> <p>- L'élève doit prendre conscience qu'un bon système de repérage doit permettre une identification univoque de l'objet à repérer.</p>
<p>2.6.6 Etant donné un système d'axes et diverses informations pertinentes, IDENTIFIER la position d'un point dans l'espace.</p>	<p>IV</p>	<p>- Au premier cycle du secondaire, l'élève a développé certaines techniques de repérage dans l'espace à une et à deux dimensions. Deux de ses techniques furent l'introduction des coordonnées cartésiennes et polaires.</p> <p>- Ici, l'élève doit apprendre à se repérer ou à repérer un objet dans l'espace à trois dimensions. Une façon efficace de le faire, c'est de se donner un système d'axes orthogonaux dans l'espace.</p>

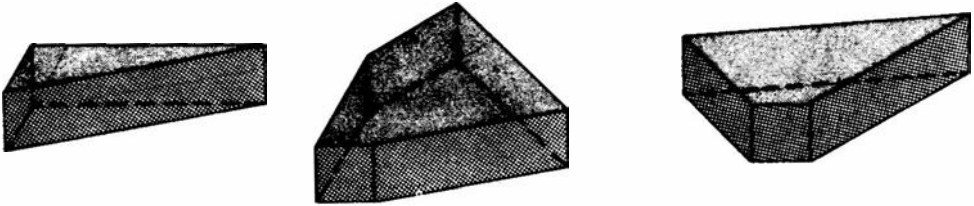
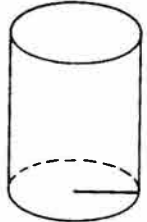
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.6 Etant donné un système d'axes et diverses informations pertinentes, IDENTIFIER la position d'un point dans l'espace (suite).	IV	 <p>- Dans ce guide, quand on parle d'espace, on fera toujours référence à un espace à trois dimensions.</p> <p>Les trois axes sont perpendiculaires deux à deux:</p> $x \perp y$ $x \perp z$ $y \perp z$ <p>La droite numérique des réels peut être associée à chacun de ces axes en faisant coïncider l'origine du système d'axes avec le zéro de la droite numérique.</p> <p>Chaque point de l'espace peut alors être représenté par un triplet de coordonnées de la forme (x, y, z). Ainsi le point $P(2, 3, 1)$ serait représenté dans l'espace par:</p>

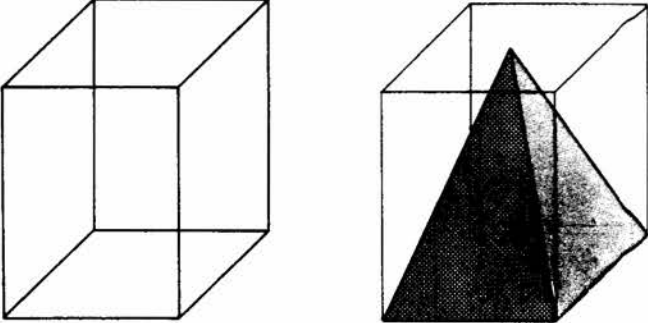
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.6 Etant donné un système d'axes et diverses informations pertinentes, IDENTIFIER la position d'un point dans l'espace (suite).</p>	<p>IV</p>	<div data-bbox="1073 409 1384 716" data-label="Image"> </div> <p>- Les notes didactiques complémentaires fournissent des informations supplémentaires sur le repérage dans l'espace à trois dimensions.</p>
<p>2.6.7 CALCULER le volume d'objets par des techniques de mesurage indirect.</p>	<p>III</p>	<p>- Une technique fréquemment utilisée consiste à immerger l'objet dans un récipient rempli d'eau et d'évaluer le volume d'eau déplacé en soustrayant le volume d'eau final au volume d'eau initial; ce volume d'eau correspond au volume de l'objet considéré.</p> <p>- Une seconde technique, celle du remplissage, consiste à remplir à l'aide d'eau ou de sable l'objet considéré et à mesurer la quantité utilisée à l'aide d'un récipient gradué.</p> <p>- Une troisième technique est basée sur la correspondance:</p> <p>"1 cm³ d'eau distillée à 0° Celsius, à pression normale et au niveau de la mer, pèse 1 g".</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.7 CALCULER le volume d'objets par des techniques de mesurage indirect (suite).</p>	<p>III</p>	<p>Tout en acceptant un certain degré d'imprécision, on peut affirmer que:</p> <p style="padding-left: 40px;">"A température ambiante, 1 cm³ d'eau pèse 1 g".</p> <p>Cette technique consiste à immerger un objet dans l'eau et à recueillir l'eau ainsi déplacée; on pèse ensuite cette masse d'eau, ce qui permet d'en déduire immédiatement le volume.</p> <p>- L'une ou l'autre de ces trois techniques peut servir:</p> <ul style="list-style-type: none"> - à calculer le volume occupé par les parois d'une bouteille de vin; - à évaluer le volume d'un crayon; - à mesurer le volume d'une roche; - etc. <p>- Les rapports et proportions fournissent également une autre méthode d'évaluer le volume d'un objet.</p>
<p>2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides et cônes) ou en demi-sphères.</p>	<p>III</p>	<p>- Avant de pouvoir atteindre cet objectif, l'élève devra être capable de calculer le volume:</p> <ul style="list-style-type: none"> - d'un prisme droit, - d'un cylindre droit, - d'une pyramide, - d'un cône,

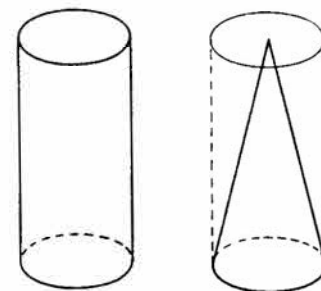
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).	III	<p>- d'une sphère.</p> <p>- Une façon d'amener l'élève à bien percevoir la signification du calcul du volume serait de se définir une unité de volume arbitraire et de faire "calculer" le volume de certains parallélépipèdes. Ici, l'utilisation d'un matériel de manipulation serait un atout évident.</p> <p>- On pourrait demander à l'élève combien de fois l'unité de volume</p> <div data-bbox="1185 745 1288 845"></div> <p>peut être introduite dans le parallélépipède suivant:</p> <div data-bbox="1046 920 1369 1174"></div> <p>Le film de la page suivante permet de visualiser le procédé:</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).	III	 <p>L'élève devrait pouvoir déduire assez facilement la formule:</p> $V = L \times \ell \times h$ <p>où: V est le volume du parallélépipède, L est sa longueur, ℓ est sa largeur, h est sa hauteur.</p> <p>Une seconde formule:</p> $V = A \times h$ <p>où: V est le volume du prisme droit, A est l'aire du polygone de base, h est la hauteur,</p> <p>peut se déduire de: $V = (L \times \ell) \times h$ et permet d'évaluer le volume de</p>

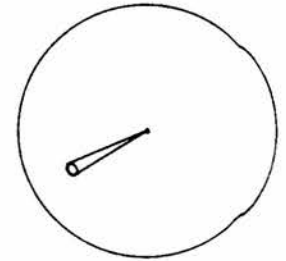
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).	III	<p>prismes aussi différents que:</p>  <p>- Une méthode permettant la vérification de la formule $V = A \times h$ consiste à utiliser des techniques de mesurage indirect: immersion dans un liquide, remplissage à l'aide de grains ou de poudre, etc. et mesure du volume de la quantité utilisée à l'aide d'un récipient gradué.</p> <p>- La même formule peut être utilisée pour rechercher le volume d'un cylindre droit:</p> $V = A \times h$ <p>or, l'aire de la base est donnée par:</p> $A = \pi r^2$ <p>donc, il est possible d'obtenir par substitution:</p> $V = \pi r^2 h$ 


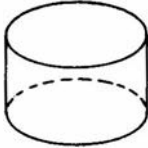

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).	III	<p>- Il est possible de découvrir intuitivement et même de démontrer la formule permettant de calculer le volume d'une pyramide à partir d'un prisme à base triangulaire identique à celle de la pyramide. L'emploi de la technique de mesurage indirect permet à l'élève de découvrir que le volume de la pyramide correspond au tiers de celui du prisme de même base et de même hauteur.</p> $V = \frac{L \times \ell \times h}{3}$  <p>- Il est possible de généraliser en affirmant que toute pyramide (peu importe le polygone à sa base), on a pour volume:</p> $V = \frac{(L \times \ell) \times h}{3}$ $V = \frac{Ah}{3}$ <p>où: V est le volume de la pyramide,</p>

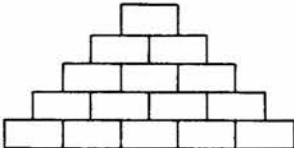
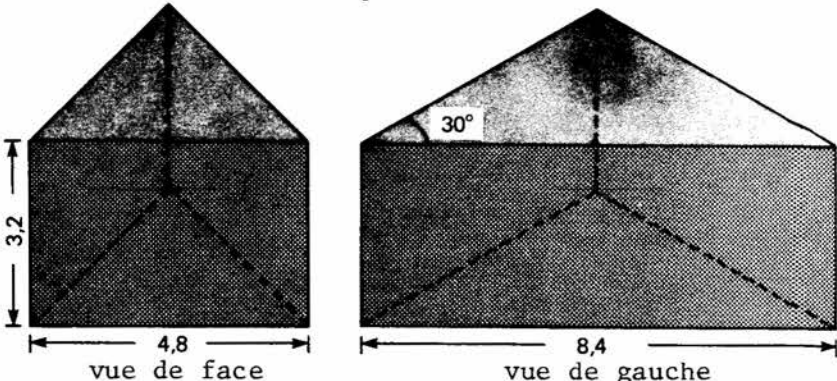
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).</p>	<p>III</p>	<p>A est l'aire du polygone de base de la pyramide ($L \times \ell$), h est la hauteur de la pyramide.</p> <p>- A la limite, le cercle peut être considéré comme un polygone régulier possédant un très grand nombre de côtés. La pyramide bâtie sur cette base polygonale permet donc d'écrire</p> $V = \frac{Ah}{3}$ <p>Puisqu'à la limite le polygone et la pyramide engendrent respectivement le cercle et le cône, il est possible d'écrire</p> $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ <p>où:</p> <ul style="list-style-type: none"> V est le volume du cône, r est le rayon du cercle à la base du cône, h est la hauteur du cône, π égale 3,141 592 653 ... <p>- Il serait souhaitable d'utiliser des techniques de mesurage indirect pour faire accepter facilement à l'élève le bien-fondé de la formule</p> $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

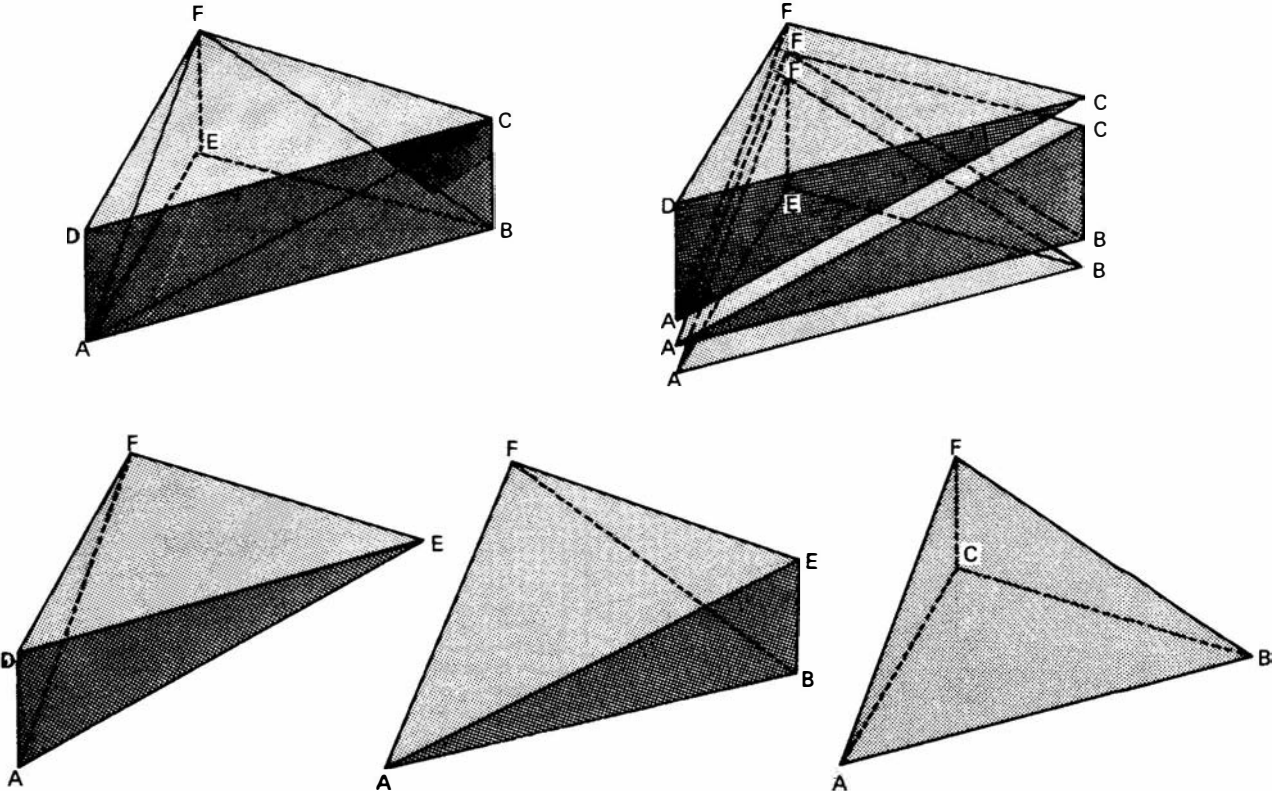


OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).	III	<p>- Il est possible de considérer la sphère comme constituée à la limite d'une infinité de petits cônes dont les sommets coïncident avec le centre de la sphère. Sachant que l'aire latérale de la sphère est donnée par $A = 4\pi r^2$, il est possible de trouver le volume de la sphère avec</p> $V = \frac{Ah}{3}$ <p>d'où:</p> $V = \frac{4\pi r^2 \times r}{3}$ $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ <p>- Il est possible de faire observer à l'élève qu'une sphère de rayon r est:</p> <ul style="list-style-type: none">- $\frac{4}{3}$ fois plus volumineuse que le cylindre de rayon r et de hauteur r;- 4 fois plus volumineuse que le cône dont la base est générée par le rayon r et dont la hauteur est r.

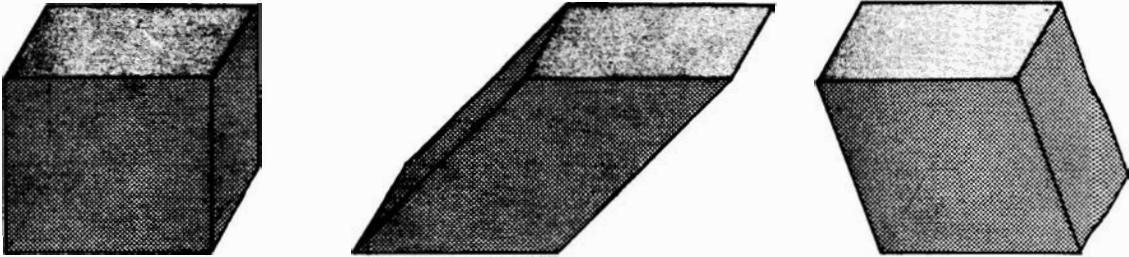


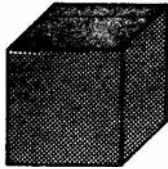
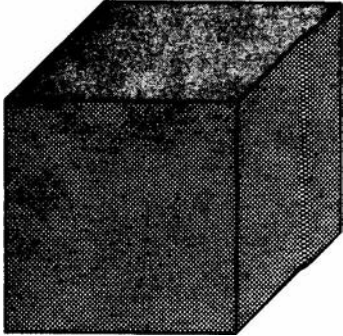
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).	III	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"><div style="text-align: center;"> $V = \frac{4\pi r^3}{3}$</div><div style="text-align: center;"> $V = \pi r^3$</div><div style="text-align: center;"> $V = \frac{\pi r^3}{3}$</div></div> <p>- Une fois que l'élève connaît et sait appliquer les formules de volume du prisme droit, du cylindre droit, de la pyramide, du cône et de la sphère, il est possible de lui faire évaluer le volume de solide comme celui présenté à l'objectif 2.6.2 (le volume égale 128,966 11 cm³).</p> <p>- L'élève peut être appelé à évaluer le volume d'objets tels:</p> <ul style="list-style-type: none">- un cornet de crème glacée surmonté d'un hémisphère;- la cylindrée de moteur d'une voiture;- etc. <p>- Voici quelques exemples de problèmes.</p> <ol style="list-style-type: none">1. On construit une pyramide de briques de la façon suivante.

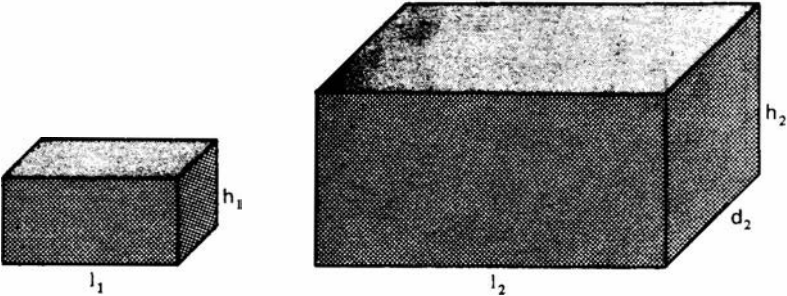
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères. (suite)	III	 <p>Sur la largeur, chaque étage comprend une brique de moins qu'à l'étage précédent et il en est de même sur la longueur. Quel sera le volume de la pyramide si la base est formée de 80 par 122 briques? (Chaque brique mesure 18 cm × 10 cm × 6 cm .)</p> <ol style="list-style-type: none">2. Quel est le volume du livre de mathématique que tu utilises?3. Quel est le volume occupé par les briques d'une maison unifamiliale que tu connais?4. Quel est le volume d'une pointe de diamant de la forme  <p>vue de face</p> <p>vue de gauche</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).</p>	<p>III</p>	<p>- ENRICHISSEMENT: - CALCULER le volume d'un tronc de pyramide. - CALCULER le volume d'un tronc de cône. - Dans le prisme ci-dessous, les plans AEF et ABF coupent le prisme et le divise en trois pyramides: ADEF, ABEF et ABCF de même volume.</p> 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.8 CALCULER le volume d'objets décomposables en solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou en demi-sphères (suite).	III	Une vérification en construisant ces trois pyramides en carton et en utilisant des techniques de mesurage indirect amènera l'élève à se convaincre du bien-fondé de la formule pour trouver le volume d'une pyramide. Cette formule peut être démontrée, mais la démonstration fait appel à certaines connaissances sur les espaces vectoriels, connaissances que ne possède pas l'élève.
2.6.9 CALCULER la valeur de certaines mesures de solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou sphères.	IV	<ul style="list-style-type: none">- Faire prendre conscience à l'élève que les algorithmes de résolution d'équations lui seront très utiles.- Par "certaines mesures", il faut entendre:<ul style="list-style-type: none">- soit la hauteur du polyèdre,- soit le nombre de côtés du polygone de base si celui-ci est régulier,- soit la longueur d'un des côtés du polygone de base,- soit le périmètre du polygone de base,- soit le rayon,- soit l'aire totale,- etc.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.9 CALCULER la valeur de certaines mesures de solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou sphères (suite).	IV	<p>- Il serait intéressant d'explorer ici la famille de polyèdres de même base et de même hauteur:</p>  <p>- Il est possible d'explorer des situations où les bases sont:</p> <ul style="list-style-type: none">- congrues,- de même aire. <p>- Exemple 1: Un manufacturier doit fabriquer 560 boîtes de 1,45 m de longueur, 0,80 m de largeur et 0,5 m de hauteur pouvant contenir chacune 1000 petites boîtes semblables aux grosses. Si les petites boîtes sont confectionnées à l'aide d'un carton coûtant 0,72 \$ le mètre carré et que les grosses emploient un carton de 4,69 \$ le mètre carré, quel est le coût du matériel? (Les spécifications techniques exigent un double fond et un double couvercle pour chaque sorte de boîte.)</p> <p>Réponse: $560 \times 4,96 \\$ [4(1,45 \times 0,8) + 0,5 \times 2(1,45 + 0,8)] + 1000 \times 0,72 \\$ [4(0,145 \times 0,08) + 0,05 \times 2(0,0145 + 0,08)] = 19\ 187,27 \\$</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.9 CALCULER la valeur de certaines mesures de solides droits (prismes, cylindres, pyramides, cônes) ou sphères (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>- Exemple 2: Un marchand veut construire un récipient en forme de parallélépipède dont les dimensions sont de 12 cm de longueur, 12 cm de largeur et 33 cm de hauteur. Voulant minimiser les coûts de production, il se demande s'il ne serait pas préférable de construire ce récipient en forme de pyramide dont la base mesurerait 12 cm de longueur par 12 cm de largeur, ou en forme de cylindre dont la hauteur mesurerait 33 cm. Quel devrait être son choix si chaque forme de récipient doit avoir le même volume?</p> <p>Réponse: Le cylindre serait le choix le plus économique. (L'aire totale du parallélépipède est de 1872 cm^2, celle de la pyramide de $2524,359 \text{ 63 cm}^2$ et celle du cylindre de $1691,783 \text{ 45 cm}^2$.)</p>
<p>2.6.10 Le rapport des volumes étant donné, CALCULER la valeur des mesures d'un solide semblable à un autre dont les mesures pertinentes sont connues</p>	<p>IV</p>	<p>- Deux polyèdres sont semblables si leurs faces homologues sont semblables.</p> <p>- Il est souhaitable que l'élève arrive à établir le rapport de similitude des arêtes ainsi que le rapport des volumes de solides semblables.</p> <p>- Soient les deux cubes semblables ci-dessous:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p><i>a</i></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><i>b</i></p> </div> </div>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.10 Le rapport des volumes étant donné, CALCULER la valeur des mesures d'un solide semblable à un autre dont les mesures pertinentes sont connues (suite).	IV	<p>alors le rapport $\frac{a}{b}$ constitue le rapport de similitude de ces deux cubes; le rapport des volumes respectifs sera obtenu par:</p> $\frac{V_1}{V_2} = \frac{a \times a \times a}{b \times b \times b} = \frac{a^3}{b^3} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$ <p>on peut conclure que:</p> <p>Le rapport des volumes de deux cubes est égal au cube du rapport de deux éléments homologues.</p> <p>- Il est possible de généraliser ce résultat pour tous les polyèdres:</p> <p>Le rapport des volumes de deux polyèdres semblables est égal au cube du rapport de deux segments homologues.</p> <p>En effet, si on considère les deux parallélépipèdes semblables ci-dessous:</p>  <p>The diagram illustrates two similar rectangular prisms. The smaller prism on the left has a length labeled l_1 and a height labeled h_1. The larger prism on the right has a length labeled l_2 and a height labeled h_2. The prisms are shaded to show their three-dimensional structure.</p>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
<p>2.6.10 Le rapport des volumes étant donné, CALCULER la valeur des mesures d'un solide semblable à un autre dont les mesures pertinentes sont connues (suite).</p>	<p>IV</p>	<p>il est possible d'établir la proportion suivante:</p> $\frac{l_1}{l_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{h_1}{h_2} = k$ <p>or, comme $V_1 = l_1 \times d_1 \times h_1$ et $V_2 = l_2 \times d_2 \times h_2$, le rapport $\frac{V_1}{V_2}$ égale $\frac{l_1 \times d_1 \times h_1}{l_2 \times d_2 \times h_2}$ d'où:</p> $\begin{aligned} \frac{V_1}{V_2} &= \frac{l_1}{l_2} \times \frac{d_1}{d_2} \times \frac{h_1}{h_2} \\ &= k \times k \times k \\ &= k^3 \end{aligned}$ <p>et il est possible de conclure que:</p> $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^3 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3$ <ul style="list-style-type: none"> - Il est conseillé d'utiliser des techniques de mesurage indirect afin de vérifier la véracité de ces conclusions. - Le rapport des volumes étant fourni, l'élève doit déterminer les mesures d'un solide semblable à un autre dont on possède les dimensions.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
2.6.10 Le rapport des volumes étant donné, CALCULER la valeur des mesures d'un solide semblable à un autre dont les mesures pertinentes sont connues (suite).	IV	<p>- Il est possible d'appliquer ces notions:</p> <ul style="list-style-type: none">- dans l'élaboration de plans d'édifices ou d'objets,- dans l'interprétation ou la construction de stéréogrammes (pictogrammes à 3 dimensions et à motifs proportionnels),- etc. <p>- Exemple: Les dimensions d'une boîte sont de 27 cm × 17,5 cm × 13,2 cm. Quelles sont les dimensions d'une boîte 10 fois plus petite et semblable à celle-ci?</p> <p>Réponse: $\frac{x}{27 \text{ cm}} = \left(\frac{1}{10}\right)^{1/3}$; $x \approx 12,532 \text{ 289 cm}$</p> $\frac{x}{17,5 \text{ cm}} = \left(\frac{1}{10}\right)^{1/3}; x \approx 8,122 \text{ 780 cm}$ $\frac{x}{13,2 \text{ cm}} = \left(\frac{1}{10}\right)^{1/3}; x \approx 6,126 \text{ 897 cm}$

NOTES DIDACTIQUES COMPLEMENTAIRES

LA GEOMETRIE

La présente section n'a d'autre prétention que d'être un instrument de travail devant soutenir l'action des enseignants et des autres intéressés à l'apprentissage de la mathématique. On y retrouvera des suggestions, des recommandations, des commentaires, des affirmations, des exemples ou des illustrations; cependant la relativité de tous ces éléments importe plus que la forme, l'esprit primant la lettre.

La géométrie est un langage qui permet de préciser et de rendre opérationnelles des notions intuitives et utiles comme solide, forme, face, contour, limite, section, espace vue de haut, de bas, de côté, ombre (projection), plus loin, plus près, entre, à l'envers, à l'endroit, direction, sens, pareil, semblable, plus gros, plus petit, repérer, rapetisser, agrandir, etc. C'est un langage qui permet à qui l'utilise de décrire ce qu'il observe, d'augmenter sa conscience du réel et d'évoquer les situations libérées des limitations de l'immédiat.

La géométrie est également une pensée faite d'imagination, d'intuition et de déduction, qui crée des images à volonté et des idéalizations à partir d'objets concrets. C'est cette pensée qui, entre autres choses, structure l'expérience géométrique en l'organisant autour d'un savoir fondamental, établit des relations entre les objets, recherche les régularités et les invariants, classifie, coordonne et dirige l'exploration.

L'enseignement de la géométrie vise non seulement l'acquisition de connaissances et l'accès à des études supérieures, mais aussi, par des activités, le développement de la créativité, de l'esprit critique et de la capacité à résoudre des problèmes. La démarche personnelle dans la concrétisation d'activités permet le développement de l'initiative, du sens de l'organisation et des modes de communication.

En effet, les activités se prêtent bien à la spontanéité des élèves aussi bien qu'à la diversité des moyens qu'ils ont pour élaborer le réel, et elles permettent l'étude des propriétés des êtres. Les activités géométriques, autant que l'algèbre et l'arithmétique, développent des habiletés mentales propres à l'esprit scientifique. Elles favorisent le développement progressif et vont même jusqu'à transformer le rôle de l'enseignant. En plus de procurer des gratifications de nature artistique, elles offrent une gamme de possibilités pour la recherche d'invariants, de régularités, d'heuristiques, de situations éveillant la curiosité des élèves par la présentation de faits étonnants.

En général, les activités doivent avoir pour but d'enrichir l'environnement géométrique, de rendre plus consciente l'intuition géométrique, de favoriser l'édification des modes de compréhension, de développer l'esprit scientifique et d'amener les élèves à s'intéresser aux structures sous-jacentes aux activités qu'ils font.

Les activités de recherche suggérées aux élèves doivent stimuler l'intérêt et l'intellect, les pousser à la réflexion et à la recherche de méthodes efficaces pour attaquer des situations parfois complexes.

La géométrie est cette partie de la mathématique qui a pour objet l'étude des figures et des formes. Elle s'intéresse en particulier à l'étude des invariants. Est dit invariant, tout ce qui ne subit pas de modification suite à une ou plusieurs transformations géométriques. Une observation attentive de ceux-ci permet de les classer selon divers types:

- les invariants de grandeur,
- les invariants de propriété,
- les invariants de forme,
- les invariants de figure,
- etc.

A- Les invariants

a) de grandeur

Les isométries (translation, rotation, réflexion) respectent les grandeurs des segments et des angles; ces invariants de grandeur permettent de définir la congruence de figures;

b) de propriété

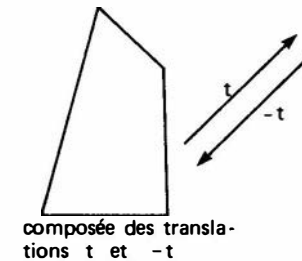
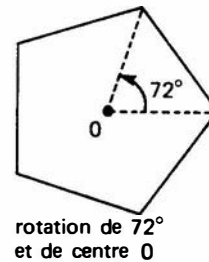
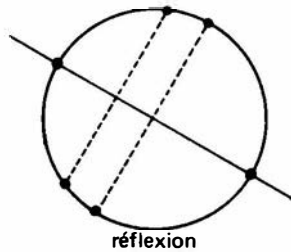
Les homothéties et les isométries (homothéties de rapport 1) respectent également certaines propriétés telles que l'ordre, le parallélisme, la perpendicularité, le rapport de proportionnalité que l'on peut également appeler le rapport de similitude ou d'homothétie; ces invariants de propriété permettent de définir la congruence ou la similitude de figures;

c) de forme

Il y a invariance de forme quand l'image d'une figure initiale est obtenue à la suite de translation, rotation, réflexion, homothétie ou de composées de celles-ci;

d) de figure

Une invariance de figure est obtenue quand l'image de celles-ci par une transformation isométrique ou une composée de celles-ci redonne le même ensemble de points;



on reconnaît une invariance de figure quand un observateur externe ne constate aucune différence entre l'état de la figure initiale et celui de son image suite à une ou plusieurs transformations géométriques.

Dans un espace à trois dimensions, les invariants peuvent être classés d'après les transformations géométriques qui les génèrent. Le tableau suivant présente cette classification.

Géométries	Plans	Transformations	Invariants
Topologie (la plus générale des géométries)		<ul style="list-style-type: none"> - Déformations - Etirements - Plissements - Contractions - Torsades 	<ul style="list-style-type: none"> - Ordre - Intérieur et extérieur - Frontière - Continuité - Intersections
Géométrie Projective (source ponctuelle rapprochée)	Non-parallèles	<ul style="list-style-type: none"> - Projections (étude des coniques) 	<ul style="list-style-type: none"> - Droites - Convexité - Plus tous les invariants qui précèdent
Géométrie affine (source ponctuelle éloignée)	Non-parallèles	<ul style="list-style-type: none"> - Projections affines (étude des parallélogrammes) 	<ul style="list-style-type: none"> - Parallélisme - Point milieu - Rapport de deux segments sur une même droite ou des droites parallèles - Plus tous les invariants qui précèdent
Géométrie de similitude (source ponctuelle rapprochée)	Parallèles	<ul style="list-style-type: none"> - Homothétie (étude des similitudes) 	<ul style="list-style-type: none"> - Formes - Proportions - Angles - Plus tous les invariants qui précèdent
Géométrie euclidienne (source ponctuelle éloignée)	Parallèles	<ul style="list-style-type: none"> - Isométries: <ul style="list-style-type: none"> - translations - rotations - réflexions (études des congruences) 	<ul style="list-style-type: none"> - Mesures de longueur - Plus tous les invariants qui précèdent

Des transformations géométriques énumérées dans le tableau de la page précédente, seules les homothéties et les isométries feront l'objet d'études au niveau secondaire. Elles débouchent respectivement sur des concepts fondamentaux en géométrie: la similitude et la congruence.

B- Les transformations

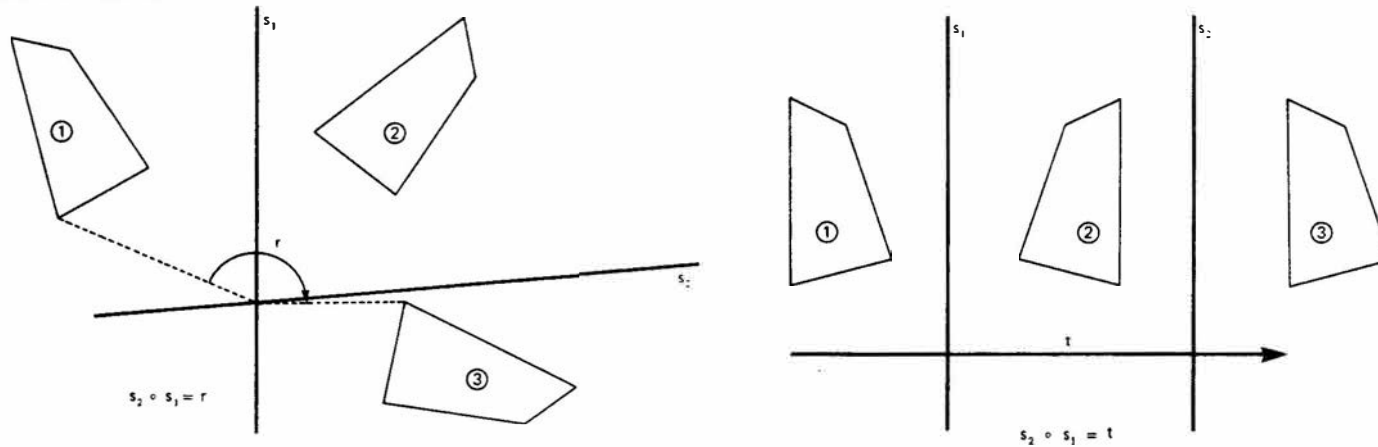
Le plan étant un ensemble infini de points, les transformations géométriques agissent sur chacun d'eux bien que l'observation porte le plus souvent sur un sous-ensemble de celui-ci (le plan). Parmi les transformations géométriques du tableau précédent, les isométries et les homothéties feront ici l'objet de quelques commentaires.

a) Les isométries

Sur le plan étymologique, isométrie signifie "mêmes mesures". De fait, les isométries conservent les longueurs. On peut les catégoriser en deux types:

- celles du type déplacement qui conservent l'orientation du plan;
ce sont les translations ou les rotations;
- celles du type antidéplacement qui renversent l'orientation du plan;
ce sont les réflexions.

La réflexion respecte l'ordre, les longueurs et les angles; il est de plus intéressant d'observer qu'elle permet d'engendrer, par composition, une rotation ou une translation.



Il est donc naturel de déduire que les rotations et les translations conservent l'ordre, les longueurs et les angles.

Une autre façon de catégoriser les isométries est de regarder l'effet qu'elles provoquent sur les points du plan:

- une isométrie qui laisse tous les points du plan invariants se nomme identité;
- une isométrie qui échange tout point et son image est une isométrie involutive;

- une isométrie qui laisse un seul point fixe, c'est une rotation;
- une isométrie qui conserve une seule droite fixe s'appelle une réflexion;
- une isométrie qui ne garde aucun point fixe, est une translation ou une symétrie glissée.

Il est possible de considérer les isométries du plan sous deux aspects:

- 1- l'objet et son image (on a un déplacement);
- 2- le passage d'un état à l'autre (on a un glissement);

Le tableau suivant permet de comparer ces deux aspects.

Fonctions	Etats	Actions
$x \mapsto t(x)$	déplacement parallèle	glissement parallèle
	translation	mouvement de translation
$x \mapsto r(x)$	déplacement centré	glissement centré
	rotation	mouvement de rotation
$x \mapsto s(x)$	antidéplacement	retournement, rabattement
	réflexion	mouvement de réflexion

Il est de plus possible de déterminer complètement:

- une translation par la mise en correspondance d'un point A du plan et de son image A';
- une rotation par son centre de rotation et l'angle;
- une réflexion par son axe.

b) Les homothéties

Les homothéties sont des transformations du plan qui respectent l'ordre, les angles et les rapports. Ces transformations produisent différents effets tout dépendant de la valeur du rapport d'homothétie. Le tableau suivant présente l'action possible d'une homothétie.

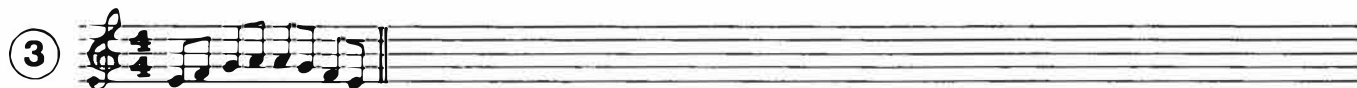
Rapports d'homothétie	Effects
$r > 1$	Agrandissement
$r = 1$	Isométrie
$0 < r < 1$	Réduction

Une homothétie est complètement déterminée par son centre, un repère et un rapport d'homothétie.

En termes de mouvement, on peut dire que les homothéties dilatent ($r > 1$) ou contractent ($0 < r < 1$) le plan tandis qu'une homothétie de rapport unitaire ($r = 1$) est une identité. Les homothéties engendrent des figures semblables dans le plan. Etudier les rapports d'homothétie, de proportionnalité ou de similitude, c'est essentiellement étudier le même concept.

Les transformations géométriques trouvent de multiples applications dans des domaines très différents: physique, arpentage, architecture, musique, etc. En physique par exemple, les forces sont exprimées à l'aide de vecteurs (translations): on peut les additionner ou les multiplier par un scalaire. Les vitesses angulaires se représentent avantageusement par un mouvement de rotation. La réflexion trouve une application dans la recherche de l'image virtuelle d'un objet placé près d'un miroir. En arpentage et en cartographie, la construction de cartes à l'échelle est une application concrète du concept d'homothétie ou le rapport d'échelle par exemple 1:1000 peut être identifié à un rapport d'homothétie. L'architecture utilise très fréquemment les régularités: répétitions de motifs, agrandissements, réductions, etc. Sur la portée musicale, la transposition provient d'une translation, la rétrogradation est effectuée à l'aide d'une réflexion selon un axe vertical tandis qu'une réflexion selon un axe horizontal provoque une inversion, une augmentation provient d'une homothétie dont le rapport est supérieur à 1 et comme il est possible d'écrire ces transformations musicales sous la forme de fonctions, on comprend facilement qu'il soit possible de créer des mélodies à l'aide d'un ordinateur.

TRANSFORMATIONS		EXEMPLES	MELODIES	MELODIES IMAGES
MATHEMATIQUES	MUSICALES			
Translation	Transposition	C'est dans le mois de mai	1	2
Réflexion selon un axe vertical	Rétrogradation	—	3	
Réflexion selon un axe horizontal	Inversion	V'la l'bon vent	4	5
Homothétie ($r > 1$)	Augmentation	Dans tous les cantons	6	7
Homothétie ($0 < r < 1$)	Diminution	Un canadien errant	8	9



C- Les relations d'équivalences et les partitions

Une relation binaire sur E, qui est réflexive, symétrique et transitive détermine une relation d'équivalence sur cet ensemble E.

Ainsi dans l'ensemble ci-contre, la relation R est une relation d'équivalence. Symboliquement, il est possible de définir une relation d'équivalence ainsi:

- réflexivité

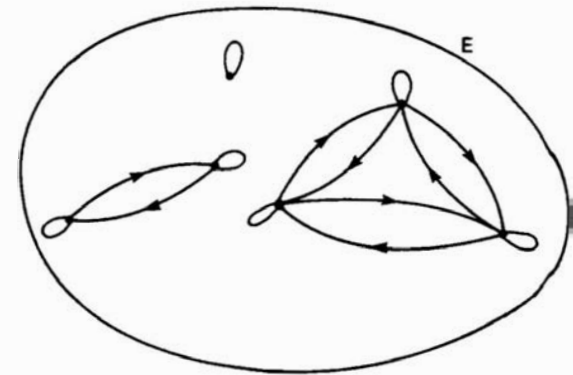
$$\forall (x, y) \in R: (x, y) = (y, x)$$

- symétrie

$$\forall (x, y) \in R: (x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R$$

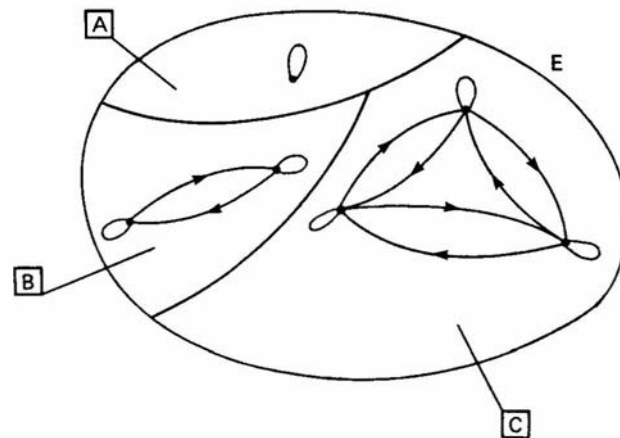
- transitivité

$$\forall (x, y), (y, z) \in R: (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \rightarrow (x, z) \in R$$



Il est facile d'observer que cette relation détermine trois sous-ensembles (parties) de E. L'ensemble de tous ces sous-ensembles détermine une partition de E. Une partition d'un ensemble E, c'est un ensemble non vide de parties de E telles que celles-ci soient non vides, disjointes deux-à-deux et dont l'union redonne l'ensemble E. Symboliquement, la situation illustrée ici pourrait s'énoncer:

- $A \neq \emptyset$; $B \neq \emptyset$; $C \neq \emptyset$;
- $A \cap B = \emptyset$; $A \cap C = \emptyset$; $B \cap C = \emptyset$;
- $A \cup B \cup C = E$.



En géométrie, plusieurs relations sont des relations d'équivalence et déterminent des partitions. Il en est ainsi des relations "... est égal à...", "... est parallèle à...", "... est congruent à...", "... est semblable à...", etc. Les classes d'équivalences déterminées par de telles relations permettent de se former une idée plus précise de ces relations. Il est donc avantageux, le cas échéant, de présenter ces concepts en classe afin de permettre aux élèves de mieux saisir certaines caractéristiques des relations étudiées.

D- Les congruences et les similitudes

Soient E un sous-ensemble du plan et i une isométrie définie dans le plan. Il existe alors une congruence s'il est possible d'obtenir la correspondance $E \rightarrow i(E)$. En d'autres mots, la congruence de deux figures existe s'il y a une isométrie qui applique l'une sur l'autre.

La congruence est une relation d'équivalence car pour des sous-ensembles (figures) G , K et L du plan, on a :

- $G \cong G$
- si $G \cong K$ alors $K \cong G$
- si $G \cong K$ et $K \cong L$ alors $G \cong L$

On peut donc en déduire que la relation de congruence définit une partition dans l'ensemble des sous-ensembles du plan.

Voici quelques situations qui appliquent ce concept de congruence :

- les diagonales d'un trapèze isocèle sont isométriques;
- dans un trapèze isocèle, les angles adjacents à une base sont congrus;
- dans un trapèze isocèle, la médiatrice d'une base est un axe de symétrie;
- etc.

Soient F un sous-ensemble du plan et h une homothétie définie dans le plan. Il existe alors une similitude s'il est possible d'obtenir la correspondance $F \rightarrow h(F)$.

En d'autres mots, deux figures sont semblables s'il existe une homothétie qui applique l'une sur l'autre.

La similitude est une relation d'équivalence car pour des sous-ensembles (figures) M , N et O du plan, on a :

- $M \sim M$
- si $M \sim N$ alors $N \sim M$
- si $M \sim N$ et $N \sim O$ alors $M \sim O$

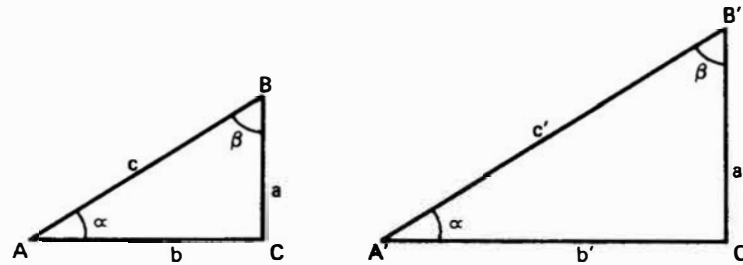
On peut donc en déduire que la relation de similitude définit une partition dans l'ensemble des sous-ensembles du plan.

Voici quelques situations qui appliquent ce concept de similitude :

- deux parallèles déterminent sur deux sécantes des segments respectivement proportionnels;
- le polygone formé en joignant le point milieu de côtés consécutifs dans un quadrilatère est un parallélogramme;
- etc.

E- Les rapports trigonométriques

L'objectif terminal 2.4 montre qu'il est possible de déduire les rapports trigonométriques du rapport de similitude. Sachant que $\sin \alpha = \frac{\text{mesure de côté opposé}}{\text{mesure de l'hypoténuse}}$, il devient possible de retrouver le rapport d'homothétie en fonction de $\sin \alpha$. Soient les triangles rectangles semblables ABC et A'B'C'



alors:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{a'}{c'}$$

d'où:

$$c' \sin \alpha = \frac{ac'}{c} = a'$$

$$\frac{c' \sin \alpha}{a} = \frac{c'}{c} = \frac{a'}{a} = k$$

et k étant le rapport de similitude, on obtient:


$$k = \frac{c' \sin \alpha}{a}$$

Cette courte démonstration qui pourrait être reprise avec les rapports trigonométriques $\sin \gamma$, $\cos \alpha$, $\cos \gamma$, $\tan \alpha$ et $\tan \gamma$ met bien en évidence le lien qui existe entre rapports trigonométriques et rapport de similitude ou d'homothétie. Il est important de présenter à l'élève l'étude des rapports trigonométriques comme découlant de celle du rapport de similitude sur les triangles rectangles semblables. Ainsi on évite de définir les rapports trigonométriques sans pouvoir les justifier.

F- La mesure

Il suffit de penser à l'alunissage du premier homme sur la lune pour percevoir toute l'importance de la mesure dans notre vie.

Le mot "mesure" désigne l'action de déterminer la valeur de certaines grandeurs. Ce sens débouche sur ce qu'on convient d'appeler les sciences de la mesure: météorologie, acidimétrie, alcoolométrie, anthropométrie, trigonométrie, etc. Ce mot désigne aussi une grandeur déterminée par la mesure; ainsi, prendre les mesures d'une pièce. Il désigne également une quantité représentée par une mesure étalon concrète.

A la base de la notion de mesure on retrouve le concept de fonction. C'est la fonction qui associe un élément du domaine à un seul élément du champ. Soit A et B les deux extrémités d'un segment:  Il n'y a précisément qu'un seul nombre réel non négatif qui soit la distance d de A à B. $d: M \rightarrow \mathbb{R}^+$ ou $d(A, B) \in \mathbb{R}^+$. M est un ensemble de segments.

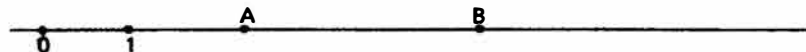
Cette correspondance est la base du concept de longueur. On peut la noter $d(A, B)$ ou \overline{AB} . Il est important pour les élèves de bien saisir les relations découlant de cette définition telles que:

$$d(A, B) = d(B, A)$$

- si $d(A, B) = 0$, alors $A = B$

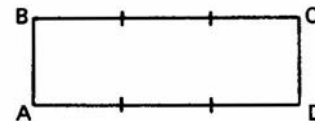
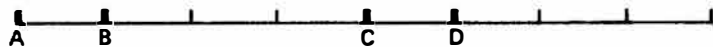
- si B appartient au segment AC, alors $d(A, B) + d(B, C) = d(A, C)$
- si le segment AB est congruent au segment CD, alors $d(A, B) = d(C, D)$
- si B est entre A et C sur une ligne, alors il existe un entier n tel que $n(d(A, B)) > d(A, C)$, c'est-à-dire si un segment AB est contenu dans AC, alors il est possible de trouver un nombre naturel qui, multipliant la longueur de AB, soit au moins aussi grande que celle de AC.

En ajoutant des coordonnées à la droite support du segment AB, on peut définir ainsi la distance comme étant la valeur absolue de la différence des coordonnées.



Soit m la coordonnée de A et n la coordonnée de B, alors $d(A, B) = |n - m|$.

A remarquer que le calcul du périmètre d'un polygone se ramène à cette notion de distance. Il faut cependant être capable de comparer des longueurs sur des segments différents et de placer sur une ligne droite les segments bout à bout.



L'idée d'aire est moins intuitive chez l'élève. Voilà pourquoi les exercices de dallage fournissent l'occasion rêvée d'aborder ce concept par le dénombrement des motifs formant un recouvrement d'une surface, ces motifs constituant alors l'unité de base non conventionnelle.

Le domaine de la fonction "aire" est limité tout d'abord à l'ensemble des régions polygonales.

Soit P l'ensemble des polygones et r un nombre réel

$$A: P \rightarrow \mathbb{R}^+: p \mapsto r.$$

Cette définition est pratiquement semblable à celle de la mesure de longueur et elle jouit des propriétés suivantes:

- si deux régions p_1 et p_2 ne se recouvrent pas, alors

$$A(p_1 p_2) = A(p_1) + A(p_2).$$

- Si une région p_1 est congruente à une région p_2 , alors

$$A(p_1) = A(p_2).$$

Sur la droite, la distance implique un segment unité; sur des régions polygonales, l'unité d'aire sera l'aire d'un carré d'une unité de côté.

- Si p_1 est inclus dans p_2 , alors $A(p_1) < A(p_2)$.

La notion de volume est plus abstraite encore. Le volume est généralement utilisé pour mesurer l'espace. Habituellement, en mathématique, un espace peut avoir plus de trois dimensions; on parle même d'espace à deux et à une dimension. Des ensembles munis de structures sont également appelés espace comme par exemple: espace vectoriel, espace topologique, espace normé complet, espace euclidien, etc. Dans ce guide lorsque l'on parle d'espace, on se réfère toujours à l'espace euclidien \mathbb{R}^3 .

Le domaine de la fonction "volume" se limite ici aux polyèdres. A la limite, on considère la sphère comme un polyèdre.

Soit P l'ensemble des polyèdres et r un nombre réel

$$V: P \rightarrow \mathbb{R}^+: p \mapsto r$$

Cette définition est semblable à celle de l'aire et elle jouit des propriétés suivantes:

- si deux polyèdres sont disjoints, alors $V(p_1 p_2) = V(p_1) + V(p_2)$.
- Si un espace p_1 est congruent à un espace p_2 , alors $V(p_1) = V(p_2)$.
Pour mesurer des polyèdres, on emploiera, comme unité de volume, le volume d'un cube d'une unité de côté.
- Si p_1 est inclus dans p_2 , alors $V(p_1) < V(p_2)$.

Il serait intéressant de faire observer aux élèves l'analogie qui existe entre les propriétés des fonctions "distance", "aire" et "volume" respectivement mesures de sous-ensembles des espaces à une, deux ou trois dimensions.

G- Unités de mesure

1.0 Unités de base

Les unités mentionnées dans le TABLEAU I servent de base au SI en entier. En soit, ces unités sont arbitraires et n'ont été choisies que pour leur utilité et leur commodité. Elles sont indépendantes l'une de l'autre, mais on peut, par diverses opérations, former un ensemble d'unités dérivées, tout comme on mélange les trois couleurs de base.

TABLEAU I - Unités de base

GRADUER	NOM DE L'UNITE	SYMBOLE DE L'UNITE
longueur	mètre	m
masse	kilogramme	kg
temps	seconde	s
température thermodynamique	kelvin	K
intensité de courant électrique	ampère	A
quantité de matière	mole	mol
intensité lumineuse	candela	cd

2.0 Unités, hors du SI, qui peuvent être utilisées avec les unités SI et leurs multiples

Le Comité international des poids et mesures reconnaît certaines unités, hors du SI, et les maintient en raison de leur importance pratique (TABLEAU II) ou de

leur intérêt dans des domaines spécialisés. Certaines unités ne sont maintenues que temporairement.

Les préfixes du SI peuvent être utilisés avec ces unités; par exemple, MeV. De plus, quelques unités composées continuent à être employées; par exemple, km/h.

TABLEAU II - Unités, hors SI, maintenues pour leur importance pratique

GRANDEUR	NOM DE L'UNITE	SYMBOLE DE L'UNITE	DEFINITION DE L'UNITE
temps (t)	minute	min	1 min $\hat{=}$ 60 s
	heure	h	1 h $\hat{=}$ 60 min
	jour	d	1 d $\hat{=}$ 24 h
	année	a	1 a $\hat{=}$ 365 d
angle (a)	degré	°	1° $\hat{=}$ ($\pi/180$) rad
	minute	'	1' $\hat{=}$ ($1/60$)°
	seconde	"	1" $\hat{=}$ ($1/60$)'
volume (v)	litre	l	1 l $\hat{=}$ 1 dm ³
masse (m)	tonne	t	1 t $\hat{=}$ 10 ³ kg

3.0 Préfixes

TABLEAU III - Préfixes

Valeur du préfixe		Nom du préfixe	Symbole du préfixe
1 000 000 000 000 000 000	10^{18}	exa	E
1 000 000 000 000 000	10^{15}	péta	P
1 000 000 000 000	10^{12}	téra	T
1 000 000 000	10^9	giga	G
1 000 000	10^6	méga	M
1 000	10^3	kilo	k
100	10^2	hecto	h
10	10^1	déca	da
1	10^0		
0,1	10^{-1}	déci	d
0,01	10^{-2}	centi	c
0,001	10^{-3}	milli	m
0,000 001	10^{-6}	micro	μ
0,000 000 001	10^{-9}	nano	n
0,000 000 000 001	10^{-12}	pico	p
0,000 000 000 000 001	10^{-15}	femto	f
0,000 000 000 000 000 001	10^{-18}	atto	a

Pour former les noms et les symboles des multiples ou sous-multiples des unités SI, on utilise les préfixes du TABLEAU III.

Le préfixe et le symbole auquel il est attaché forment un tout considéré comme une nouvelle unité qui peut être affectée d'un exposant positif ou négatif et aussi être combinée avec d'autres symboles d'unités pour former des symboles d'unités composées. Les préfixes composés ne doivent pas être employés: par exemple, écrire (Mg) pour mégagramme et non pas (kkg) pour kilokilogramme.

4.0 Règles d'écriture

4.1 Les unités

- 4.1.1 Le nom de chacune des unités, lorsqu'il est écrit au complet, commence par une lettre minuscule (excepté au début d'une phrase).

La masse s'évalue en kilogramme et le poids en newton.
Hertz remplace cycle par seconde.

- 4.1.2 Le nom d'une unité, écrit au complet, se met au pluriel s'il est affecté d'une valeur égale ou supérieure à deux.

Cinq pascals désignent une pression assez faible.
Cette lampe nécessite une pile de 1,5 volt.

- 4.1.3 Quand une unité dérivée est formée par division, on utilise le mot "par" entre les noms des unités composantes lorsque l'unité est écrite au complet.

Un objet va à la vitesse de 10 mètres par seconde au lieu de 10 mètres/seconde.

- 4.1.4 Dans un texte, si l'on utilise les symboles d'unités, on doit utiliser des chiffres pour les valeurs numériques.

Ecrire: il parcourt 200 m et non deux cents m.

4.2 Les symboles d'unités

- 4.2.1 Un symbole représente une unité; il est le même dans toutes les langues. Il doit s'écrire en caractère romain droit (tels sont les caractères utilisés dans ce document), indépendamment de la forme des caractères utilisés dans le reste d'un texte.

Le symbole SI pour zentimeter en allemand, pour sentimetri en finlandais, pour ekatostometron en grec et pour centimetre en anglais est cm.

- 4.2.2 On ne place pas de point (.) après un symbole, sauf à la fin d'une phrase. Les symboles ne sont pas des abréviations. Ils représentent des quantités physiques et se comportent comme des variables. On peut les multiplier, les diviser, les élever à une puissance.

Un ruban de 4,6 cm de largeur.
Une salle de 8,4 m de largeur sur 5,2 m de profondeur
a une superficie de 43,68 m².

- 4.2.3 Un symbole ne se met jamais au pluriel. Le symbole s désigne seconde.

Si l'on rencontre 9 ms dans un texte, il faudra lire
9 millisecondes et non pas 9 mètres.

- 4.2.4 Généralement, les symboles s'écrivent en lettres minuscules. Cependant, si une unité est nommée d'après un individu, son symbole s'écrit en lettre MAJUSCULE; dans ce dernier cas, si deux lettres apparaissent dans le symbole, la première est MAJUSCULE et la seconde est minuscule.

m pour mètre,
lx pour lux,
A pour ampère,
Wb pour weber.

- 4.2.5 On doit prendre soin, particulièrement dans les titres et en-têtes où le texte est écrit en majuscules, d'écrire en lettres minuscules les symboles qui normalement s'écrivent ainsi.

UN OBJET DE 60 cm DE HAUTEUR.

- 4.2.6 Un symbole ne devrait pas être utilisé pour commencer une phrase.

cc n'est plus utilisé. On devrait plutôt lire: le symbole cc n'est plus utilisé. A la place de cc, on se sert de cm^3 .

- 4.2.7 La multiplication, dans un symbole d'unité dérivée, devrait être indiquée par le point, (\cdot), placé en position surélevée.

Le symbole pour newton-mètre est $\text{N} \cdot \text{m}$ (toutefois $\text{N} . \text{m}$ est permis pour les besoins de la dactylographie).

- 4.2.8 Le symbole du degré, ($^\circ$), ne s'utilise pas avec le kelvin, mais avec le degré Celsius. Le symbole C, sans l'indication du degré, signifie coulomb.

25°C et 25 K expriment des températures, mais 25 C indique une quantité d'électricité.

- 4.2.9 Il doit toujours exister un espace entre une valeur numérique et la première lettre du symbole qui suit.

201 mm, 70 H.

Cela évitera l'erreur possible:

300 lumens = 300 lm = 300lm ou 300l m.

Ce genre d'erreur peut engendrer la confusion. Pour les angles, on peut écrire: $68^{\circ}39'21''$. L'espace dans ce cas n'est pas requis.

- 4.2.10 La division peut s'écrire de trois façons:

par un trait oblique (/): km/h

par un trait horizontal: $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

par un exposant négatif: $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

- 4.2.11 Les symboles normalisés des unités, ainsi que ceux des préfixes associés, doivent être écrits sans être modifiés. En particulier, la substitution d'une majuscule à une minuscule, ou l'inverse, celle d'une lettre latine à une lettre grecque, ou l'inverse, sont interdites.

(B.N.Q., 9990-911, section 2.2.1.1)

Ecrire kg, non pas Kg ou Kilo.

Ecrire km, ce qui est différent de kM, KM.

4.3 Les symboles des préfixes

4.3.1 Les symboles des préfixes, comme ceux des unités, s'écrivent en caractère romain droit; on ne laisse pas d'espace, on ne met pas de trait d'union ou de point entre le symbole d'un préfixe et le symbole d'une unité.

On écrira mN pour millinewton et MN pour méganewton.

Si on écrit m.N, on peut confondre avec N.m, newton-mètre.

4.3.2 Les symboles des préfixes désignant des valeurs supérieures à 1 000 s'écrivent en majuscules, les autres en minuscules. Voir le TABLEAU III.

4.3.3 Le symbole d'un préfixe et le symbole d'une unité auquel le symbole du préfixe est attaché forment un nouveau symbole.. Si on l'élève à une puissance, tout le symbole en est affecté.

mm^3 signifie $(\text{mm})^3$ et non pas $\text{m}(\text{m})^3$.

4.3.4 Le choix d'un préfixe est ordinairement régi par un souci de commodité. L'usage de préfixes représentant 10 élevé à une puissance de 3 ou d'un multiple de 3 est recommandé. L'exception majeure à cette préférence est l'usage de "centi" dans centimètre.

4.4 Les nombres

4.4.1 Le SI utilise la virgule au lieu du point comme marque de cadrage décimal. Cependant, certains pays qui ont adopté récemment le SI préfèrent employer le point. Le Canada n'a pas encore pris une position claire à ce sujet. Le gouvernement du Québec a adopté la virgule comme marque de cadrage décimal et ce, en accord avec l'Organisation internationale de normalisation (ISO).

4.4.2 La virgule n'est plus utilisée pour séparer un nombre en tranches de trois chiffres. Un espace blanc sert à cette fin. La séparation normale est un espace blanc d'une largeur inférieure ou égale à celle d'un chiffre.

On écrit 1 234 567,890 12
au lieu de 1,234,567.890,12
de même 0,000 123 4
au lieu de 0.000,123,4
ou 0.0001234.

Cependant si un nombre ne contient que 4 chiffres à gauche ou à droite de la virgule, on peut laisser ou non cet espace selon le contexte.

12 311
1 121
15 212
28 644

Dans un texte: "... 1236 éprouvettes".

- 4.4.3 En principe, on ne doit pas utiliser le point comme symbole de multiplication entre deux nombres, mais le signe "x".

212×23 ; non pas $212 \cdot 23$

- 4.4.4 Dans le cas de la division, le symbole opératoire est encore le "deux points séparés par une barre horizontale". Toutefois, pour faciliter l'écriture ou la lecture, il devient souvent plus facile d'utiliser la barre oblique (/), ou le trait horizontal, (—), le trait devant être normalement au centre de la ligne.

$12 \div 5 = 12/5 = \frac{12}{5}$.

- 4.4.5 On doit préférer l'utilisation de la notation décimale à la notation fractionnaire.

Ecrire 3,75 au lieu de $3 \frac{3}{4}$.

- 4.4.6 Si la valeur absolue d'un nombre est plus petite que l'unité, on doit placer un "0" à gauche de la virgule. (ISO, 31/0, C.3.2)

Ecrire 0,33 et non ,33.

4.4.7 Il est préférable, en particulier dans le domaine des sciences, d'écrire un nombre sous la forme d'un nombre x situé dans l'intervalle $1,0 \leq x < 10,0$ multiplié par une puissance de 10. Le nombre de chiffres à droite de la virgule dépend de la précision désirée. Dans l'application de cette règle, on doit tenir compte de la règle 4.3.4 mentionnée précédemment.

$$\begin{array}{l} 1,0 \times 10^6 \text{ pour } 1\ 000\ 000 \\ 4,8 \times 10^{-2} \text{ pour } 0,048 \end{array}$$

4.4.8 Dans le cas de la multiplication de lettres, par exemple en algèbre, il ne faut pas mettre de "x". Il faut se rappeler certaines règles relatives à la multiplication pour en connaître la raison. Par exemple, dans le cas des vecteurs, $a \times b$, $a \cdot b$. Alors, pour éviter la confusion, il ne faut pas utiliser le "x" comme signe de la multiplication ailleurs que dans les produits vectoriels.

$$\begin{array}{l} 2 a b = 2 ab \\ 2 a \times b = 2 axb = 2 abx \end{array}$$

Dans le second exemple, "x" est un facteur au même titre que "a" ou "b".

4.5 Représentation de la date et de l'heure

La représentation de la date et de l'heure se fait habituellement de deux façons, soit la représentation numérique ou la représentation alphanumérique.

L'Organisation internationale de normalisation, ISO, a réglementé la représentation de la date dans la norme 2014 et de l'heure dans la norme 3307. Il s'agit dans les deux cas de normes concernant la représentation numérique; cela n'empêche pas d'utiliser la représentation alphanumérique.

La représentation numérique devrait être utilisée toutes les fois où la clarté d'un texte prime sur tout autre aspect. Cette forme de représentation est particulièrement utile lorsque des documents (lettres, cartes ordinaires ou perforées) doivent être classées par ordre chronologique; on remarquera que, dans la représentation numérique, on procède du plus grand écart de temps au plus petit; ainsi, on retrouve l'ordre "siècle, année, mois, jour, heure, minute, seconde".

Bref, si l'on rencontre un nombre comme:

1999-12-31-23:59:57,

on lira: le 31 décembre 1999 à 23 h 59 min 57 s;

et quelques secondes plus tard, en l'an 2000, on pourra lire:

2000-01-01-00:00:10 et non 1999-12-12:24:00:10.

TABLEAU IV - Exemples d'utilisation

REPRESENTATION ALPHABETIQUE	REPRESENTATION NUMERIQUE
<p>Le 30 juin 1977 Le 12 décembre 1980</p>	<p>77-06-30 80-12-12 S'il est nécessaire d'indiquer le siècle, on écrira: 1977-06-30 1980-12-12</p>
<p>Si une réunion a été prévue pour 7 heures 30 du soir (P.M.), il serait d'abord préférable d'utiliser le système de 24 heures, et l'une ou l'autre des façons suivantes d'indiquer le temps sera convenable:</p>	
<p>19 heures 30 19 heures 30 minutes 19 h 30 min 19 h 30</p>	<p>19:30 19:30:00</p>
<p>Lorsque l'on doit indiquer la date et l'heure en même temps, on écrira comme suit:</p>	
<p>L'événement X aura lieu le 16 janvier 1978 à 15 heures 45 minutes 33 secondes ou le 16 janvier 1978 à 15 h 45 min 33 s ou le 16 janvier 1978 à 15 h 45 min 33.</p>	<p>L'événement X aura lieu le 78-01-16-15:45:33</p>

H- Le repérage dans l'espace

Le repérage est une activité naturelle de l'homme. Sur une droite, le repérage se fait à l'aide d'un seul nombre (une seule coordonnée). Les applications sont multiples:

- le numéro civique d'une maison située sur la rue X;
- le rang d'une personne dans une file d'attente;
- la longueur d'un objet mesuré à l'aide d'une règle;
- la lecture du degré de température sur un thermomètre;
- etc.

On a vu que dans le plan, on peut repérer tout point d'une façon univoque à l'aide d'un système à coordonnées cartésiennes ou d'un système à coordonnées polaires. Bien que moins connu, le système à coordonnées polaires est celui qui est le plus naturel. Si ce texte, par exemple, est à 32 cm devant vous, il est possible de représenter cette situation de façon univoque par le couple (32, devant). Dans une telle situation, le lecteur est au centre du système de référence, il en est l'origine ou le pôle: on parle alors d'un système de coordonnées polaires. Dans un tel système, le couple servant à repérer un objet est formé de deux éléments dont le premier est la distance séparant le pôle de l'objet et le second, la mesure de l'angle fait entre l'axe du système et la droite imaginaire qui relie l'objet au pôle. Un tel système de repérage est couramment utilisé par les gens pour le repérage de choses ou de personnes et il trouve même de nombreuses applications techniques telles:

- le radar,
- le sonar,
- certains systèmes électroniques conçus spécialement pour le mesurage,
- etc.

Le système de coordonnées cartésiennes est cependant mieux connu des élèves; il est constitué de deux axes orthogonaux dont l'intersection constitue l'origine et chaque point est formé de deux composantes dont la première est une distance évaluée par rapport à l'axe des ordonnées tandis que la seconde est une distance mesurée par rapport à l'axe des abscisses. Ce système trouve de nombreuses applications:

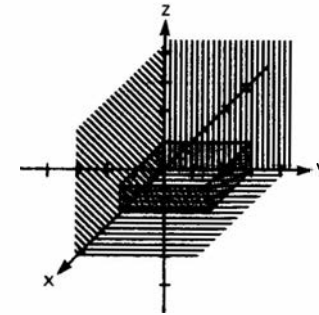
- en cartographie,
- en navigation,
- en construction de plans,
- etc.

Le guide pédagogique du premier cycle du secondaire (document 16-3301-01) présente avec plus de détails les systèmes de repérage sur une droite et dans le plan.

D'une façon similaire à celle utilisée dans le plan, tout point de l'espace peut être repéré à l'aide d'un système à coordonnées cartésiennes ou d'un système à coordonnées sphériques. Un point de l'espace sera alors repéré à l'aide d'un triplet de coordonnées.

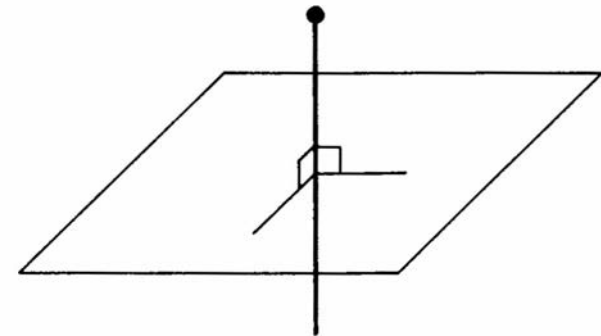
Le système à coordonnées cartésiennes est un système tri-dimensionnel formé de trois axes perpendiculaires deux à deux. L'illustration ci-dessous représente un tel système. Il est nécessaire de simuler la troisième dimension à l'aide de procédés graphiques. L'identification des axes respecte les conventions généralement admises. Un point est repéré de façon univoque à l'aide d'un triplet de la forme (x, y, z) dont

- x représente la distance qui sépare le point du plan yOz ,
- y représente la distance qui sépare le point du plan xOz ,
- z représente la distance qui sépare le point du plan xOy .



La distance d'un point à un plan est calculée sur la perpendiculaire abaissée de ce point sur le plan considéré. Une droite est perpendiculaire à un plan si elle est perpendiculaire à deux droites sécantes de ce plan. Ce système de repérage est très utile pour:

- le repérage dans l'espace,
- la construction de plans à trois dimensions,
- le jeu de dames à trois dimensions,
- etc.



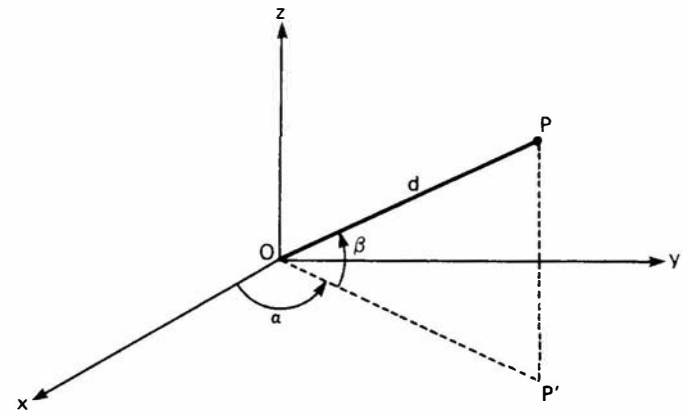
Il existe de nombreuses variantes à ce système de repérage. Par exemple, le local C-237 se localise dans l'aile C d'un édifice, au deuxième étage et au trente-septième emplacement sur cet étage. On peut repérer un livre dans une bibliothèque à l'aide du triplet (allée, étagère, rayon); ainsi un livre placé en (L, 3, 5) se retrouverait à l'allée L, 3^e étagère, 5^e rayon.

Le système à coordonnées sphériques est également un système tri-dimensionnel. Il fait référence à un système de trois axes perpendiculaires deux à deux. La représentation ci-contre illustre un tel système. Un point P de l'espace est alors repéré à l'aide d'un triplet de la forme (d, α, β) où

- d est la distance qui sépare le point P de l'origine du système,
- α est la mesure de l'angle xOP' ,
- β est la mesure de l'angle $P'OP$.

Si la mesure des angles α et β est exprimée en radians,

- d est appelé rayon vecteur,
- α est appelé longitude (ou azimuth),
- β est appelé latitude (ou hauteur).

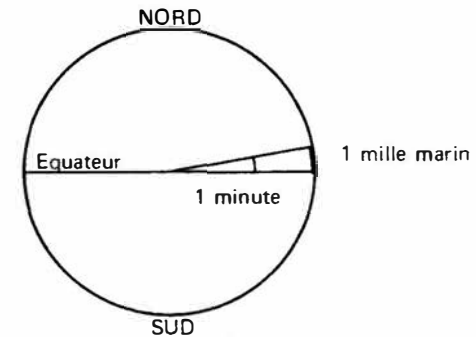


Un tel système de coordonnées est très utilisé en astronomie. Sur terre, le repérage géographique ne conserve que le couple (α, β) puisque le rayon vecteur d est constant par convention; ainsi, il suffit de parler de longitude et de latitude pour pouvoir se repérer de façon univoque.

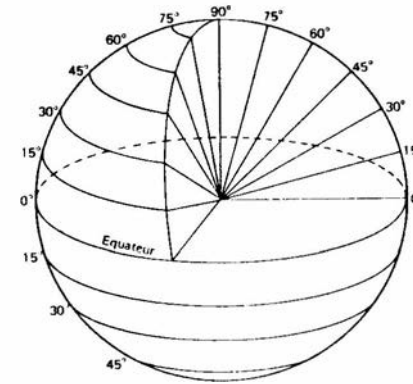
Le mille marin est une unité de mesure internationale qui découle du système de coordonnées sphériques. Il correspond à la distance moyenne qui sépare deux points de même longitude mais dont les latitudes permettent de former un angle au centre de une minute. Par convention, le mille marin

correspond à 1,812 km. Pour évaluer le mille marin, il suffit à l'aide du diamètre polaire de la terre de calculer la circonférence terrestre passant par les pôles nord et sud et de diviser le tout par 21 600 minutes (360 degrés \times 60 minutes/degré). Le mille marin correspond

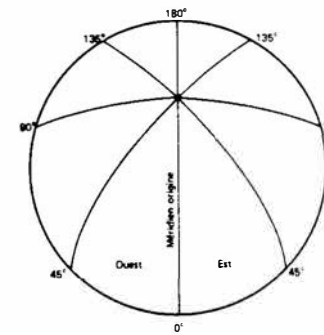
donc approximativement (la terre n'est pas parfaitement circulaire) à $\frac{\pi d}{360 \times 60}$ km = $\frac{12\,640 \pi}{21\,600}$ km = 1,8384135 km. La circonférence polaire est donc de 21 600 milles marins; la circonférence équatoriale est-elle identique? Quelle est la mesure du rayon polaire (et du rayon équatorial) en milles marins?



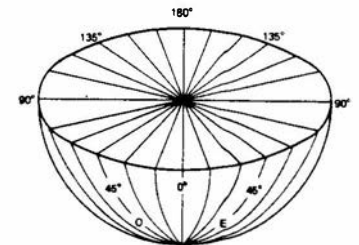
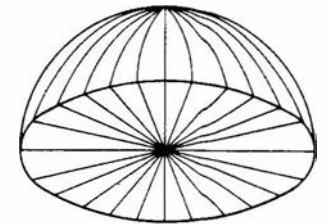
L'équateur est une ligne imaginaire qui fait le tour de la terre à égale distance des deux pôles. Le tracé de parallèles à cette ligne dont l'angle au centre, déterminé par les rayons associés, varie de degré en degré (de minute en minute), permet de mesurer la latitude. Les parallèles dont l'angle au centre associé mesure une minute sont à 1 mille marin l'une de l'autre ou à 1,852 km de distance. Une ligne joignant les deux pôles se nomme méridien. Sur la terre, le méridien d'origine passe par Greenwich selon une convention internationale. La localisation des autres méridiens est déterminée par un angle au centre, formé sur le plan équatorial et qui varie de degré en degré (de minute en minute). Il est à remarquer que la distance entre deux parallèles demeure constante tout autour de la terre tandis que celle entre deux méridiens varie selon que l'on est plus rapproché ou plus éloigné de l'équateur. En superposant ces deux systèmes de référence, il est possible d'obtenir un système de coordonnées simple et efficace qui permet de situer tout point à la surface du globe terrestre. Un agrandissement d'une partie de ce système de référence basé sur le système à coordonnées polaires permet de constater qu'il est facile de se

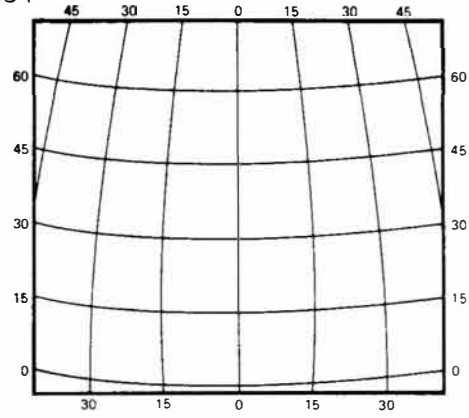
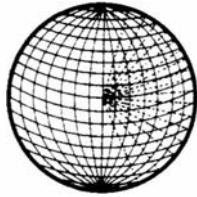


Latitude et parallèles

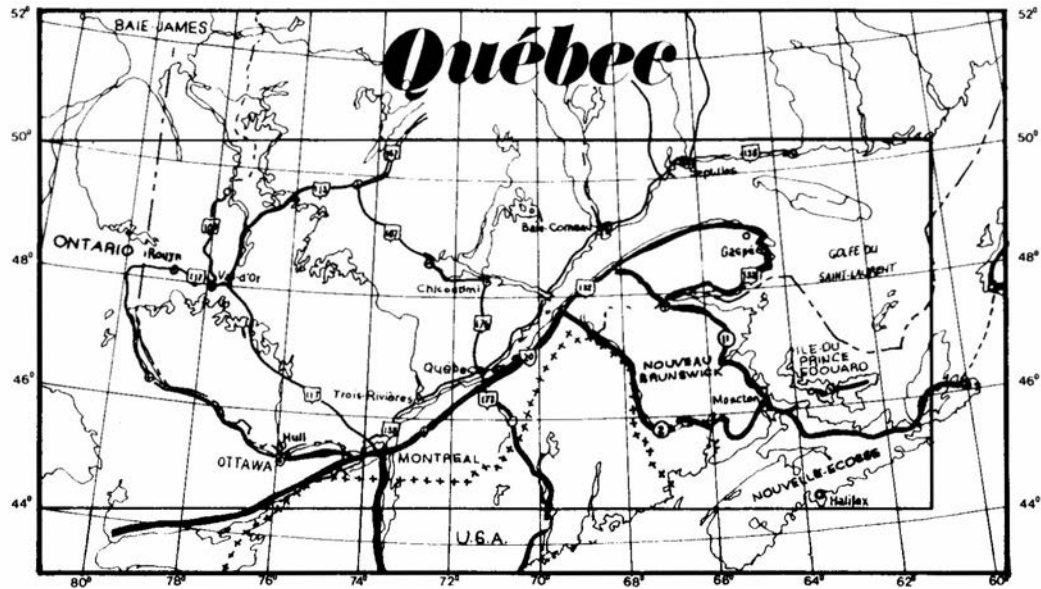


Longitude et méridiens





repérer partout à la surface de la terre. Une section de la carte du Québec illustre bien l'emploi que l'on fait des parallèles et des méridiens en cartographie.



Jadis, le repérage sur le système des parallèles permettait de trouver la latitude à partir de relevés faits à l'aide du sextant tandis que le repérage sur le système des méridiens s'effectuait par la comparaison de l'heure locale à celle de Greenwich afin de déterminer le méridien. Aujourd'hui, des systèmes complexes de balises (radio-phares, satellites, etc.) dont le plus employé en navigation est le Loran-C, permet aux navigateurs de se repérer efficacement à tout moment.

I- Le cercle

Le cercle peut être défini comme un ensemble de points du plan qui sont à égale distance d'un point fixe du plan appelé centre. Le cercle est donc un lieu géométrique car, par définition, un lieu géométrique est un ensemble de points qui possèdent une même propriété et qu'ils sont seuls à posséder. Ainsi, pour le cercle, cette propriété est exprimée par $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ et le lieu géométrique peut s'exprimer par

$C = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0\}$. Les lettres D, E et F sont des paramètres.

Il est également possible de définir le cercle comme étant la trace laissée par un point du plan qui subit un mouvement de rotation; il faut cependant que ce point ne soit pas le centre de rotation.

On peut alors observer que le cercle partage le plan en trois régions distinctes:

- l'intérieur du cercle (le disque), I;
- le cercle, C;
- l'extérieur du cercle, E;

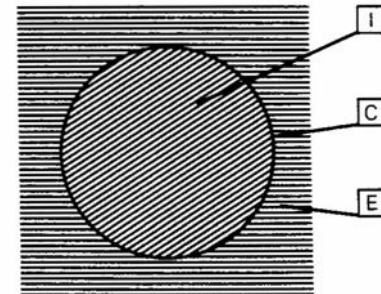
Il existe donc trois sous-ensembles du plan:

$$I = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + Dx + Ey + F < 0\}$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0\}$$

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + Dx + Ey + F > 0\}$$

et de ceux-ci on peut déduire que:

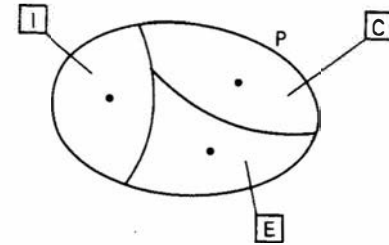


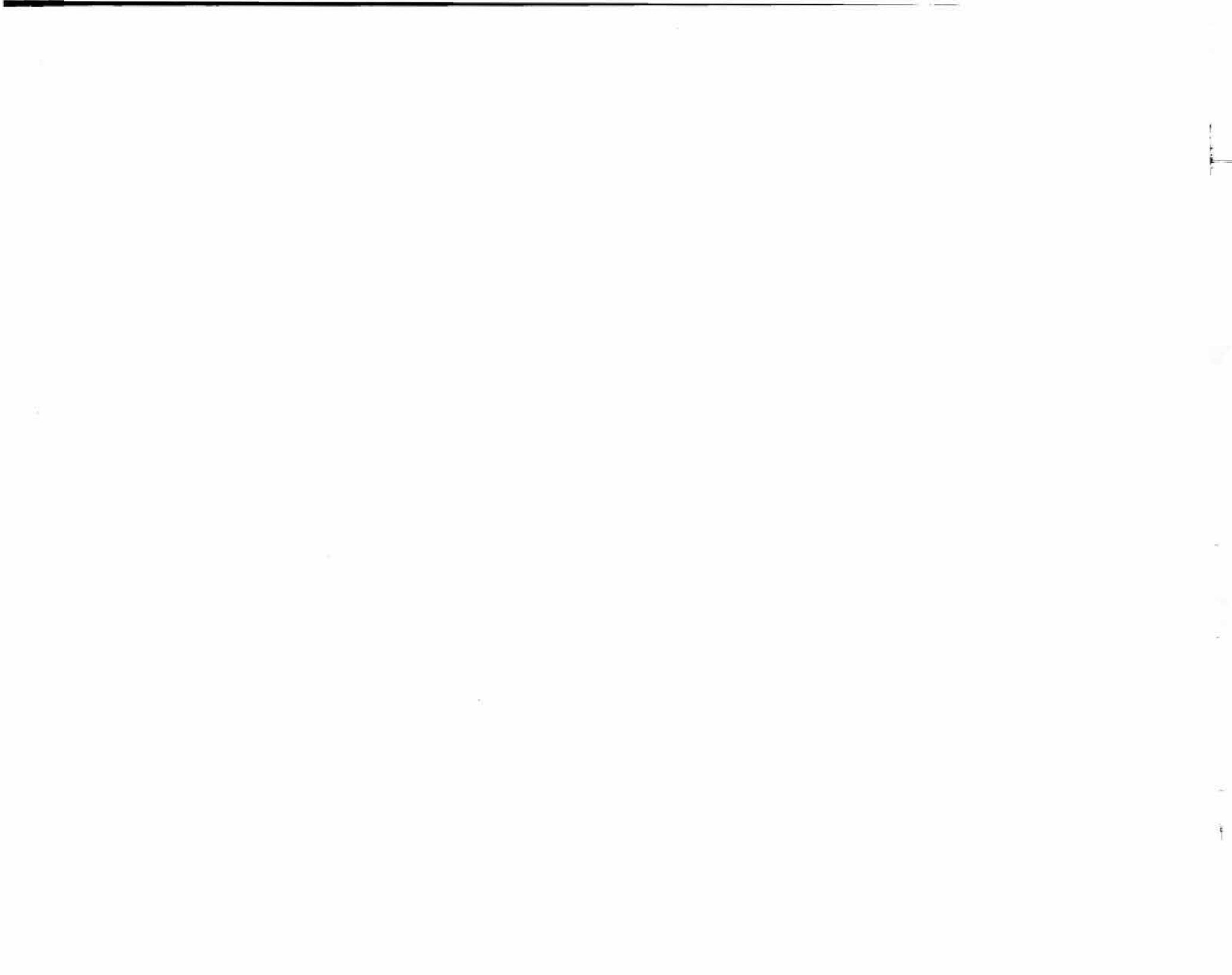
- $I \neq \emptyset$; $C \neq \emptyset$; $E \neq \emptyset$;
- $I \cap C = \emptyset$; $I \cap E = \emptyset$; $C \cap E = \emptyset$;
- $I \cup C \cup E = P$ (P étant l'ensemble des points du plan).

On peut conclure que le cercle définit une partition du plan; celle-ci s'écrit $\{I, C, E\}$ et se représente par le diagramme de Venn ci-contre.

L'intérieur du cercle détermine sa surface et la mesure de celle-ci donne l'aire du cercle; de plus, la mesure du cercle permet d'en déterminer la circonférence.

Il est possible de généraliser ces conclusions à tous les polygones du plan. Ainsi, la circonférence du cercle deviendra le périmètre du polygone. Le parallèle entre polygone et cercle peut permettre à l'élève de se faire une idée plus précise de ces deux concepts.





EVALUATION PEDAGOGIQUE



Cette section du guide pédagogique contient l'énoncé de critères et de modalités, applicables à l'évaluation des apprentissages, susceptibles de favoriser un jugement de valeur sur le degré d'atteinte des objectifs du programme.

Il est important de se rappeler à cet égard la responsabilité de l'enseignant: "c'est d'abord dans la classe que l'évaluation s'effectue et c'est l'enseignant qui en est le premier responsable".¹ L'intégration de l'évaluation pédagogique à la démarche dynamique d'apprentissage de l'élève doit être une préoccupation primordiale de l'enseignant.

"L'évaluation de l'apprentissage doit porter sur les objectifs de formation en vue desquels l'élève est appelé à travailler quotidiennement. Faire porter l'évaluation sur les objectifs de formation, c'est l'accorder avec les processus mentaux auxquels l'enseignement fait appel. C'est une question de qualité de l'éducation et de justice pour l'élève. Ce serait manquer de cohérence, par exemple, que de faire surtout appel à la compréhension et à l'analyse pendant l'enseignement et d'évaluer ses élèves ensuite par rapport à la simple mémorisation."²

L'évaluation pédagogique ne doit pas se faire sans motifs.

"Quelles que soient les raisons d'évaluer l'apprentissage de l'élève, on doit toujours avoir conscience du motif qui sous-tend toute opération d'évaluation qu'on entreprend.

-
1. Gouvernement du Québec, Ministère de l'Éducation, L'École québécoise, énoncé de politique et plan d'action, 1979, page 96.
 2. M.E.Q., Politique générale d'évaluation pédagogique, secteur du préscolaire, du primaire et du secondaire, septembre 1981, no 16-7500, page 10.

Est-ce pour mesurer le progrès individuel d'un élève vers l'objectif recherché? Est-ce pour avoir une idée générale du progrès de l'ensemble des élèves de l'école ou d'un groupe donné dans la poursuite du programme? Est-ce pour procéder à la formation de sous-groupes de travail dans une classe et favoriser ainsi un meilleur respect du rythme d'apprentissage pour chaque groupe concerné? Est-ce pour informer les parents sur les progrès de leurs enfants? Est-ce pour juger des stratégies d'enseignement utilisées?"¹

L'enseignant étant le principal responsable de l'évaluation pédagogique de l'élève, c'est donc à lui que revient la responsabilité de fixer le moment pour l'application d'un instrument de mesure.

"En évaluation formative, l'enseignant est habituellement le plus apte à fixer le moment de relever des indices. L'enseignant sait quand l'activité d'apprentissage a eu lieu et il peut déterminer le moment propice pour vérifier si l'apprentissage, lui aussi, a véritablement eu lieu chez l'élève.

L'enseignant tout comme le directeur d'école peuvent également fixer le moment où ils doivent poser certains gestes d'évaluation sommative. Si, par exemple, ils désirent vérifier chez les élèves le degré de maîtrise réelle d'un ensemble de concepts ou d'habiletés, ils pourront procéder à une évaluation-synthèse dont ils détermineront eux-mêmes les moments tout en tenant compte du plan d'évaluation."²

1. M.E.Q., Politique générale d'évaluation pédagogique, secteur du préscolaire, du primaire et du secondaire, septembre 1981, no 16-7500, page 10.

2. Ibid, page 10.

Dans le processus dynamique de l'apprentissage, l'évaluation joue un rôle primordial et contribue à :

- "fournir des données sur la qualité du rendement scolaire des élèves et de leur développement général ;
- aider à prendre connaissance de la qualité de l'apprentissage réalisé par les élèves ;
- aider au diagnostic de problèmes particuliers ou collectifs de rendement scolaire ou de développement général des élèves ;
- conduire à des décisions permettant d'orienter l'activité pédagogique".¹

Les travaux, questionnaires de contrôles, tests, examens, etc. sont fréquemment utilisés comme instruments de mesure par les enseignants. Certains d'entre eux dépassent ce stade en élaborant des grilles d'observation qui servent d'outil à l'évaluation. Dans cette foulée, ce guide pédagogique propose des grilles qui se veulent des instruments susceptibles de favoriser une évaluation formative supportée par une interprétation critériée (grille du type A), tout en ne négligeant pas l'évaluation sommative où intervient également l'interprétation normative (grille du type B).

Que les grilles fournies dans ce document soient employées ou non, le maître ne devrait généralement pas utiliser les résultats ayant servi à une évaluation formative comme éléments à la base d'une interprétation normative. En d'autres mots, ces résultats sont des indices permettant un enseignement correctif et ils ne doivent habituellement pas figurer sur le bulletin officiel de l'élève.

1. S.G.M.E., La mesure critériée et la mesure normative, 1976.

L'évaluation sommative consignée au bulletin de l'élève, vise à contrôler la maîtrise d'un ensemble d'objectifs d'apprentissage. A l'évaluation formative, elle ajoute le temps (la rétention) et l'accumulation des connaissances (qui peut dans certains cas augmenter la maîtrise). Cette évaluation comporte un seuil minimal (la note de passage). Pour toutes ces raisons, elle semble posséder les caractéristiques qui conduisent à l'interprétation critériée et peut occasionnellement servir à une telle interprétation.

Le tableau tétrachorique suivant situe le cadre du processus dynamique de l'évaluation des apprentissages et de son interprétation dans une démarche pédagogique explicitée aux paragraphes précédents.

		INTERPRETATION	
		NORMATIVE	CRITERIEE
EVALUATION	FORMATIVE	Utilisation occasionnelle	Usage à privilégié
	SOMMATIVE	Usage à privilégié	Utilisation occasionnelle

Les grilles de la catégorie A permettent une évaluation formative des apprentissages. La mesure peut s'effectuer à l'aide des tests diagnostiques, ceux-ci assurant la mesure du degré de maîtrise de chaque objectif terminal. Ces tests vont favoriser une interprétation critériée des acquis de chaque élève et faciliter un enseignement correctif adéquat. Ces tests ne servent qu'au diagnostic et ne doivent pas être utilisés à des fins de promotion. Une mesure ponctuelle est effectuée sur chaque objectif général. Le résultat de cette mesure exprimé sur 100 est alors pondéré par le facteur n. Cette pondération est nécessaire afin que les notes reflètent l'importance relative accordée à chacun des objectifs généraux. Il est possible de déterminer la valeur du n en s'inspirant des pourcentages du tableau présenté à la section 5.2 du programme, étalés sur 100%. La cote ainsi obtenue est reportée à la case appropriée de la grille B.

Comme le rendement d'un élève n'est pas toujours "directement proportionnel" à ses résultats, l'enseignant est fortement encouragé à favoriser une co-évaluation où le maître et l'élève évaluent conjointement le "rendement général" de l'élève à partir de critères acceptés par tous: effort, constance, qualité et quantité de travail, participation, etc. en exprimant le résultat à l'aide d'une échelle telle:

- 5 excellent,
- 4 très bon,
- 3 bon,
- 2 passable,
- 1 médiocre,
- 0 nul.

La moyenne de ces co-évaluations est reportée à la case correspondante de la grille B. La grille A étant complétée, l'enseignant peut s'en servir comme un des éléments importants qui lui permet d'effectuer une évaluation critériée des apprentissages de chaque élève.

La grille de la catégorie B permet de colliger les cotes correspondant aux "co-évaluations" et aux "examens" calculées à chacune des grilles A. La moyenne des cotes de la colonne "co-évaluation" et la sommation des cotes pondérées de la colonne "examen" permettent d'obtenir un portrait général du rendement de l'élève. La mesure obtenue à l'aide de l'examen final dont le contenu doit nécessairement toucher à tous les objectifs généraux d'un programme permet de vérifier si l'élève a été capable de faire une synthèse des concepts étudiés. Cet examen final doit être préparé et administré par l'organisme scolaire (une commission scolaire, une commission scolaire régionale ou le ministère de l'Education) responsable de l'application de ce programme. La demi-somme des examens et de l'examen final fournit un résultat exprimé sur 100 qui permet une évaluation générale du rendement de l'élève. Les deux cotes qui apparaissent au bas de cette grille peuvent servir d'éléments importants dans l'évaluation sommative face aux acquis académiques de l'élève et dans la décision concernant la promotion de ce dernier.

Les pages qui suivent regroupent les grilles des catégories A et B. Celles-ci couvrent l'ensemble du programme du second cycle du secondaire.

Prénom :		Nom :	
Programme de : second cycle, sec. III			
OBJECTIF GÉNÉRAL	N° 2	FAVORISER chez l'élève l'analyse de situations géométriques.	
OBJECTIFS TERMINAUX			
2.1	RESOUDRE des problèmes impliquant des transformations du plan: translation, rotation, réflexion ou homothétie.		A
2.2	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante appliquant la notion d'isométrie.		
2.3	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante appliquant la notion de similitude.		
2.4	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante utilisant les rapports trigonométriques sinus, cosinus ou tangente.		
2.5	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante faisant appel aux relations dans le cercle ou dans le triangle rectangle.		
2.6	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante, sur des solides.		
Co - évaluation : 5 Excellent 4 Très bon 3 Bon 2 Passable 1 Médiocre 0 Nul		Remarques : _____ _____ _____	

Co - évaluation

Test diagnostique

Examen

n = 0,40

100 x n

Moyenne

Prénom :		Nom :			
Programme de : second cycle, se c III					
OBJECTIFS GÉNÉRAUX					
1	FAVORISER chez l'élève l'application des connaissances arithmétiques ou algébriques.				B
2	FAVORISER chez l'élève l'analyse de situations géométriques.				
3	INITIER l'élève à l'analyse de données statistiques ou probabilistes.				
Co - évaluation : 5 Excellent 4 Très bon 3 Bon 2 Passable 1 Médiocre 0 Nul		Promotion : _____			
		Remarques : _____			
				Moyenne	200
					100
					100
					100

Prénom :		Nom :	
Programme de : second cycle, sec. IV			
OBJECTIF GÉNÉRAL	N°	FAVORISER chez l'élève l'analyse de situations géométriques.	
OBJECTIFS TERMINAUX			
2.1	RESOUDRE des problèmes impliquant des transformations du plan: translation, rotation, réflexion ou homothétie.		
2.2	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante appliquant la notion d'isométrie.		
2.3	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante appliquant la notion de similitude.		
2.4	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante utilisant les rapports trigonométriques sinus, cosinus ou tangente.		
2.5	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante faisant appel aux relations dans le cercle ou dans le triangle rectangle.		
2.6	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante sur des solides.		

Co - évaluation :

- 5 Excellent
- 4 Très bon
- 3 Bon
- 2 Passable
- 1 Médiocre
- 0 Nul

Remarques : _____

A

n = 0,40

100 x n

Moyenne

Prénom : _____		Nom : _____		Co - évaluation	Examen	Examen final	B
Programme de : second cycle, sec. IV							
OBJECTIFS GÉNÉRAUX							
1	FAVORISER chez l'élève l'application des connaissances arithmétiques ou algébriques.						
2	FAVORISER chez l'élève l'analyse de situations géométriques.						
3	INITIER l'élève à l'analyse de données statistiques ou probabilistes.						
Co - évaluation : 5 Excellent 4 Très bon 3 Bon 2 Passable 1 Médiocre 0 Nul				Promotion : _____		100	
Remarques : _____				_____		100	
				Moyenne		200	
						100	

Prénom :		Nom :	
Programme de : second cycle, sec. V			
OBJECTIF GÉNÉRAL	N° 2	FAVORISER chez l'élève l'analyse de situations géométriques.	
OBJECTIFS TERMINAUX			
2.1	RESOUDRE des problèmes impliquant des transformations du plan: <u>translation, rotation, réflexion ou homothétie.</u>		
2.2	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante <u>appliquant la notion d'isométrie.</u>		
2.3	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante <u>appliquant la notion de similitude.</u>		
2.4	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante utilisant les rapports trigonométriques sinus, cosinus ou tangente.		
2.5	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante faisant appel aux relations dans le cercle ou dans le triangle rectangle.		
2.6	RESOUDRE des problèmes issus de situations de la vie courante, sur des solides.		

Co - évaluation :

- 5 Excellent
- 4 Très bon
- 3 Bon
- 2 Passable
- 1 Médiocre
- 0 Nul

Remarques : _____

A

n = 0,27

100 x n

Moyenne

MATERIEL DIDACTIQUE

MATERIEL DIDACTIQUE

L'enseignement de la mathématique, pour être valable, doit se fonder sur la découverte et l'utilisation par l'élève de certains concepts de base: classification, nombres, numération, mesure, opérations ou formes géométriques. Or, dans cette démarche, la manipulation revêt une importance telle qu'on ne saurait s'en passer. En effet, c'est à partir de situations quotidiennes, de tâches motivantes et d'expériences diverses, grâce à des jeux, à des codes ou à des représentations, que l'enfant construit ses propres concepts et peut opérer ses propres abstractions.

Pour favoriser une telle démarche, maître et élèves doivent recourir à un matériel didactique abondant, varié et facile d'accès. A cause des contraintes multiples imposées par le coût du matériel, le nombre d'usagers et les problèmes d'entreposage, une organisation pédagogique et physique de l'utilisation de ce matériel devient une nécessité.

Voici une liste non exhaustive de matériel didactique qui ne comprend ni les documents écrits (manuels, cahiers d'exercices, cahiers de réponses, guide du maître) ni les documents audio-visuels.

MATERIEL POUR UNE CLASSE

QUANTITE	DESCRIPTION
<u>Mesure d'angle et de longueur</u>	
1	Compas pour tableau, bois, longueur 420 mm, pivot double, caoutchouc-acier.
1	Courbe flexible, barre de plomb, monture de vinyle, longueur 600 mm.
1	Equerre pour tableau, plastique ou bois, 30° - 60° , droite-gauche, hauteur 500 mm, graduée, poignée.
1	Equerre pour tableau, plastique ou bois, 45° , droite-gauche, longueur 400 mm, graduée, poignée.
1	Rapporteur pour tableau, plastique ou bois, 180° , droite-gauche, longueur de la base 500 mm.
1	Règle pour tableau, plastique ou bois, largeur 64 mm, longueur 1000 mm, graduée, poignée.
1	Té pour tableau, plastique ou bois, longueur 900 mm, poignée.
3	Clinomètre, type revolver, plastique avec plomb.
3	Compas à calibrer, plastique ou bois, longueur 300 mm, mesures intérieures et extérieures.
3	Micromètre (0-25) mm ou 0,01 mm, acier inoxydable.
3	Pied à coulisse, longueur 900 mm à 1000 mm, gradué, mesures intérieures et extérieures.

QUANTITE DESCRIPTION

Mesure d'angle et de longueur (suite)

- 3 Roue à mesurer, plastique, circonférence 1000 mm, graduée, déclic sonore, manche.
- 3 Ruban à mesurer, fibre de verre, longueur 20 000 mm, graduée en millimètres.

Volume et surface

- 1 Centimètres cubes (1000), masse 1 gramme, plastique, couleurs assorties, emboitables.
- 1 Litre, plastique clair, cube de 100 mm d'arête, gradué en millimètres.
- 35 Grille transparente, plastique, 200 mm x 200 mm, mesure de surface.
- 1 Mètre cube squelettique, démontable, 3 tiges peintes au décimètre.
- 1 Récipient plastique, 1000 ml, gradué 50 ml, bec verseur et anse.
- 1 Solides évidés, plastique, hauteur 150 mm, trou de remplissage, jeu de 14.

Géométrie et algèbre

- 1 Angle au centre et angle inscrit, matériel aimanté.
- 17 Géoplan, planche, 300 mm x 300 mm, chevilles, bandes élastiques, couleur.

QUANTITE DESCRIPTION

Géométrie et algèbre (suite)

- 1 Parallèles coupées par une sécante, matériel aimanté.
- 1 Théorème de Pythagore, matériel aimanté.

Matériel complémentaire

- 1 Boussole, type Brunton "Cadet", miroir de visée, graduation 0-360, droite-gauche.
- 35 Calculatrices scientifiques à logique algébrique.
- 1 Droite numérique, tableau magnétique, largeur 200 mm, longueur 1500 mm, disques.
- 1 Initiation, probabilité, statistique, (trousse).
- Niveau inclinable, angles horizontaux, grossissement 18X.
- 1 Planimètre polaire compensateur, plastique, loupe.
- 10 Polyformes, assemblage de cartons rigides, bandes élastiques.
- 10 Volumes à construire, pailles plastiques, liens, noeuds de jonctions.
- 35 Miroirs, (Mira ou autres).
- 1 Blocs multibases (1 ensemble).
- 2 Réseaux logiques et blocs logiques.

QUANTITE DESCRIPTION

Matériel complémentaire (suite)

2	Trimath et quadrimath.
1	Tableau à coordonnées polaires et à coordonnées rectangulaires (recto-verso). Jeux mathématiques divers.
8	Micro-ordinateurs.

MATERIEL FOURNI PAR L'ECOLE

QUANTITE DESCRIPTION

	Colle de résine, blanche, bidon de 5 kg.
	Jeu de cartons, couleurs variées.
	Papier millimétrique quadrillé.
35 par classe- atelier	Ciseaux tout usage, acier, longueur 200 mm, (droite, gauche).

MATERIEL ACHETE PAR L'ELEVE

QUANTITE DESCRIPTION

Compas à crayon, laiton, longueur 150 mm, vis de blocage ou pince.

Equerre de dessinateur, plastique clair, hauteur 150 mm, 30° - 60° , droite-gauche.

Equerre de dessinateur, plastique clair, hauteur 150 mm, 45° , droite-gauche.

Rapporteur d'angles, plastique, 150 mm, demi-circonférence, double échelle, mire.

Règle à mesurer, plastique ou bois, 300 mm, graduée en millimètres.

Calculatrice scientifique à logique algébrique.

BIBLIOGRAPHIE

Voici une bibliographie non exhaustive qui peut être source de suggestions d'activités.

A noter que, règle générale, n'apparaissent pas dans cette section les livres agréés par le ministère de l'Education ainsi que les matériels (fiches) qui existent dans les commissions scolaires.

OBJECTIF GENERAL 2

FAVORISER chez l'élève l'analyse de situations géométriques.

Artin, E. Algèbre géométrique. Gauthier, Villars, Paris.

Banwell, C.S. et autres. Points de départ. Adapté de l'anglais par Dubail F., éditions Cédic, HMH, 1974.

Bélangier, G. "Formes géométriques à trois dimensions", dans Instantanés mathématiques. APAME, 1972.

Bell, A.W. "Tessellations of Polyominoes", dans Mathematical Reflections. Association of Teachers of Mathematics, CUP.

Bergamini, David. Les mathématiques. Collections Time-Life, Life le monde des sciences, 1969, 200 pages.

Bergeron, A., Bordier, J., Warisse, M. Utilisation de la calculatrice pour l'enseignement des mathématiques au secondaire. PERMAMA, (PMM-5026), Télé-université, 1981.

Berloquin, Pierre. 100 jeux géométriques. Le livre de poche, 3537, 1975.

Bossard, Y. Rosaces, frises et pavages. Vol. 1, étude pratique, éditions Cédic, HMH, 1977.

Bouvier, A. et autres. Dictionnaire des mathématiques. Presses universitaires de France, Paris, 1979, 832 pages.

Choquet, G. L'enseignement de la géométrie. Herman, Paris.

Collette, J.-P. Histoire des mathématiques. Editions du renouveau pédagogique, 1973, 228 pages.

Cordin, P.W. Measuring Area, Mathematics and Measuring 5. MacMillan.

Cordin, P.W. Measuring Length, Mathematics and Measuring 1. MacMillan.

Cordin, P.W. Solids, Starting Mathematics 4. MacMillan.

- Côté, Benoît. Enseignement de la géométrie par activités d'exploration. PERMAMA, (PMM-5015), Télé-université, 1978.
- Coxeter, H.S.M. et Greitzer, S.L. Redécouvrons la géométrie. Dunod, Paris, 1971.
- Crithlow, K. Order in Space. The Viking Press, N.Y.
- Denholm, R.A. Mathematics Man's Key to Progress. The Franklin Mathematics Series, Lyons & Carnahan.
- Dienes, Z.P., Golding, E.W. Topologie, Géométrie projective et affine, La géométrie par les transformations I. Entreprises culturelles.
- Dienes, P., Golding, E.W. Groupes et coordonnées, La géométrie par les transformations III. Entreprises culturelles.
- Dieudonné, J. Algèbre linéaire et géométrie élémentaire. Herman, Paris.
- Dieudonné, J. Fondements de l'analyse moderne. Gauthier-Villars, Paris, 1963.
- Ernst, Bruno. The Magic Mirror of M.C. Escher. Random House, New York.
- Escher, M.C. L'oeuvre graphique. Solin, Paris.
- Faber. Géométrie. Traduit par Evreinov N., Lidec Inc., tomes 1, 2, 3 et 4.
- Filion, P. et Lanouette, C. Approche intuitive de la géométrie. S.O.E.M.
- Fletcher, T.J. L'apprentissage de la mathématique aujourd'hui. Education nouvelle.
- Fleury, M., Fraser, B. Géométrie et réalité. PERMAMA, (PMM-3033 et PMM-3034), Télé-université, 1979.
- Galion, E. Mathématique 4e, 5e et 6e. O.C.D.L., Hatier, Fiche 9'.
- Glaymann, M. "Une géométrie sur un cube", dans Bulletin de l'APMEP. 50e année, décembre 1971.
- Grignon, Jean. Activités géométriques, triangles et quadrilatères.
- Harris, J. et autres. The School Mathematics Project (SMP). CUP, Book C, D, E, F, G et H.

- Harris, J. et autres. Activités mathématiques. Adapté de l'anglais par Bourget, B. et autres, de la série SMP, livres A et B, 1976 et 1977, HRW.
- Holden, A. Formes, espace et symétries. Adapté de l'anglais par Thierry, M., éditions Cédic, vol. 2, 1977.
- Horne, S. Patterns and Puzzles in Mathematics. The Franklin Mathematics Series, Lyons & Carnahan.
- Jacobs, H.R. Mathematics A Human Endeavor. Freeman, 1970.
- Johnson, D. et autres. Activities in Mathematics, Geometry. Second Course, Scott, Foresman.
- Kilner. Perimeter, Area and Volume. Ryerson Press, Ontario.
- Lanouette, C. S-1, Les jumeaux symétriques, S-2, Miroirs et pliages, Symétrie, Mathématique à l'élémentaire, SMTE; T-1, Le safari topologique, Topologie, SMTE; T-2, Lapins vs poissons, Topologie, SMTE.
- Laquerre, J. et Taurisson, A. Activités géométriques I. PERMAMA, (PMM-5017), Télé-université, 1978.
- Lemay, F. "La notion d'aire", dans Bulletin de l'A.M.Q. Janvier, 1969.
- McKeeby, P.J. et Zwoyer, R.E. Notion Geometry. UICSM, traduit par Carreau, F. et Kayler, H., publié sous le titre Géométrie dynamique, livre 1: Calquage, congruence et déplacements, livre 2: Congruence, livre 3: Symétrie, livre 4: Aire, similitude et construction, Lidec.
- M.E.Q. Système international d'unités: fiches d'activités 15-8506-01, longueurs; 15-8506-02, aire; 15-8506-03, volumes; 15-8506-04, masses.
- Mold, J. Solids Models. Topics from Mathematics, CUP.
- Mold, J. Tessellations. Topics from Mathematics, CUP.
- Morris, Brookes. "Enlargements - An Investigation, Continuation and Invitation", dans Mathematical Reflections. Association of Teachers of Mathematics, CUP.

- N.C.T.M. Historical Topics for the Mathematics Classroom. NCTM, 1969.
- N.C.T.M. Measurement in School Mathematics. 1976 Yearbook, NCTM.
- Odier, M. et Roussel, Y. Surprenants triangles. Collection Les distracts, Cédic.
- The Open University, Groups 1, Mathematics Foundation Course, Unit 30, 30.1: Symetry, 30.2: The Algebra of Symetry, M10030, The Open University Press.
- Owen, G.E. Initiation aux mathématiques appliquées. Dunod.
- Revue du palais de la découverte. Courbes mathématiques, numéro spécial 8, juillet 1976.
- Shilgalis, Thomas W. "Geometric Transformation on a Microcomputer" dans The Mathematics Teacher. NCTM, janvier 1982.
- Stengel, C.E. "A look at Regular and Semiregular Polyhedra" dans The Mathematics Teacher. NCTM, Décembre 1972.
- Touyarot, M. Itinéraire mathématique; géométrie, mesure. Cours moyen 2e, Fernand Nathan.
- University of Illinois Committee on School Mathematics. Géométrie dynamique: Livre 1, Livre 2, Livre 3, Livre 4. Les éditions Julienne inc.
- Warusfel, André. Dictionnaire raisonné de mathématiques. Editions du Seuil, Paris, 1966, 514 pages.
- Wenninger, M.J. Polyhedron Models for the Classroom. NCTM, 1971.
- Weyl, H. Symétrie et mathématique moderne. Flammarion, Paris.
- Wicher, Olive. Projective Geometry: Creative Polarities in Space and Time. Rudolf Steiner Press, London, 1971.

