

GUIDE PÉDAGOGIQUE

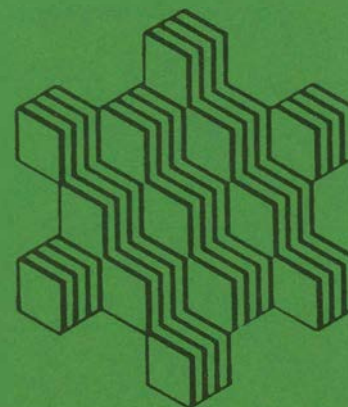
• Secondaire

MATHÉMATIQUE

SECOND CYCLE

FASCICULE C

LA STATISTIQUE ET LA PROBABILITÉ



Québec 

MATHÉMATIQUE

SECOND CYCLE

FASCICULE C

LA STATISTIQUE ET LA PROBABILITÉ

Direction générale du développement pédagogique
Direction de la formation générale

**Approuvé par les Comités protestant et catholique
du Conseil supérieur de l'éducation
les 4 et 17, 18 novembre 1983.**

© **Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation, 1984**

ISBN 2-550-06332-5

Dépôt légal - premier trimestre 1984

AUTEURS*

M. Jean Matte	Agent de développement pédagogique, responsable de la mathématique au secondaire, Direction générale du développement pédagogique, ministère de l'Education.
M. Jean-Berchmans Veilleux	Agent de développement pédagogique, Direction générale du développement pédagogique, ministère de l'Education.

COMITE CONSULTATIF*

M. Bernard Blain	Agent de développement pédagogique, Direction générale du développement pédagogique, ministère de l'Education.
Mme Noëlange Boisclair	Coordonnateur, Coordination provinciale en mathématique au collégial.
M. Ray Clarke	Représentant de la Q.A.M.T. (Quebec Association of Mathematics Teachers).
M. Claude Janvier	Professeur, Université du Québec à Montréal.
M. Raymond Lalonde	Représentant de l'A.M.Q. (Association mathématique du Québec).
M. Jean Matte	Agent de développement pédagogique, responsable de la mathématique au secondaire, Direction générale du développement pédagogique, ministère de l'Education.
M. Jean-Marcel Mius d'Entremont	Coordonnateur de l'enseignement général, C.S.R. de Tilly.
M. Jean-Berchmans Veilleux	Agent de développement pédagogique, Direction générale du développement pédagogique, ministère de l'Education.

* Les personnes dont les noms suivent exerçaient les fonctions mentionnées pendant l'année scolaire 1981-1982.

M. Michel Warisse

Représentant du G.R.M.S. (Groupe des responsables en mathématique au secondaire).

COMITE DE PRODUCTION*

M. Michel Arcouet

Enseignant, C.S.R. Meilleur.

Mme Emilienne Boisvert

Enseignante, C.S.R. Jérôme-Le Royer.

M. Marcel Brisebois

Enseignant, C.E.C.M. (Commission des écoles catholiques de Montréal).

M. Michael Cassidy

Conseiller pédagogique, C.S. Baldwin-Cartier.

M. Raymond Lalonde

Enseignant, C.E.C.M. (Commission des écoles catholiques de Montréal).

M. Jean Matte

Agent de développement pédagogique, responsable de la mathématique au secondaire, Direction générale du développement pédagogique, ministère de l'Education.

M. Jean-Marcel
Mius d'Entremont

Coordonnateur de l'enseignement général, C.S.R. de Tilly.

M. Pierre-Paul Renaud

Conseiller pédagogique, C.S.R. Blainville-Deux-Montagnes.

M. Jean-Berchmans Veilleux

Conseiller pédagogique, C.S.R. de Chambly.

M. Michel Warisse

Enseignant, C.S. de Châteauguay.

M. Guy Zenaitis

Enseignant, C.E.C.M. (Commission des écoles catholiques de Montréal).

M. Edward Zegray

Conseiller pédagogique, C.E.C.M. (Commission des écoles catholiques de Montréal).

* Les personnes dont les noms suivent exerçaient les fonctions mentionnées pendant l'année scolaire 1981-1982.

TABLE DES MATIERES

1. Introduction	1
2. Notes pédagogiques	7
- Objectif général 1	Fascicule A
- Objectif général 2	Fascicule B
- Objectif général 3	9
- Objectif terminal 3.1	15
- Objectif terminal 3.2	53
- Objectif terminal 3.3	123
- Notes didactiques complémentaires	145
3. Evaluation pédagogique	181
4. Matériel didactique	195
5. Bibliographie	203

1

INTRODUCTION

Ce guide pédagogique¹ est associé au programme de mathématique du second cycle du secondaire (document no 16-3302). Son contenu n'est pas prescriptif et il se veut un document de support pédagogique à caractère indicatif.

"Son intention générale est de promouvoir une bonne compréhension du programme, de suggérer aux enseignants des approches pédagogiques, des situations éducatives et des situations d'apprentissage jugées appropriées pour une bonne application du programme. Il vise aussi à susciter la créativité dans la recherche des moyens pédagogiques à mettre en oeuvre."²

Ce document¹ contient des commentaires sur chacun des objectifs généraux, terminaux et intermédiaires. Ces notes sont des points de repère jugés utiles dans l'élaboration d'un plan de cours. Elles ont pour objectif premier de définir des limites, d'indiquer des tendances ou de proposer des stratégies. Elles tentent de respecter les grands principes méthodologiques et de se conformer aux principes directeurs qui ont présidé à l'élaboration du programme.

De plus, à plusieurs endroits, ce guide pédagogique¹ renferme des indications d'enrichissement susceptibles de permettre aux élèves motivés une exploration plus complète de certains domaines traités par le programme.

-
1. Ce guide pédagogique est constitué de trois fascicules:
 - fascicule A: L'arithmétique et l'algèbre (document 16-3302-01);
 - fascicule B: La géométrie (document 16-3302-02);
 - fascicule C: La probabilité et la statistique (document 16-3302-03).
 2. D.G.D.P., Cadre relatif à l'élaboration des programmes et des guides pédagogiques, page 19.

Il faut que chaque enseignant puisse modifier sa méthodologie face à cet outil afin de pouvoir l'exploiter d'une façon rationnelle en classe. L'un des principes directeurs de ce programme préconise l'utilisation de la calculatrice, du micro-ordinateur, etc. et nombreux sont les sujets traités dans le programme qui invitent à son emploi:

- la recherche de régularités sur les nombres;
- l'évaluation d'une suite d'opérations sur les grands ou petits nombres;
- la résolution d'équations par des méthodes itératives;
- la résolution de problèmes complexes;
- la validation d'approximations;
- la vérification de réponses;
- l'évaluation de formules en combinatoire ou en statistique;
- les rapports trigonométriques;
- etc.

Les deux derniers sujets cités dans cette liste exigent même l'emploi obligatoire d'outils électroniques. En effet, l'évaluation de formules en combinatoire ou en statistique serait beaucoup trop ardue et prendrait beaucoup trop de temps sans l'aide de ceux-ci; de plus, la non utilisation des tables trigonométriques oblige l'usage de la calculatrice. Dans le contexte où l'on veut favoriser l'emploi d'heuristiques variées dans la solution de problèmes associés à des situations réalistes, donc parfois très complexes, l'usage d'outils électroniques permet donc à l'élève de se dégager des préoccupations purement opératoires pour porter toute son attention sur le choix et l'utilisation des meilleures stratégies.

Il faut cependant ajouter que ce guide pédagogique n'est pas une "préparation de classe" et les informations qu'il renferme ne doivent pas être transmises directement à l'élève. Les commentaires et les notes didactiques complémentaires sont des textes qui s'adressent au maître et non à l'élève; il ne faut donc pas se surprendre de retrouver, à l'occasion, un exposé plus développé que celui qui doit normalement être présenté à l'élève.

Il est obligatoire d'assurer à tous les élèves une bonne compréhension de ce programme de base et de prévoir une place à la récupération à l'aide d'un enseignement correctif pour les élèves faibles et à l'enrichissement à l'aide de documents prévus à cette fin pour les élèves forts. L'explication des contenus couverts par ces activités de récupération ou d'enrichissement est une responsabilité des organismes scolaires.

Tout au long de ce guide, l'utilisation de techniques de résolution de problème est privilégié en vue de mettre en évidence l'aspect pragmatique de la mathématique, et d'unifier les différents thèmes développés dans le programme: arithmétique, algèbre, géométrie, trigonométrie, statistique et probabilité. Il ne faudrait pas sous-estimer également la place importante que doit occuper le développement des habiletés dans le contexte d'un programme de base en mathématique. La bonne compréhension des concepts de base ne doit pas exclure la nécessité de faire acquérir à l'élève des algorithmes opératoires sûrs et efficaces.

Loin de boudier l'apport des technologies nouvelles, il importe de se pencher sérieusement sur l'impact de la calculatrice de poche dans la société et particulièrement dans le milieu scolaire. Nombreux sont les élèves qui en possèdent une et qui veulent s'en servir.

Un chapitre traitant de l'évaluation pédagogique suggère, à titre d'exemples, une grille pouvant permettre une évaluation continue des apprentissages, celle-ci permettant à l'enseignant d'être mieux outillé pour effectuer un enseignement correctif adapté à chacun de ses élèves (grille "A"). Une autre grille, la grille "B", pourrait éventuellement servir comme élément d'évaluation parmi d'autres sur lequel les autorités scolaires pourraient se baser pour déterminer la promotion de chaque élève.

L'enseignant pourra obtenir un supplément d'informations en consultant les chapitres quatre et cinq: "Matériel didactique" et "Bibliographie". Les informations citées dans ces deux chapitres ne sont nullement exhaustives et pourront être complétées par un inventaire des ressources du milieu.

Dans le but d'uniformiser et de favoriser une compréhension univoque des graphiques, notations et symboles, l'enseignant verra à consulter le Document d'information, graphisme, notations et symboles utilisés en mathématique au secondaire, (document 16-3306). Ce répertoire sera utilisé lors de la préparation des tests ou examens du ministère de l'Education.

NOTES PEDAGOGIQUES

OBJECTIF GENERAL

No: 3

INITIER l'élève à l'analyse de données
statistiques ou probabilistes.

THEME: La statistique et la probabilité

DUREE: 15% du temps en troisième secondaire
15% du temps en quatrième secondaire
20% du temps en cinquième secondaire

Dans le cours de sa formation, l'élève rencontre des situations qui ne sont pas à deux états ou valeurs tels vrai ou faux, oui ou non, blanc ou noir, zéro ou un, pair ou impair, etc., mais des situations où maintes valeurs sont acceptées. Ces situations sont étudiées par la statistique et la probabilité.

La recherche des lois régissant un ensemble d'êtres ou d'éléments portant sur la population entière (le recensement) ou sur une partie seulement (l'échantillon) constitue l'objet de toute étude statistique ou probabiliste. Cette étude peut porter sur plusieurs caractères appelés aussi variables qui attribuent à chaque élément de la population l'une des valeurs de la variable.

Exemple: Soit la variable "âge d'une personne vivant actuellement" à laquelle on fait correspondre l'une des valeurs de l'intervalle 0 - 150. On présume qu'à notre époque un être humain n'a pas plus de 150 ans.

Une variable est soit quantitative, soit qualitative. Elle est quantitative quand ses valeurs sont numériques ou mesurables, sinon elle est qualitative. Si une variable quantitative ne prend que quelques valeurs d'un intervalle, elle est dite discrète; si elle est susceptible de prendre toutes les valeurs de l'intervalle, elle est dite continue. Lorsque le hasard intervient, l'étude du comportement de la variable est effectuée par la probabilité.

Le caractère "sexe" peut être "statistique" ou "probabiliste". C'est une variable statistique par exemple dans un recensement; c'est une variable probabiliste dans la détermination

du sexe d'un enfant qui va naître.

L'activité première du statisticien est de dénombrer les parties d'un ensemble qui satisfont certaines propriétés. Voici quelques exemples:

- à un caractère
 - on interroge les 30 élèves de la classe quant à leur préférence entre deux produits C ou D,
 - on recherche le nombre d'accidents de travail subis par les ouvriers d'une usine donnée;
- à deux caractères
 - on interroge mille personnes relativement à leur statut matrimonial et à leur milieu;

		Milieu	
		rural	urbain
Statut	célibataires	125	375
	mariés	280	220

L'une des activités du probabiliste est d'évaluer les chances qu'un événement se produise. Voici quelques situations:

- à un caractère
 - on participe à un tirage,
 - on simule la roulette de Monte Carlo,
 - on étudie les processus stochastiques d'alternative répétée;
- à deux caractères
 - on compare deux événements,
 - on participe à des analyses de qualité ou à des prises de décision,
 - on étudie les chaînes de Markov.

La tendance à promouvoir l'insertion de cette étude dans le programme se justifie par les nombreuses applications. La démographie, l'économie, la sociologie, la médecine, l'agronomie, l'industrie, la physique, la chimie, la biologie, les assurances, les loteries, etc., sont souvent redevables aux sciences statistiques ou probabilistes. Cette tendance origine aussi dans l'importance de développer chez l'élève la mathématique du "peut-être", la mathématique du chercheur.

Les principes directeurs du programme énumèrent les lignes de force qui ont prévalu à son élaboration. Par une interprétation élargie, on peut mentionner que ces principes ont contribué à l'insertion de ce champ de connaissances dans le programme.

Les principes auxquels on se réfère sont la nécessité d'adapter la mathématique aux situations de la vie courante et la nécessité de développer certaines habiletés mathématiques

de base indispensables à tout citoyen telles la capacité de mesurer, de comparer, d'établir des relations, d'estimer, de prédire, de décider, etc.

Certains principes méthodologiques encouragent cette introduction de la statistique et de la probabilité en favorisant l'intégration des notions enseignées au vécu de l'élève, la formation d'activités de synthèse, la diversification des démarches pédagogiques, le travail par projets, le travail d'équipe, etc.

Ces principes directeurs et ces principes méthodologiques ont permis d'établir le lien entre les finalités et l'enseignement de la mathématique et ils favorisent l'atteinte des buts et des objectifs de ce programme. Ce programme regroupe sous un seul objectif général l'étude de la statistique et de la probabilité. Ces deux sciences sont très voisines, on parle des mêmes types de variables qualitatives ou quantitatives, discrètes ou continues. La délimitation entre ces deux sciences n'est pas tranchée, souvent l'une tire profit de l'autre en particulier par l'échantillonnage, la prise de décision et la simulation.

OBJECTIF TERMINAL NO: 3.1

RESOUDRE des problèmes où le dénombrement intervient.

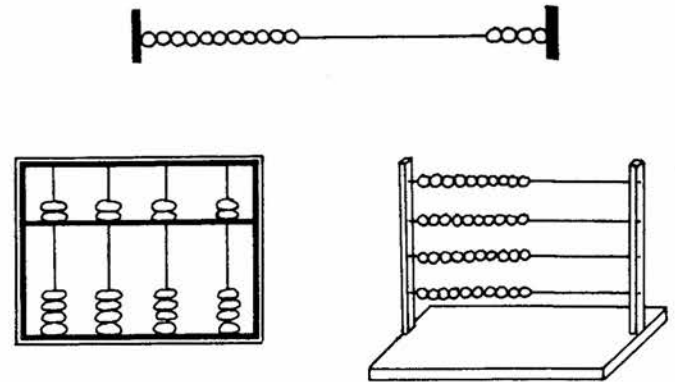
Le dénombrement est à la base de l'étude des probabilités et des statistiques. Il en constitue souvent une pierre d'achoppement à cause de la complexité des calculs de combinatoire ou de l'ampleur des données. Toutefois les règles de base du dénombrement sont simples. Un premier principe est appelé le compte, et le second, règle du produit.

Le procédé des quatre barres coupées par une cinquième (///) permet d'obtenir facilement les fréquences de chaque rubrique ou variable, qu'il s'agisse d'une valeur unique, d'un intervalle ou classe de valeurs.

		Fréquences
Marques d'autos	V	/// III
	R	///
	H	III
	F	I

		Fréquences
Groupes d'âges	0-9	///
	10-19	/// /// I
	20-29	/// /// ///

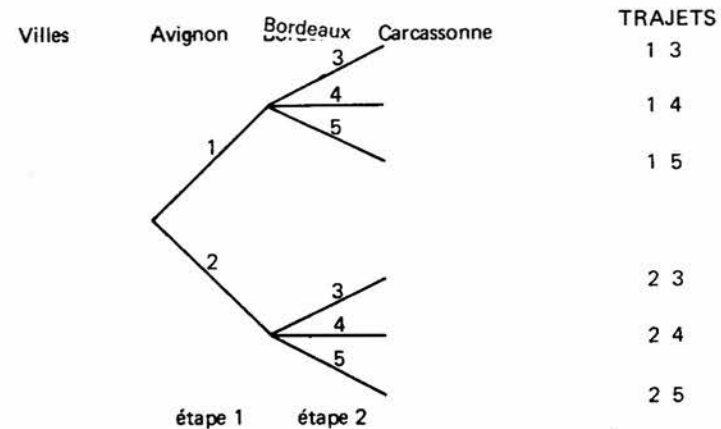
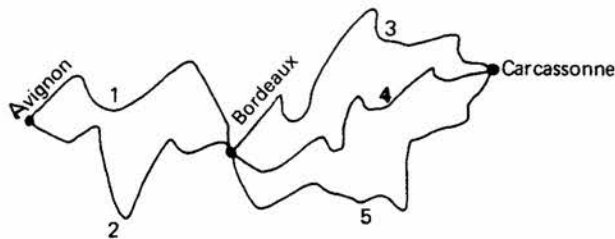
Faire le compte est le principe de dénombrement utilisé lors de réalisations d'expériences aléatoires, de recensements, de prises d'inventaires, d'enregistrements de données, etc. On utilise ce principe dans divers modèles d'abaque, dans la construction de graphiques, particulièrement le pictogramme, lorsqu'on procède par l'adjonction de cubes emboîtables au fur et à mesure qu'un résultat survient, etc.



Ce principe de dénombrement permet le cumul, c'est-à-dire que dans un recensement (total ou partiel), il est possible de cumuler ou de mettre ensemble les données recueillies. L'effet "boule de neige" que permet le cumul laisse mieux percevoir les phénomènes reliés aux "grands nombres". Ainsi si chaque élève lance 100 fois un dé, le cumul de ces expériences pour une classe donne des nombres de l'ordre des milliers, ce qui permet de dégager des conclusions intéressantes. L'utilisation de l'ordinateur facilitera grandement une initiation à la loi des grands nombres.

La règle du produit, second principe de dénombrement, s'applique dans de nombreuses situations de combinaisons, d'arrangements ou de permutations.

Exemple: Les villes, Avignon, Bordeaux et Carcassonne sont reliées entre elles par le réseau de chemins ci-dessous.



Combien de trajets différents existent entre Avignon et Carcassonne qui passent une fois par Bordeaux. Le tracé ① ③ ④ ⑤ dans l'ordre n'est pas accepté. Il atteint Bordeaux deux fois. Une façon de visualiser différemment ce réseau est l'utilisation de l'arbre. Ce type de représentation permet d'évaluer le nombre de trajets par le calcul du nombre d'embranchements en appliquant la règle du produit.

Soit A l'ensemble des routes reliant Avignon et Bordeaux,

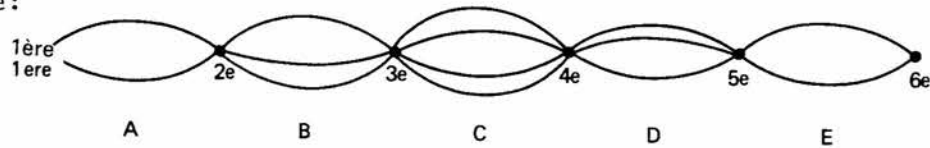
B l'ensemble des routes reliant Bordeaux et Carcassonne,

alors $n(A) \times n(B) = n(A \times B)$.

Ainsi le produit du nombre de routes de Avignon à Bordeaux par le nombre de routes de Bordeaux à Carcassonne donne le nombre de trajets possibles. On systématise cette règle par $n(A) \times n(B) = n(A \times B)$.

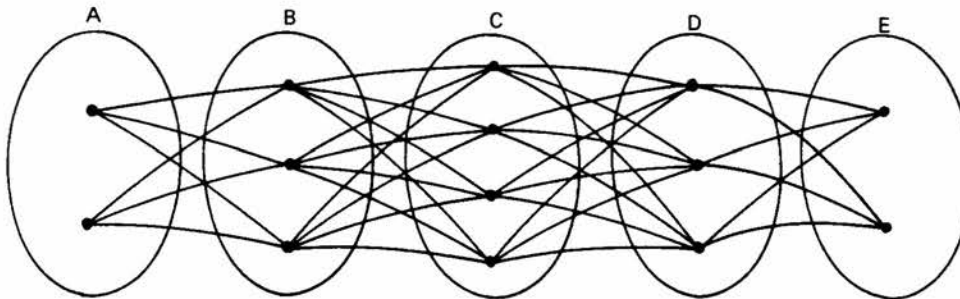
Le fait d'ajouter des villes au réseau permet de généraliser cette règle du produit, où pour un réseau de k villes, on a $k - 1$ ensembles de branches.

Exemple:



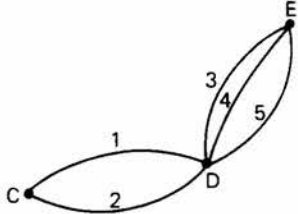
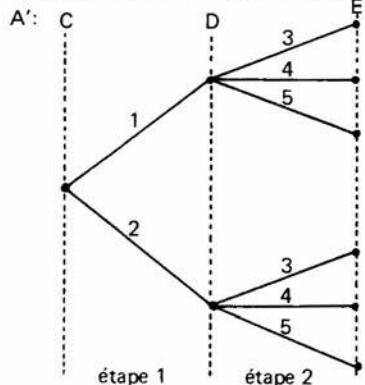
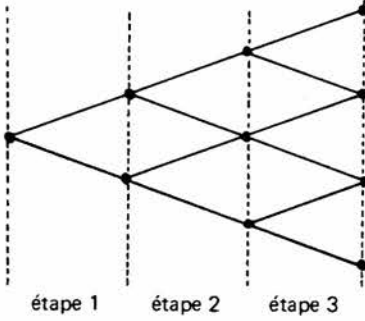
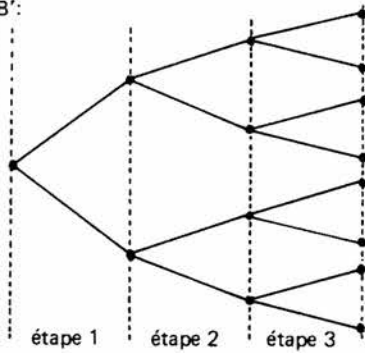
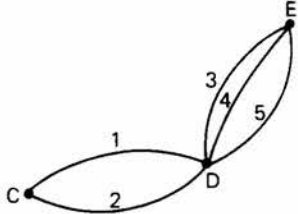
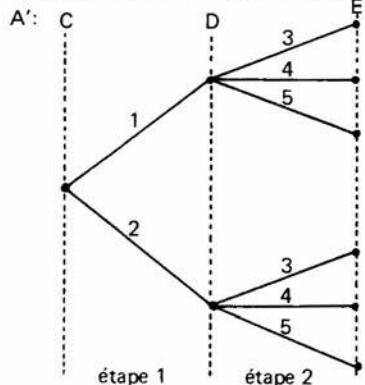
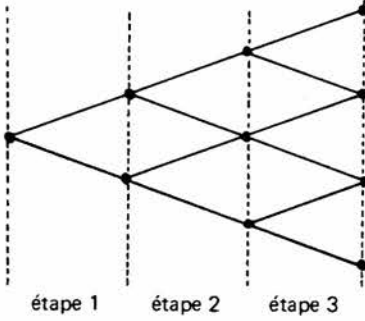
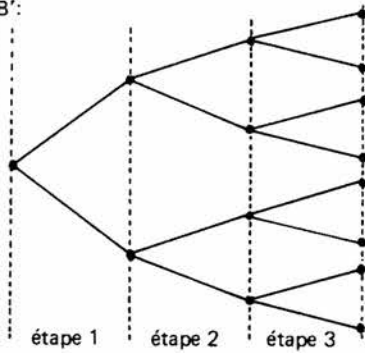
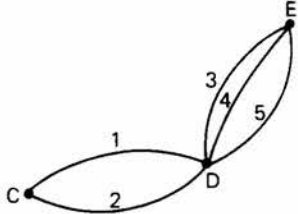
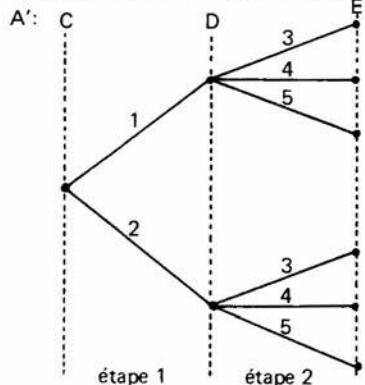
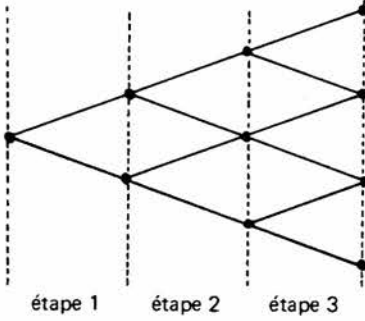
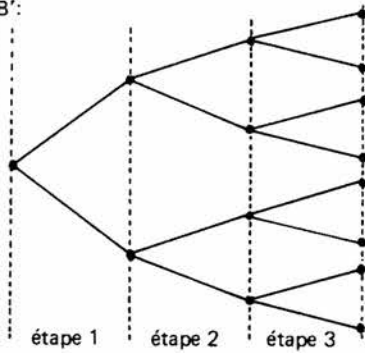
$$n(A) \times n(B) \times n(C) \times n(D) \times n(E) = n(A \times B \times C \times D \times E)$$

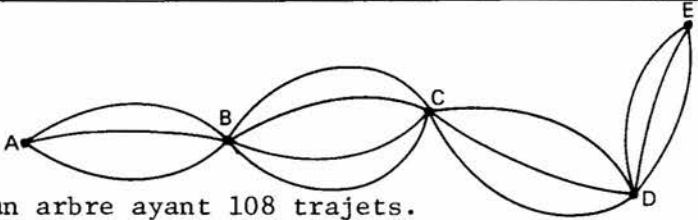
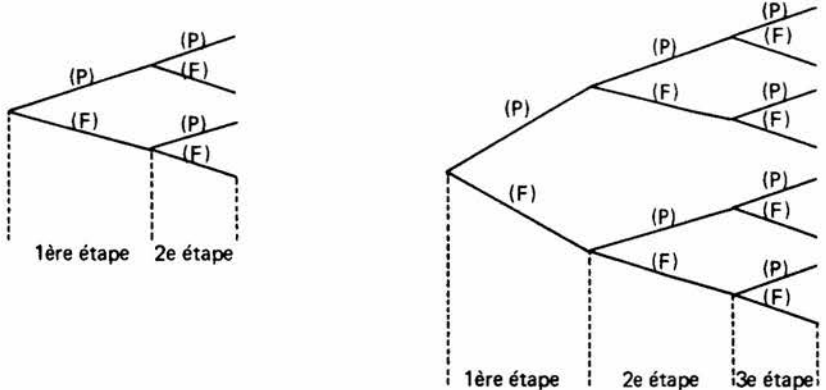
A, B, C, D, E sont des ensembles de routes reliant directement deux villes.



Ce principe de dénombrement conduit à l'étude des cas plus complexes qu'on retrouve en combinatoire: les arrangements, les combinaisons et les permutations, ou aux applications, aux injections et aux surjections.

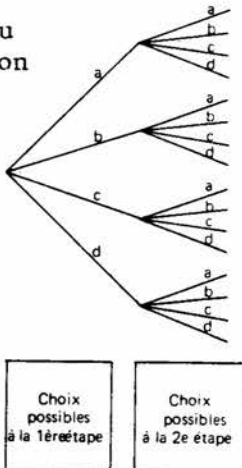
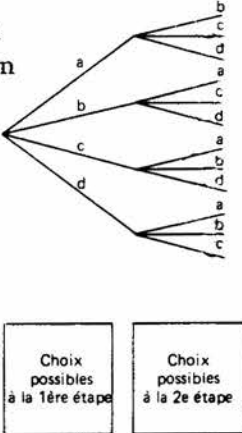
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.1 REPRESENTER par un diagramme en arbre une situation où le dénombrement intervient.	III	- Le dénombrement intervient dans d'innombrables situations telles : - l'établissement des inventaires, - le recensement, - l'adressage, - les enquêtes, - les sondages, - les loteries, - le codage, - la simulation, - etc. - La construction de diagrammes en arbre est un des procédés susceptibles d'être utilisé dans le but de présenter une situation. Cette sorte de diagramme facilite souvent la clarification et illustre des relations entre divers éléments. A noter que les graphes, réseaux ou grilles se représentent également par un arbre. Cette représentation se complexifie rapidement avec l'accroissement du nombre d'étapes et du nombre de branches à chacune.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE									
3.1.1 REPRESENTER par un diagramme en arbre une situation où le dénombrement intervient (suite).	III	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Graphes (réseaux)</th><th>Arbres</th><th>Trajets</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td> A:  </td><td> A':  </td><td> 1 3 1 4 1 5 2 3 2 4 2 5 </td></tr> <tr> <td> B:  </td><td> B':  </td><td></td></tr> </tbody> </table>	Graphes (réseaux)	Arbres	Trajets	A: 	A': 	1 3 1 4 1 5 2 3 2 4 2 5	B: 	B': 	
Graphes (réseaux)	Arbres	Trajets									
A: 	A': 	1 3 1 4 1 5 2 3 2 4 2 5									
B: 	B': 										

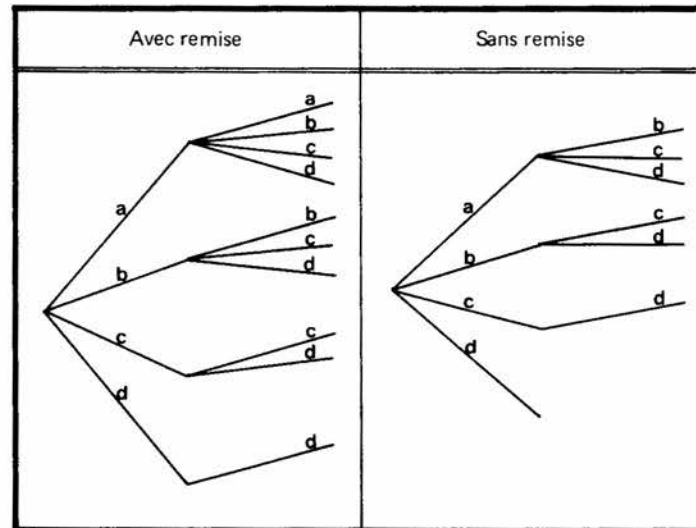
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.1 REPRESENTER par un diagramme en arbre une situation où le dénombrement intervient (suite).	III	Le réseau  se représente par un arbre ayant 108 trajets. - Il est donc important de limiter le nombre d'étapes ou le nombre d'expériences successives qu'on aborde dans l'étude des processus stochastiques, c'est-à-dire dans l'étude des phénomènes de succession d'expériences dont les résultats impliquent une certaine part de hasard. Exemples: a) Dans le lancement d'une pièce de monnaie, les étapes correspondent au nombre de lancements à effectuer, les issues sont les résultats pile (P) ou face (F). 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.1 REPRESENTER par un diagramme en arbre une situation où le dénombrement intervient (suite).	III	b) Dans le tirage de billes de couleur dans un sac contenant deux billes rouges (R), une bille bleue (B) et une bille verte (V), lorsqu'on remet la bille choisie après chaque tirage, on obtient: On considère les 2 billes rouges, R_1 et R_2 comme distinctes On ne considère que la couleur 1ère situation étape 1 étape 2 2e situation étape 1 étape 2

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.1 REPRESENTER par un diagramme en arbre une situation où le dénombrement intervient (suite).	III	De plus, il est possible d'attribuer une probabilité à chaque embranchement dans le but de calculer la probabilité d'un trajet déterminé. $R_1 : \frac{1}{4}$ $R_2 : \frac{1}{4}$ $B : \frac{1}{4}$ $V : \frac{1}{4}$ $P(R) = \frac{1}{2}$ $P(B) = \frac{1}{4}$ $P(V) = \frac{1}{4}$ 1ère situation 2e situation

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.2 DETERMINER le nombre de résultats possibles à l'aide de grilles, réseaux ou diagrammes en arbre.	III	- La représentation par un arbre permet d'illustrer assez facilement plusieurs situations qui semblent à première vue fort complexes. Comme préalable à la construction, il faut distinguer certaines conditions telles que répétition (remise), non répétition (non remise), priorité ou non priorité. S'agit-il d'un tirage? Remplace-t-on le billet tiré? Le premier billet sortant a-t-il la même valeur que le suivant? En d'autres mots, doit-on considérer l'ordre de sortie des résultats? Voilà autant de questions que l'on peut et doit se poser. Ainsi les deux arbres suivants aident à comprendre la condition où le cas d'une situation avec ou sans remise (avec ou sans répétition). avec remise ou avec répétition  sans remise ou sans répétition 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.2 DETERMINER le nombre de résultats possibles à l'aide de grilles, réseaux ou diagrammes en arbre (suite).	III	Ces deux arbres peuvent illustrer par exemple un tirage. Une urne contient 4 billets, a, b, c et d. Combien de façons a-t-on de tirer deux billets quand on remplace le billet après chaque pige, ou lorsqu'on ne remet pas le billet tiré? Cependant si on considère que piger x puis y est équivalent à la pige de y suivie de x, alors on peut illustrer cette situation par les deux arbres suivants.



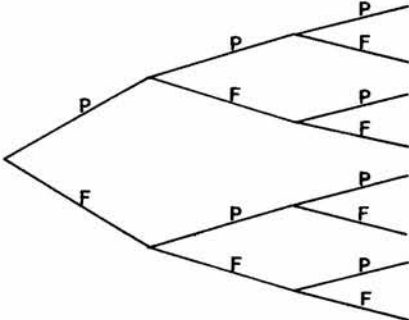
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.2 DETERMINER le nombre de résultats possibles à l'aide de grilles, réseaux ou diagrammes en arbre (suite).	III	- ENRICHISSEMENT: La généralisation à dégager de ces diagrammes est laissée comme enrichissement. Soient les quatre diagrammes précédents disposés ainsi. Les diagrammes ① et ② illustrent une situation de remise (répétition). Les diagrammes ③ et ④ illustrent une situation sans remise (sans répétition). Les diagrammes ② et ④ montrent une situation où l'on ne distingue pas de priorité, c'est-à-dire que l'ordre de sortie des résultats n'a pas d'importance. Voilà pourquoi le trajet ab est équivalent au trajet ba. Les diagrammes ① et ③ montrent une situation où l'on considère l'ordre de sortie des résultats. Voilà pourquoi le trajet ab est différent du trajet ba.

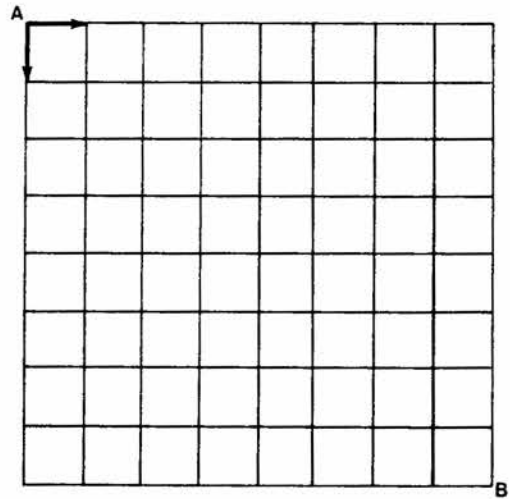
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE									
3.1.2 DETERMINER le nombre de résultats possibles à l'aide de grilles, réseaux ou diagrammes en arbre (suite).	III	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th><th>Avec remise</th><th>Sans remise</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a b n'est pas équivalent à b a</td><td> ① </td><td> ③ </td></tr> <tr> <td>a b est équivalent à b a</td><td> ② </td><td> ④ </td></tr> </tbody> </table>		Avec remise	Sans remise	a b n'est pas équivalent à b a	①	③	a b est équivalent à b a	②	④
	Avec remise	Sans remise									
a b n'est pas équivalent à b a	①	③									
a b est équivalent à b a	②	④									

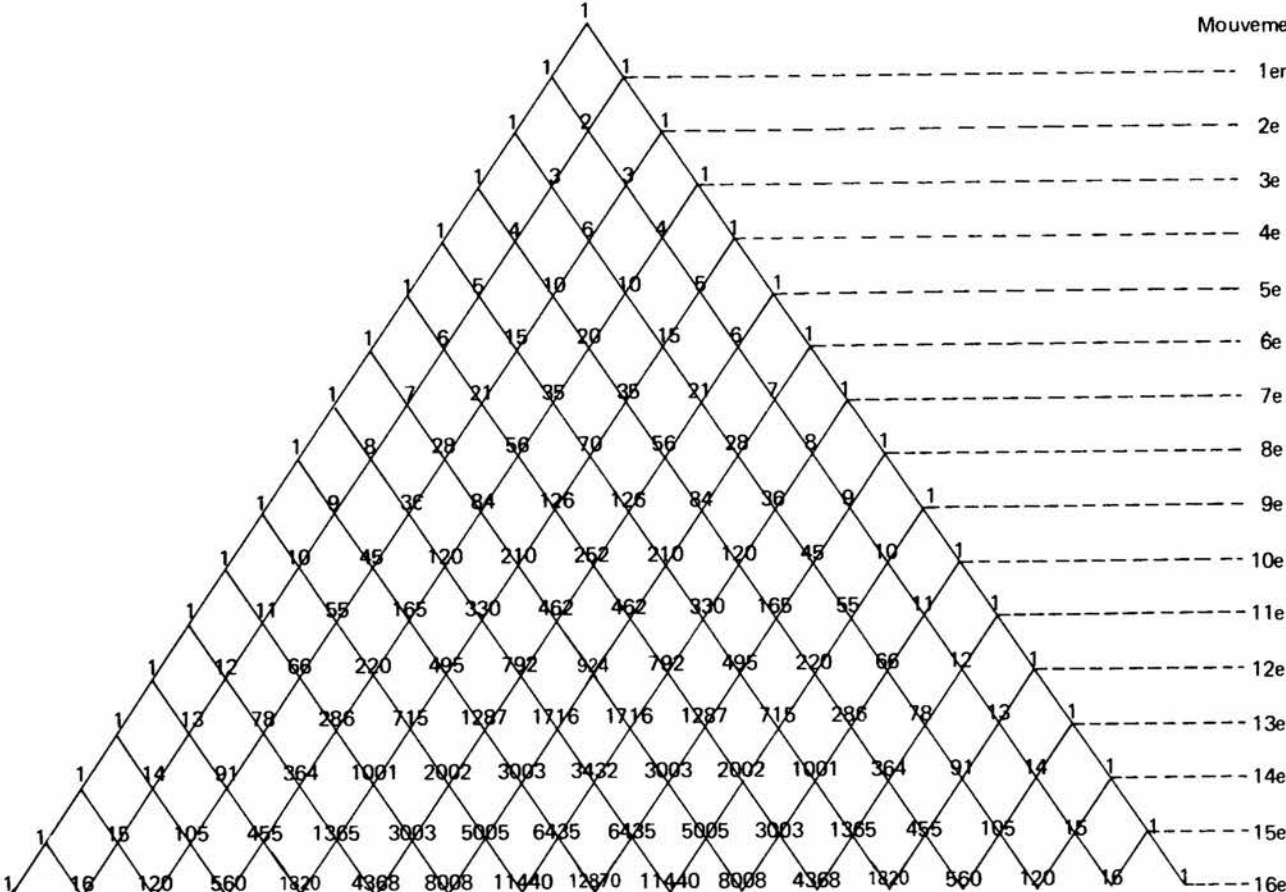
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE										
3.1.2 DETERMINER le nombre de résultats possibles à l'aide de grilles, réseaux ou diagrammes en arbre (suite).	III	Si on veut mathématiser la situation décrite par chacun de ces arbres, on peut en dégager les formules qui permettent le calcul du nombre de résultats possibles. En posant n le nombre d'éléments (le nombre de branches au départ) et 2 le nombre d'étapes, on obtient <table><tr><th>Situations</th><th>Formules</th></tr><tr><td>1</td><td>n^2</td></tr><tr><td>2</td><td>$\frac{n(n + 1)}{2}$</td></tr><tr><td>3</td><td>$n(n - 1)$</td></tr><tr><td>4</td><td>$\frac{n(n - 1)}{2}$</td></tr></table> En posant n le nombre d'éléments (le nombre de branches au départ) et k le nombre d'étapes, on obtient	Situations	Formules	1	n^2	2	$\frac{n(n + 1)}{2}$	3	$n(n - 1)$	4	$\frac{n(n - 1)}{2}$
Situations	Formules											
1	n^2											
2	$\frac{n(n + 1)}{2}$											
3	$n(n - 1)$											
4	$\frac{n(n - 1)}{2}$											

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE												
3.1.2 DETERMINER le nombre de résultats possibles à l'aide de grilles, réseaux ou diagrammes en arbre (suite).	III	<table><tr><th>Situations</th><th>Formules</th></tr><tr><td>1</td><td>n^k</td></tr><tr><td>2</td><td>$\frac{(n + k - 1) !}{(n - 1)! k !}$</td></tr><tr><td>3</td><td><table><tr><td>$\frac{n!}{(n-k)!}$</td><td>pour $k = n$ $\frac{n!}{(n-k)!} = n!$</td></tr></table></td></tr><tr><td>4</td><td>$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k !}$</td></tr></table> L'usage des formules facilite le dénombrement. Effectivement, il serait fastidieux de vouloir construire un arbre où le nombre d'éléments ou d'étapes est important. Dans une telle situation, l'arbre ne semble pas être une technique éclairante et propice à la compréhension. - Le programme BASIC suivant permet de faire la sommation des cotes d'une distribution. Il affiche la sommation et le nombre d'éléments de la distribution lorsqu'un nombre négatif est introduit.	Situations	Formules	1	n^k	2	$\frac{(n + k - 1) !}{(n - 1)! k !}$	3	<table><tr><td>$\frac{n!}{(n-k)!}$</td><td>pour $k = n$ $\frac{n!}{(n-k)!} = n!$</td></tr></table>	$\frac{n!}{(n-k)!}$	pour $k = n$ $\frac{n!}{(n-k)!} = n!$	4	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k !}$
Situations	Formules													
1	n^k													
2	$\frac{(n + k - 1) !}{(n - 1)! k !}$													
3	<table><tr><td>$\frac{n!}{(n-k)!}$</td><td>pour $k = n$ $\frac{n!}{(n-k)!} = n!$</td></tr></table>	$\frac{n!}{(n-k)!}$	pour $k = n$ $\frac{n!}{(n-k)!} = n!$											
$\frac{n!}{(n-k)!}$	pour $k = n$ $\frac{n!}{(n-k)!} = n!$													
4	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! k !}$													

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.2 DETERMINER le nombre de résultats possibles à l'aide de grilles, réseaux ou diagrammes en arbre (suite).	III	<pre> 10: CLEAR 20: INPUT A 30: IF A<0 GOTO 70 40: S=S+A 50: B=B+1 60: GOTO 20 70: PRINT S, B 80: END </pre> - Une variante de ce programme permet d'introduire une cote et sa fréquence. <pre> 10: CLEAR 15: F=1 20: INPUT A, F 30: IF A<0 GOTO 70 40: S=S+A*F 50: B=B+F 60: GOTO 15 70: PRINT S, B 80: END </pre> - Le calcul de la factorielle d'un nombre peut s'effectuer à l'aide du programme BASIC suivant. <pre> 10: CLEAR 15: F=1 20: F=1 30: INPUT N 40: IF N>69 STOP 50: FOR I=N TO 1 STEP -1 60: F=F*I 70: NEXT I 80: PRINT N;"V"!="";F 90: END </pre> - Mains programme de BASIC ou autres permettent d'établir la sommation d'une distribution, de calculer la factorielle d'un nombre ou d'évaluer les formules précédentes. C'est une recherche laissée aux élèves qui veulent un dépassement.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.3 ENUMERER les cas possibles dans des situations de succession d'expériences finies.	V	- Une succession d'expériences dont les résultats sont l'effet du hasard s'appelle processus stochastique (processus qui est le fruit du hasard ou qui comporte une variable aléatoire). - Il est évident qu'il faut se limiter à un nombre fini d'expériences présentant un nombre fini de résultats. - Le but de dénombrer les cas possibles est de pouvoir poser des pronostics concernant l'ensemble. Cependant cette étude est très générale et il serait souhaitable de se limiter et en choisissant des situations simples d'alternative répétée ou de chaînes de Markov. (Les chaînes de Markov seront abordées à l'objectif 3.1.4.) On appelle alternative répétée une expérience formée par une succession d'expériences aléatoires chacune d'elles étant la répétition d'une même expérience. Le jeu de pile P ou face F illustré ci-dessous en est un exemple. 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.3 ENUMERER les cas possibles dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	Cet exemple caractérise assez bien le modèle le plus simple d'une telle alternative. On rencontre ce type de situation à deux valeurs (0, 1) (succès, échec), etc. On parle alors d'épreuve de Bernoulli, ou d'alternative répétée simple. Cependant le nombre d'étapes dans un tel cas d'alternative répétée doit être très limité pour utiliser avec profit la représentation en arbre car, plus le nombre d'étapes augmente, plus l'arbre devient complexe. Les phénomènes rencontrés se classifiant dans un modèle d'alternative répétée sont fréquents et nécessitent de longs et fastidieux calculs. Exemple: Soit la grille ci-contre où l'on ne peut circuler que suivant la direction indiquée par les flèches. Combien existe-t-il de trajets pour atteindre B en partant de A? Chaque trajet compte 16 mouvements pour partir de A et se rendre à B. Pour calculer le nombre de trajets possibles, on peut utiliser le triangle de Pascal suivant, en lisant ce nombre dans la case centrale de la seizième ligne. 

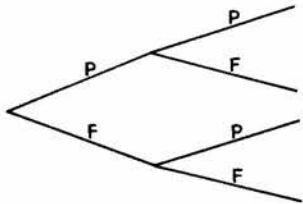
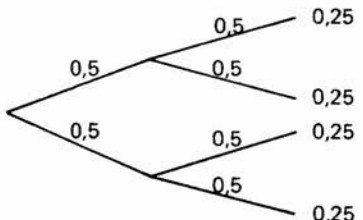
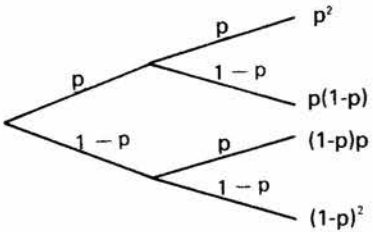
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.3 ENUMERER les cas possibles dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.3 ENUMERER les cas possibles dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	- On y lit 12 870. S'il s'agissait d'une grille nécessitant 20 mouvements, on y dénombrerait 184 756 chemins possibles. Que de calculs si on va au-delà de ces quantités! Ces possibilités ne facilitent en rien la compréhension, d'où l'importance de se limiter à des cas simples, lorsqu'on ne veut pas utiliser la formule $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. En l'appliquant au problème précédent, on obtient $\frac{16!}{(16-8)!8!} = \frac{16!}{8!8!} = 12\,870.$ - Les situations de dénombrement doivent donc se limiter à des situations simples, plausibles, pertinentes et pouvant se calculer aisément soit par un arbre, soit par un procédé de calculs. - La calculatrice dans de telles activités est indispensable à un apprentissage harmonieux. - Voici quelques exemples de problèmes à résoudre: • Dans une classe de 32 élèves, le conseil étudiant comprend un président, un vice-président, un secrétaire, un trésorier et un directeur. Combien de conseils étudiants peut-on composer?

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.3 ENUMERER les cas possibles dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	• Un inspecteur doit contrôler la qualité d'un échantillon de cinq ampoules sur un lot de cent vingt. Combien d'échantillons différents peut-il constituer? La formation du conseil étudiant est une situation analogue à un tirage sans remise où l'on tient compte de l'ordre (priorité). Le diagramme en arbre (3) (cf objectif 3.1.2) pourrait servir de modèle. On dénote 32 façons de choisir le premier poste, 31 de choisir le deuxième, 30 de choisir le troisième, 29 de choisir le quatrième et 28 de choisir le dernier poste. Il suffit donc de calculer $32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28$. Si on applique la formule (cf objectif 3.1.2) $\frac{n!}{n-k!}$, on trouve $\frac{32!}{(32-5)!} = \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28 \times 27!}{27!}$, en simplifiant, il reste $32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28 = 24\ 165\ 120$. Le contrôle de la qualité par l'inspecteur est une situation analogue à un tirage sans remise où l'on ne tient pas compte de la priorité de sortie. Le diagramme en arbre (4) (cf objectif 3.1.2) pourrait servir de modèle. L'utilisation de la calculatrice pour l'évaluation de la formule associée à ce diagramme n'est pas toujours possible sans réarrangement, car généralement une calculatrice ne peut évaluer une expression supérieure à $69!$. Dans son analyse des possibilités de 5 échantillons, l'inspecteur doit au préalable réduire l'expression en vue d'évaluer une expression équivalente.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.3 ENUMERER les cas possibles dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	De $\frac{n!}{(n-k)!k!}$ il effectue les substitutions $\frac{120!}{(120-5)!5!}$ puis décompose 120! pour obtenir ainsi $\frac{120 \times 119 \times 118 \times 117 \times 116 \times 115!}{(120-5)!5!}$. Après simplification de 115!, il obtient $\frac{120 \times 119 \times 118 \times 117 \times 116}{5!}$ qu'il évalue par sa calculatrice. A l'affichage, il voit 1,90578024 E 08, c'est-à-dire il lit 190 578 024. - Le programme BASIC suivant présente l'un des algorithmes de construction du triangle de PASCAL pour un nombre de lignes donné. <pre> 10: CLEAR 20: INPUT "NOMBRE DE LIGNES:";N 30: A(30)=1 40: PRINT "LIGNE 1." 50: PRINT A(30) 60: IF N<=1 GOTO 200 70: FOR I=30 TO N+28 80: M=I+1 90: A(M)=1 100: FOR J=I TO 30 STEP -1 110: K=J-1 120: A(J)=A(J)+A(K) 130: NEXT J 140: L=I-28 </pre>

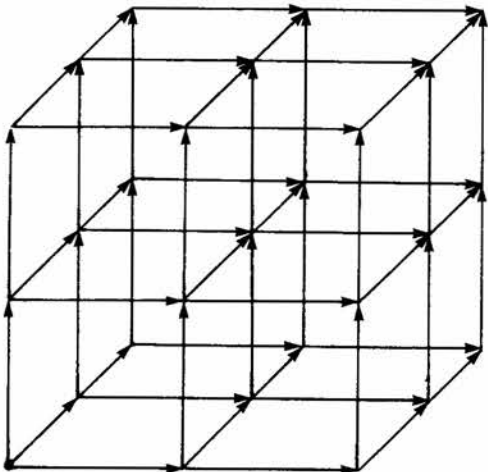
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.3 ENUMERER les cas possibles dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	<pre> 150: PRINT "LIGNE";L 160: FOR K=30 TO M 170: PRINT A(K) 180: NEXT K 190: NEXT I 200: END </pre>
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies.	V	- Le but de dénombrer les cas possibles est entre autres choses de pouvoir établir des probabilités. Etant donné la généralité de cette étude, il est souhaitable de se limiter et de choisir des situations simples d'alternative répétée ou de chaînes de Markov. - Dans une expérience d'alternative répétée, chacun des embranchements peut être pondéré par une valeur affectant chaque section du trajet.

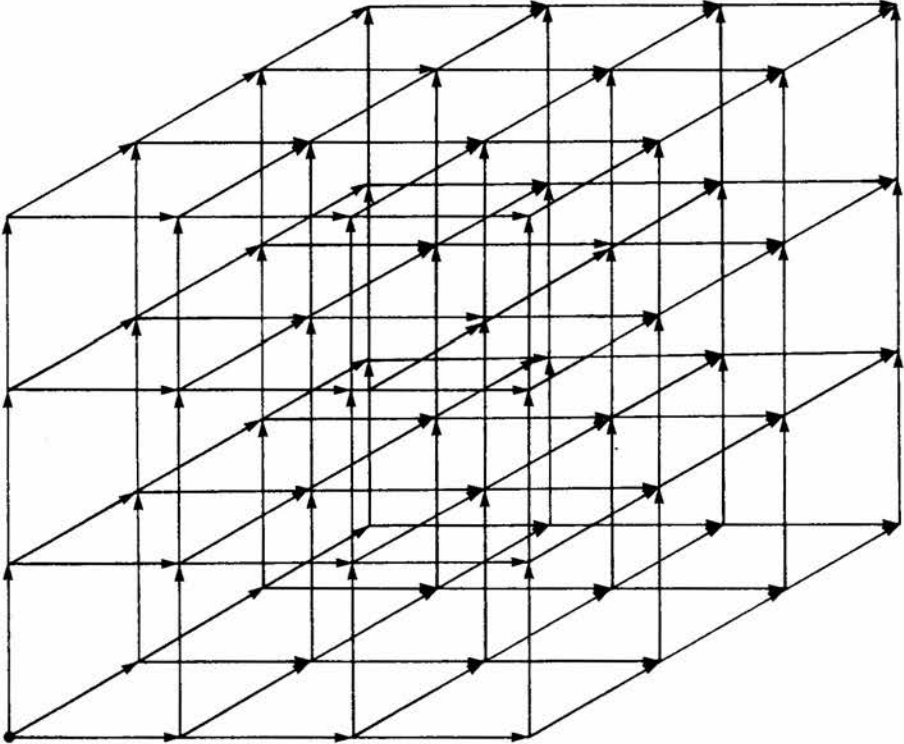
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	Dans une situation de pile ou face chaque branche a donc comme valeur 0,5, c'est-à-dire une possibilité sur deux car on présume l'équiprobabilité des issues. On obtient ainsi les arbres suivants.   - Dans une expérience à deux issues, lorsque la probabilité de l'une des issues est p, la probabilité de l'autre résultat est notée $1 - p$ car la somme des probabilités des résultats d'un espace échantillonnal est égale à 1. 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																														
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	Voici un tableau pour certaines valeurs de p. <table><tr><td></td><td colspan="4">valeurs de p</td></tr><tr><td></td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{3}{4}$</td><td>....</td></tr><tr><td>p^2</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{9}$</td><td>$\frac{9}{16}$</td><td>.</td></tr><tr><td>$p(1 - p)$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{2}{9}$</td><td>$\frac{3}{16}$</td><td>.</td></tr><tr><td>$(1 - p)p$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{2}{9}$</td><td>$\frac{3}{16}$</td><td>.</td></tr><tr><td>$(1 - p)^2$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{4}{9}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td><td>.</td></tr></table> Le triangle de Pascal permet d'établir le nombre de résultats. Il peut servir aussi à établir des probabilités. n = 0 n = 1 n = 2 n = 3 n = 4 n = 5 1 1 1 1 1 1 1 1 2 3 4 5 1 3 6 10 10 5 1 3 6 10 5 1 1 4 6 4 1 1 1 5 10 10 5 1 k=0 k=1 k=2 k=3 k=4 k=5 Somme 1 2 4 8 16 32		valeurs de p					$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$		p^2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{9}{16}$	.	$p(1 - p)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{16}$	.	$(1 - p)p$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{16}$	.	$(1 - p)^2$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{16}$	.
	valeurs de p																															
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$																													
p^2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{9}{16}$	.																												
$p(1 - p)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{16}$	.																												
$(1 - p)p$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{16}$	.																												
$(1 - p)^2$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{16}$	.																												

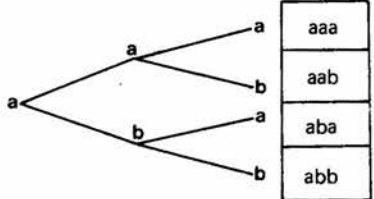
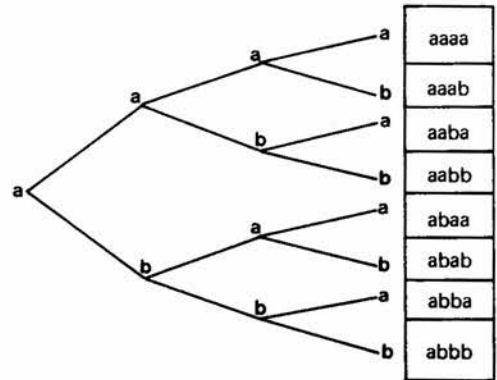
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																								
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	On peut noter n : le nombre de lignes ou (le nombre d'éléments) k : le nombre d'étapes ou (le nombre d'éléments pris à la fois). Chaque élément de ce triangle divisé par la somme de sa ligne permet de construire le triangle de probabilité (résultats simples équiprobables) suivant: <u>Somme</u> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>$n = 0$</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: right;">1</td></tr> <tr> <td>$n = 1$</td><td style="text-align: center;">0,5 0,5</td><td style="text-align: right;">1</td></tr> <tr> <td>$n = 2$</td><td style="text-align: center;">0,25 0,5 0,25</td><td style="text-align: right;">1</td></tr> <tr> <td>$n = 3$</td><td style="text-align: center;">0,125 0,375 0,375 0,125</td><td style="text-align: right;">1</td></tr> <tr> <td>$n = 4$</td><td style="text-align: center;">0,0625 0,25 0,375 0,25 0,0625</td><td style="text-align: right;">1</td></tr> <tr> <td>$n = 5$</td><td style="text-align: center;">0,0313 0,1563 0,3125 0,3125 0,1563 0,0313</td><td style="text-align: right;">1</td></tr> <tr> <td></td><td style="text-align: center;">↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓</td><td></td></tr> <tr> <td></td><td style="text-align: center;">$k = 0$ $k = 1$ $k = 2$ $k = 3$ $k = 4$ $k = 5$</td><td></td></tr> </tbody> </table> Si on désigne par $x_{n,k}$ un élément de ce triangle où n désigne la ligne et k la puissance dans le développement binomiale, alors $p(x_{n,k}) = \binom{n}{k} (p(x))^n$. Cette formule permet de trouver les éléments du triangle de probabilité.	$n = 0$	1	1	$n = 1$	0,5 0,5	1	$n = 2$	0,25 0,5 0,25	1	$n = 3$	0,125 0,375 0,375 0,125	1	$n = 4$	0,0625 0,25 0,375 0,25 0,0625	1	$n = 5$	0,0313 0,1563 0,3125 0,3125 0,1563 0,0313	1		↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓			$k = 0$ $k = 1$ $k = 2$ $k = 3$ $k = 4$ $k = 5$	
$n = 0$	1	1																								
$n = 1$	0,5 0,5	1																								
$n = 2$	0,25 0,5 0,25	1																								
$n = 3$	0,125 0,375 0,375 0,125	1																								
$n = 4$	0,0625 0,25 0,375 0,25 0,0625	1																								
$n = 5$	0,0313 0,1563 0,3125 0,3125 0,1563 0,0313	1																								
	↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓																									
	$k = 0$ $k = 1$ $k = 2$ $k = 3$ $k = 4$ $k = 5$																									

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	<u>ligne n</u> n = 0 → k = 0 n = 1 → k = 1 n = 2 → k = 2 n = 3 → k = 3 n = 4 → k = 4 n = 5 → k = 5 Ainsi, quelle valeur faut-il attribuer à l'élément A du triangle ci-dessous? D'abord on calcule le nombre du triangle de Pascal, puis on le divise par la somme de la ligne du nombre à chercher. n = 0 → k = 0 n = 1 → k = 1 n = 2 → k = 2 n = 3 → k = 3 n = 4 → k = 4 n = 5 → k = 5 Dans le cas présent, n = 5, k = 2 et la somme est 2⁵, c'est-à-dire 32, donc 10 ÷ 32. En appliquant la formule $p(A) = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5!}{(5-2)!2!} \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{10}{32} \text{ ou } 0,3125$ on obtient $p(x) = \frac{1}{2}$ (chaque branche offrant une alternative entre deux choix équiprobables).

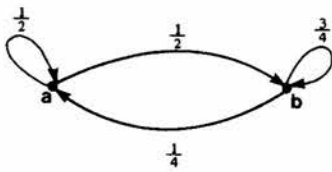
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	Ainsi le nombre 20 correspond à $\binom{6}{3}$. Il représente les 20 cas favorables parmi les 64 cas possibles correspondant à la somme des nombres de cette même ligne. La probabilité associée à ce nombre est donc de 0,3125 ($20 \div 64$). Cependant même si ce triangle est de conception simple pour quelques étapes, sa construction devient ennuyeuse lorsque le nombre d'étapes s'accroît. La recherche des applications du triangle de Pascal se borne à des situations à deux valeurs. Il pourrait être intéressant d'envisager des situations à trois choix ou plus, d'en construire le treillis associé et d'explorer des situations s'illustrant par des arbres à n choix. 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	- Outre les situations précédentes du type alternative répétée, on rencontre fréquemment des cas associés aux réseaux suivants: Lorsqu'on attribue des valeurs de probabilité à chaque branche, on doit savoir que la somme des probabilités originant d'un point est l'unité. Voici un réseau pondéré. Ce type de situations s'appelle chaîne de Markov. La circulation des monnaies, la circulation automobile, l'hérédité, la production en chaîne sont autant d'exemples d'application des chaînes de Markov. Quand on veut déterminer le nombre de trajets possibles sur de tels réseaux, on peut construire l'arbre correspondant au réseau ou chercher une matrice de transition.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	Pour déterminer le nombre de trajets possibles à partir d'un élément à un autre suivant un certain nombre d'étapes, on fixe l'élément origine et on construit l'arbre associé. Voici l'arbre issu de a pour deux étapes.  On y dénombre donc 2 trajets partant de a et revenant à a et 2 trajets partant de a et allant à b. Voici l'arbre issu de a pour trois étapes. 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	On y dénombre donc 4 trajets partant de a et revenant à a: (aaaa , aaba , abaa , abba) et 4 trajets de a et allant vers b (aaab , aabb , abab , abbb) Lorsqu'on attribue à chaque branche sa valeur de probabilité notée sur la chaîne de Markov, on peut évaluer la probabilité de chaque trajet. Si on retient les deux trajets aaa et aba, la somme de leur probabilité est alors la probabilité de partir de a vers a ($\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$); si on retient les deux trajets aab et abb, alors la somme de leur probabilité ($\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$) est la probabilité de a vers b.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE									
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	De même pour trois étapes, on peut évaluer une probabilité de $\frac{11}{32}$ pour un trajet de a vers a et une de $\frac{21}{32}$ pour un trajet de a vers b. - ENRICHISSEMENT: - L'utilisation d'une matrice associée à un réseau permet d'emblée de calculer la probabilité de tout élément à un autre. La puissance de la matrice correspond au nombre d'étapes de chaque trajet. - Soit le réseau  La matrice associée se note $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ qui est une notation abrégée de <table border="1" data-bbox="1377 1164 1605 1371"> <tr> <td></td><td>a</td><td>b</td></tr> <tr> <td>a</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr> <tr> <td>b</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{3}{4}$</td></tr> </table> Cette matrice n'est que la traduction du réseau,		a	b	a	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	b	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
	a	b									
a	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$									
b	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$									

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	elle est appelée matrice de transition. Pour déterminer les probabilités de chaque trajet dans le cas de deux étapes, il suffit d'évaluer $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix};$ dans le cas de trois étapes, il suffit d'évaluer $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ et ainsi de suite. Posant $M = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ $M^2 = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & \frac{5}{8} \\ \frac{5}{16} & \frac{11}{16} \end{bmatrix} \text{ car } \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} \frac{1}{4} + \frac{1}{8} & \frac{1}{4} + \frac{3}{8} \\ \frac{1}{8} + \frac{3}{16} & \frac{1}{8} + \frac{9}{16} \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & \frac{5}{8} \\ \frac{5}{16} & \frac{11}{16} \end{bmatrix}$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	$M^3 = \begin{bmatrix} \frac{11}{32} & \frac{21}{32} \\ \frac{21}{64} & \frac{43}{64} \end{bmatrix} \text{ car } M^3 = M^2 \times M = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & \frac{5}{8} \\ \frac{5}{16} & \frac{11}{16} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ etc. - Tout bon livre d'algèbre linéaire explique la multiplication matricielle. Ce procédé est particulièrement avantageux dans des situations légèrement plus complexes que ce réseau. La multiplication de matrices fournit donc un moyen pour obtenir la probabilité de chaque trajet. La puissance de la matrice est établie par le nombre d'étapes. Ainsi, dans M^3, $\frac{11}{32}$ signifie que la probabilité de partir de a et d'y revenir est $\frac{11}{32}$ en trois étapes, et $\frac{43}{64}$ signifie que la probabilité de partir de b et d'y revenir est $\frac{43}{64}$ en trois étapes. - L'alternative répétée ou les épreuves de Bernoulli tout comme les chaînes de Markov sont soit simples soit complexes, simples lorsque le nombre d'éléments ou d'étapes est très limité et complexes lorsque leur taille

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	est imposante. La probabilité d'obtenir 50 fois "face" lors de cent lancements d'une pièce de monnaie paraît à première vue fort simple. On est enclin à répondre une demie sans peur de se tromper, car on est convaincu que le résultat ne s'en écartera pas trop. Cependant la construction du triangle de probabilité pour évaluer cette possibilité d'obtenir 50 "face" sur cent coups est longue et laborieuse. L'application de la formule $p(x_{n,k}) = \binom{n}{k} (p(F))^k, \text{ i.e. } p(50) = \left(\frac{100}{50}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^{100}$ $= \frac{100!}{50!50!} \left(\frac{1}{2}\right)^{100}$ $\approx 0,008$ Pour se convaincre de sa plausibilité, il est possible de se donner une situation plus simple, modèle réduit du problème précédent. Ainsi, quelle est la probabilité d'obtenir trois "face" lors de six lancements? L'arbre associé à cette expérience permet de dénombrer 20 situations où il y a exactement 3 "face" sur les 64 possibilités.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																																																																																																																										
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	<table><thead><tr><th colspan="6">LANCEMENTS ou ETAPES</th><th>Situations ou il y a 3 « face »</th></tr><tr><th>1er</th><th>2e</th><th>3e</th><th>4e</th><th>5e</th><th>6e</th><th></th></tr></thead><tbody><tr><td></td><td></td><td></td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>• PPPFFF</td></tr><tr><td></td><td></td><td>P</td><td>F</td><td>P</td><td>P</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>F</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>• PPFPFF</td></tr><tr><td></td><td></td><td>F</td><td>F</td><td>P</td><td>P</td><td>• PFPFPF</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>P</td><td>F</td><td>P</td><td>• PFFFPF</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>F</td><td>F</td><td>P</td><td>• PFFFFP</td></tr><tr><td></td><td>P</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>F</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>• FPPPPF</td></tr><tr><td></td><td></td><td>P</td><td>F</td><td>P</td><td>P</td><td>• FPPFPF</td></tr><tr><td></td><td></td><td>F</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>• FPPFFP</td></tr><tr><td></td><td></td><td>F</td><td>F</td><td>P</td><td>P</td><td>• FFPFPF</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>P</td><td>F</td><td>P</td><td>• FFPFFP</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>F</td><td>F</td><td>P</td><td>• FFFFPF</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>P</td><td>P</td><td>F</td><td>• FFFPFP</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>F</td><td>P</td><td>F</td><td>• FFFFPF</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>P</td><td>F</td><td>F</td><td>• FFFPFP</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>• FFFFFP</td></tr></tbody></table>	LANCEMENTS ou ETAPES						Situations ou il y a 3 « face »	1er	2e	3e	4e	5e	6e					P	P	P					F	F	F				P	P	P	P	• PPPFFF			P	F	P	P				F	P	P	P	• PPFPFF			F	F	P	P	• PFPFPF				P	F	P	• PFFFPF				F	F	P	• PFFFFP		P							F								P	P	P	P	• FPPPPF			P	F	P	P	• FPPFPF			F	P	P	P	• FPPFFP			F	F	P	P	• FFPFPF				P	F	P	• FFPFFP				F	F	P	• FFFFPF				P	P	F	• FFFPFP				F	P	F	• FFFFPF				P	F	F	• FFFPFP				F	F	F	• FFFFFP
LANCEMENTS ou ETAPES						Situations ou il y a 3 « face »																																																																																																																																																						
1er	2e	3e	4e	5e	6e																																																																																																																																																							
			P	P	P																																																																																																																																																							
			F	F	F																																																																																																																																																							
		P	P	P	P	• PPPFFF																																																																																																																																																						
		P	F	P	P																																																																																																																																																							
		F	P	P	P	• PPFPFF																																																																																																																																																						
		F	F	P	P	• PFPFPF																																																																																																																																																						
			P	F	P	• PFFFPF																																																																																																																																																						
			F	F	P	• PFFFFP																																																																																																																																																						
	P																																																																																																																																																											
	F																																																																																																																																																											
		P	P	P	P	• FPPPPF																																																																																																																																																						
		P	F	P	P	• FPPFPF																																																																																																																																																						
		F	P	P	P	• FPPFFP																																																																																																																																																						
		F	F	P	P	• FFPFPF																																																																																																																																																						
			P	F	P	• FFPFFP																																																																																																																																																						
			F	F	P	• FFFFPF																																																																																																																																																						
			P	P	F	• FFFPFP																																																																																																																																																						
			F	P	F	• FFFFPF																																																																																																																																																						
			P	F	F	• FFFPFP																																																																																																																																																						
			F	F	F	• FFFFFP																																																																																																																																																						

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.1.4 APPLIQUER le dénombrement dans des situations de succession d'expériences finies (suite).	V	La probabilité s'établit à 0,3125 ou $\frac{20}{64}$. L'utilisation de la formule permet d'évaluer celle-ci $p(x_{n,k}) = \binom{n}{k} (p(F))^n = \frac{6!}{(6-3)!3!} \left(\frac{1}{2}\right)^6$ $= \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \left(\frac{1}{2}\right)^6$ $= \frac{20}{64}$ $= 0,3125$ Il est à noter que cette formule ne doit pas être objet d'étude, elle n'est donnée que comme technique pour déterminer rapidement la probabilité d'un élément quelconque du triangle de probabilité.

OBJECTIF TERMINAL NO: 3.2

RESOUDRE des problèmes issus de situations fournissant une distribution statistique ou probabiliste à un caractère.

Pour faciliter la résolution de problèmes de distribution à un caractère, il est normal de chercher à se munir d'outils d'analyse et d'interprétation. Une interprétation qui se veut sérieuse se fonde sur des propositions étayées par des mesures statistiques comme les mesures de tendance centrale: mode, médiane et moyenne, les mesures de dispersion (mesures de variabilité): étendue, variance, écart, cote et quantiles.

Une distribution peut être constituée d'effectifs dont les valeurs de la variable sont obtenues par recensement, échantillonnage, régularité ou hasard. Elle peut porter sur de nombreux sujets, objets de recherche, émanant du quotidien. Fréquemment, on fait des recherches pour connaître les intérêts, les goûts, les besoins, les loisirs, les projets, etc. d'une population. On procède avec un minimum de rigueur. On se pose des questions. On examine les procédés, les stratégies à utiliser et les moyens disponibles. On expérimente, on modélise, on joue, on interprète, on analyse et on prend des décisions.

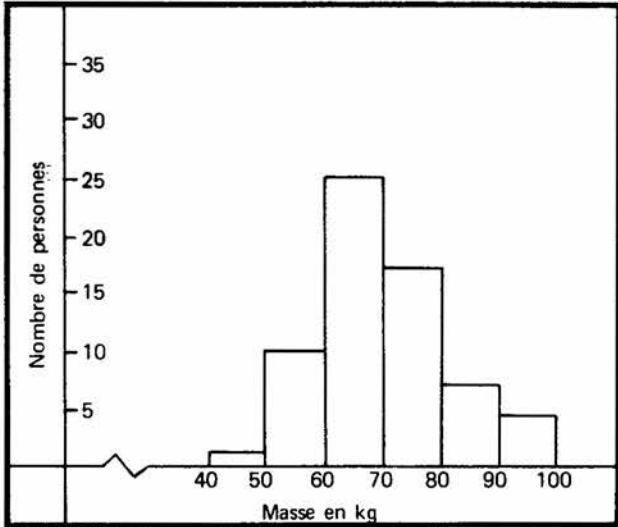
Si le nombre de données est imposant, il est normal qu'on utilise la puissance des ordinateurs pour la résolution de ces problèmes de distribution. L'utilisation des ordinateurs favorisera les activités de simulation. Elle permettra de faire porter l'attention sur l'interprétation des mesures plutôt que sur les techniques de calculs. Dans plusieurs cas, la calculatrice scientifique peut également être un outil précieux.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.1 IDENTIFIER le type de caractère d'une distribution donnée.	III	- Les renseignements d'un tableau portent sur certains aspects (caractères ou variables) de la population comme le sexe, l'âge, le poids, etc. Certains caractères sont qualitatifs: sexe, métiers, marques de produits, etc., d'autres quantitatifs: âge, taille, poids, etc. Un caractère statistique s'appelle aussi variable. On dira que la variable est discrète quand, sur un intervalle réel, la fonction n'est définie que pour un nombre fini d'éléments. On l'appellera continue quand sur un intervalle réel, la fonction est définie en tout point de cet intervalle. Le schéma suivant illustre une classification des divers types de caractères d'une distribution. variable - qualitative - quantitative - discrète - continue
3.2.2 CONSTRUIRE le tableau associé à une distribution.	III	- On dispose souvent en ligne ou en colonne les valeurs de la variable et en regard, l'effectif. L'effectif est le nombre d'individus associé à cette valeur. Ainsi un vendeur de souliers pourra noter son inventaire comme suit:

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																												
3.2.2 CONSTRUIRE le tableau associé à une distribution (suite).	III	a) disposition en ligne <table><tr><th>POINTURES (valeurs de la variable)</th><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td><td>20</td><td>22</td><td>24</td><td>26</td><td>28</td></tr><tr><th>QUANTITES (nombre de paires de souliers)</th><td>3</td><td>2</td><td>7</td><td>8</td><td>15</td><td>17</td><td>19</td><td>17</td><td>15</td><td>13</td></tr></table> b) disposition en colonne <table><tr><th>POINTURES (valeur de la variable)</th><th>QUANTITES (nombre de paires de souliers)</th></tr><tr><td>10</td><td>3</td></tr><tr><td>12</td><td>2</td></tr><tr><td>14</td><td>7</td></tr><tr><td>16</td><td>8</td></tr><tr><td>18</td><td>15</td></tr><tr><td>20</td><td>17</td></tr><tr><td>22</td><td>19</td></tr><tr><td>24</td><td>17</td></tr><tr><td>26</td><td>15</td></tr><tr><td>28</td><td>13</td></tr></table>	POINTURES (valeurs de la variable)	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	QUANTITES (nombre de paires de souliers)	3	2	7	8	15	17	19	17	15	13	POINTURES (valeur de la variable)	QUANTITES (nombre de paires de souliers)	10	3	12	2	14	7	16	8	18	15	20	17	22	19	24	17	26	15	28	13
POINTURES (valeurs de la variable)	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28																																				
QUANTITES (nombre de paires de souliers)	3	2	7	8	15	17	19	17	15	13																																				
POINTURES (valeur de la variable)	QUANTITES (nombre de paires de souliers)																																													
10	3																																													
12	2																																													
14	7																																													
16	8																																													
18	15																																													
20	17																																													
22	19																																													
24	17																																													
26	15																																													
28	13																																													

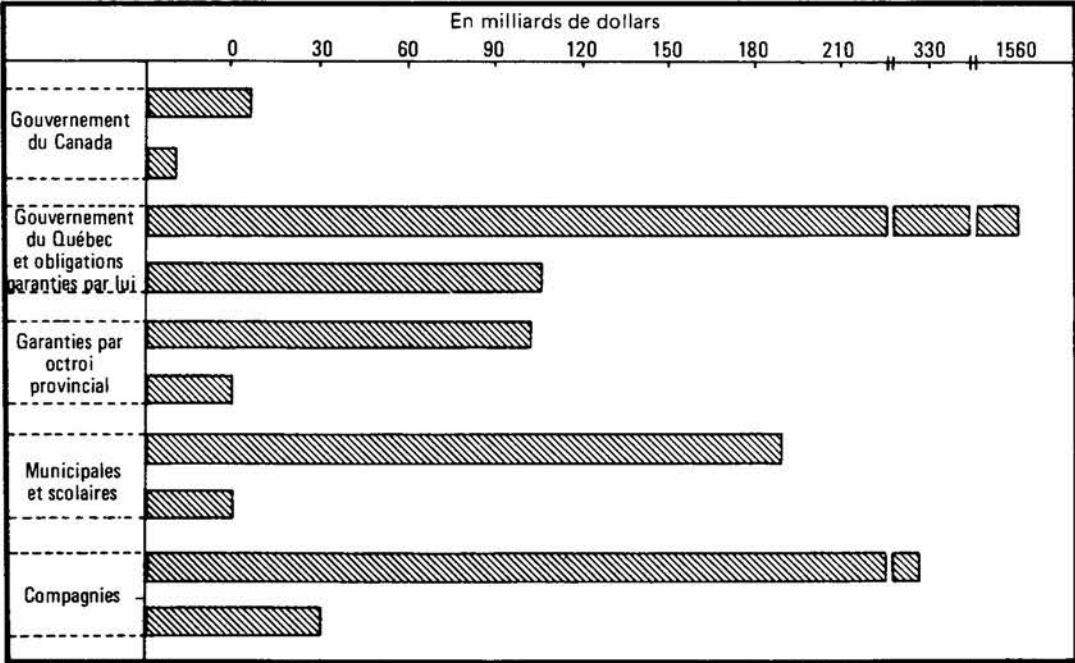
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.3 REPRESENTER une distribution par un graphique.	III	- Au premier cycle du secondaire, l'élève a appris à construire des diagrammes à bandes horizontales ou verticales, des diagrammes à ligne brisée et des diagrammes circulaires. - L'élève devra identifier les principaux éléments constitutifs d'un diagramme tels le titre, l'en-tête, les échelles, les rubriques, les coupures d'axes, la légende, etc. - Au second cycle, l'élève doit apprendre à construire des variantes de ces diagrammes de base en utilisant des techniques de changement d'échelles ou des procédés de représentation variés. Ces constructions graphiques devront l'amener à mieux comprendre la diversité des divers graphiques qu'il rencontrera dans des revues, des journaux, à la télévision, etc. - Voici une représentation par un diagramme à segment illustrant des données de l'exemple de l'objectif intermédiaire 3.2.2

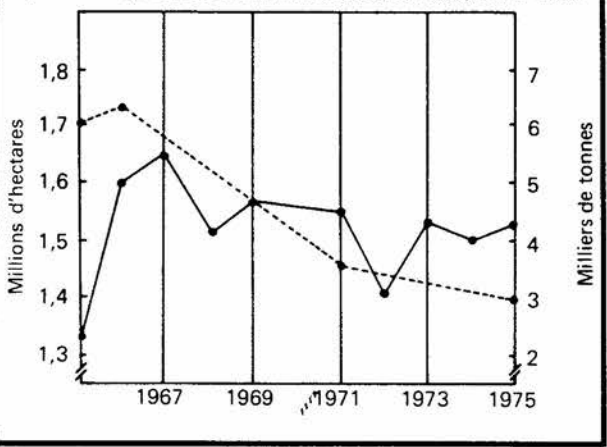
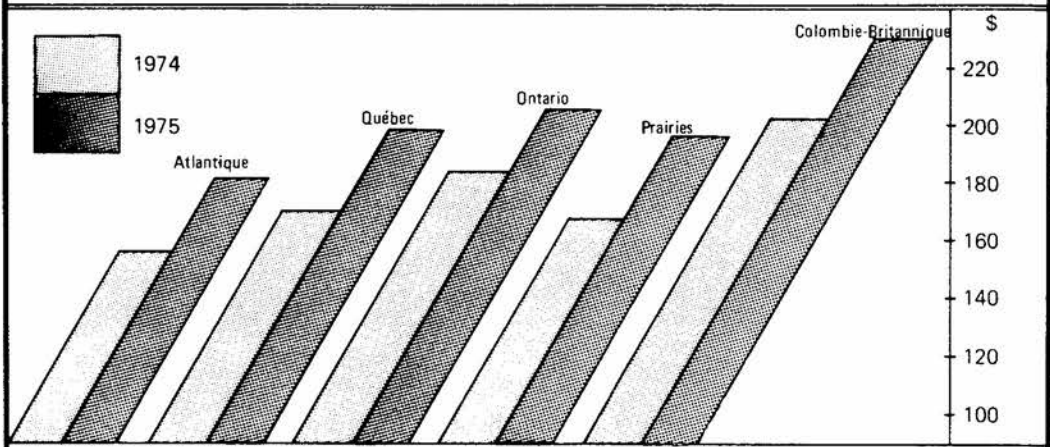
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																				
3.2.3 REPRESENTER une distribution par un graphique (suite).	III	<table><caption>Data for INVENTAIRE chart</caption><thead><tr><th>Pointures</th><th>Nombre de paires</th></tr></thead><tbody><tr><td>10</td><td>3</td></tr><tr><td>12</td><td>2</td></tr><tr><td>14</td><td>7</td></tr><tr><td>16</td><td>8</td></tr><tr><td>18</td><td>15</td></tr><tr><td>20</td><td>17</td></tr><tr><td>22</td><td>19</td></tr><tr><td>24</td><td>16</td></tr><tr><td>26</td><td>15</td></tr><tr><td>28</td><td>13</td></tr></tbody></table> - A noter que, généralement, les valeurs de la variable sont portées en abscisse et les segments correspondant à chaque valeur sont proportionnels à leur effectif. - Soit le tableau suivant: <table><tr><th>Masse en kg</th><th>[40, 50[</th><th>[50, 60[</th><th>[60, 70[</th><th>[70, 80[</th><th>[80, 90[</th><th>[90, 100[</th></tr><tr><th>Effectifs</th><td>1</td><td>10</td><td>25</td><td>17</td><td>7</td><td>4</td></tr></table>	Pointures	Nombre de paires	10	3	12	2	14	7	16	8	18	15	20	17	22	19	24	16	26	15	28	13	Masse en kg	[40, 50[	[50, 60[	[60, 70[	[70, 80[	[80, 90[	[90, 100[	Effectifs	1	10	25	17	7	4
Pointures	Nombre de paires																																					
10	3																																					
12	2																																					
14	7																																					
16	8																																					
18	15																																					
20	17																																					
22	19																																					
24	16																																					
26	15																																					
28	13																																					
Masse en kg	[40, 50[	[50, 60[	[60, 70[	[70, 80[	[80, 90[	[90, 100[																																
Effectifs	1	10	25	17	7	4																																

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE														
3.2.3 REPRESENTER une distribution par un graphique (suite).	III	Dans ce tableau, la masse constitue la variable dont les valeurs sont déjà regroupées en classe. Chaque classe est un intervalle semi-fermé. Ainsi $[40, 50[$ signifie toutes les valeurs de 40 à 50 à l'exception de 50, c'est un intervalle semi-fermé et il se note $[40, 50[$. - Voici la représentation graphique la plus courante associée à ce tableau. <table><caption>Données du histogramme</caption><tr><th>Masse en kg (intervalle)</th><th>Nombre de personnes</th></tr><tr><td>40 - 50</td><td>2</td></tr><tr><td>50 - 60</td><td>10</td></tr><tr><td>60 - 70</td><td>25</td></tr><tr><td>70 - 80</td><td>17</td></tr><tr><td>80 - 90</td><td>7</td></tr><tr><td>90 - 100</td><td>5</td></tr></table>	Masse en kg (intervalle)	Nombre de personnes	40 - 50	2	50 - 60	10	60 - 70	25	70 - 80	17	80 - 90	7	90 - 100	5
Masse en kg (intervalle)	Nombre de personnes															
40 - 50	2															
50 - 60	10															
60 - 70	25															
70 - 80	17															
80 - 90	7															
90 - 100	5															

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.3 REPRESENTER une distribution par un graphique (suite).	III	- Beaucoup de représentations ressemblent à des histogrammes et sont souvent considérées comme tels parce qu'on ne fait pas de distinction entre la notion de variable discrète et celle de variable continue ou parce que l'importance de la distribution incite à le faire. - La diversité de représentations rencontrées dans les médias permet soit d'amplifier soit d'atténuer certaines caractéristiques. On utilise souvent à cette fin des artifices telles les variations d'échelles, les coupures d'axes, les graduations semi-logarithmiques, les superpositions, etc. Les graphiques suivants présentent une même situation à l'aide d'une échelle semi-logarithmique et d'une échelle uniforme. Exemples: Nombre d'accidents de la circulation, Québec, 1974 et 1975 This bar chart displays the number of traffic accidents in Quebec for 1974 and 1975. The y-axis is on a semi-logarithmic scale from 0 to 100, and the x-axis is on a linear scale from 0 to 125. For each year, there are two bars: 'Mortels' (Fatal) and 'Non mortels' (Non-fatal). In 1974, the 'Mortels' bar is approximately 10 units high, and the 'Non mortels' bar is approximately 25 units high. In 1975, the 'Mortels' bar is approximately 15 units high, and the 'Non mortels' bar is approximately 40 units high. Nombre d'accidents de la circulation, Québec, 1974 et 1975 This bar chart displays the number of traffic accidents in Quebec for 1974 and 1975. The y-axis is on a linear scale from 0 to 150, and the x-axis is on a linear scale from 0 to 150. For each year, there are two bars: 'Mortels' (Fatal) and 'Non mortels' (Non-fatal). In 1974, the 'Mortels' bar is approximately 10 units high, and the 'Non mortels' bar is approximately 25 units high. In 1975, the 'Mortels' bar is approximately 15 units high, and the 'Non mortels' bar is approximately 40 units high.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.3 REPRESENTER une distribution par un graphique (suite).	III	Revenu personnel moyen par province, 1975 Source: Statistique Canada Revenu personnel moyen par province, 1975 Source: Statistique Canada On constate, dans les graphiques de droite, que l'échelle standard ne permet qu'une évaluation grossière de certaines valeurs tels le revenu personnel au Yukon, les accidents mortels en 1974, etc.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																		
3.2.3 REPRESENTER une distribution par un graphique (suite).	III	- On utilise parfois des coupures sur les axes (simples, doubles), au début ou au cours de la graduation. Exemples: Portefeuille d'obligations de la Caisse de dépôt et de placement du Québec, au 31 décembre, 1974 et 1975  <table border="1"> <caption>Portefeuille d'obligations de la Caisse de dépôt et de placement du Québec, au 31 décembre, 1974 et 1975 (En milliards de dollars)</caption> <thead> <tr> <th>Catégorie</th> <th>1974 (hachuré)</th> <th>1975 (solide)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Gouvernement du Canada</td> <td>~10</td> <td>~5</td> </tr> <tr> <td>Gouvernement du Québec et obligations garanties par lui</td> <td>~110</td> <td>~330</td> </tr> <tr> <td>Garanties par octroi provincial</td> <td>~100</td> <td>~20</td> </tr> <tr> <td>Municipales et scolaires</td> <td>~180</td> <td>~10</td> </tr> <tr> <td>Compagnies</td> <td>~220</td> <td>~30</td> </tr> </tbody> </table> Source: Caisse de dépôt et de placement du Québec Rapport annuel	Catégorie	1974 (hachuré)	1975 (solide)	Gouvernement du Canada	~10	~5	Gouvernement du Québec et obligations garanties par lui	~110	~330	Garanties par octroi provincial	~100	~20	Municipales et scolaires	~180	~10	Compagnies	~220	~30
Catégorie	1974 (hachuré)	1975 (solide)																		
Gouvernement du Canada	~10	~5																		
Gouvernement du Québec et obligations garanties par lui	~110	~330																		
Garanties par octroi provincial	~100	~20																		
Municipales et scolaires	~180	~10																		
Compagnies	~220	~30																		

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.3 REPRESENTER une distribution par un graphique (suite).	III	Superficie et production du foin cultivé, Québec, 1965-1975  Légende : --- superficie — production Millions d'hectares Milliers de tonnes 1967 1969 1971 1973 1975 Traitements et salaires hebdomadaires moyens, par province et régions.  1974 1975 Atlantique Québec Ontario Prairies Colombie-Britannique \$ 220 200 180 160 140 120 100

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.3 REPRESENTER une distribution par un graphique (suite).	III	- Le dernier graphique de la section C des notes didactiques complémentaires de l'objectif général 2 est un autre exemple de l'emploi des techniques de coupures d'axes. - D'autres types de représentations peuvent également illustrer une distribution. En voici une brève énumération: - le diagramme circulaire, - le pictogramme, - les diagrammes à motifs proportionnels, - les polygones de fréquences, - etc. Les commentaires sur le troisième objectif général sont abondamment illustrés de ces divers types de représentation. - Le programme BASIC de la page suivante illustre une utilisation possible de l'ordinateur pour la conception de graphiques associés à une distribution. Le programme principal (lignes 10 à 400) est accompagné de sous-programmes spécialisés pour l'entrée des données (lignes 500 à 530), et le tracé des diagrammes à rectangles, à ligne brisée avec des histogrammes (lignes 535 à 600 et 650 à 700).

OBJECTIF INTERMÉDIAIRE	DEGRÉ	COMMENTAIRE	
3.2.3 REPRESENTER une distribution par un graphique (suite).	III	<pre> 10: GRAPH: COLOR 3 20: GLCURSOR (20, -50) 30: SORGN: DIM N(40), CL(10) 33: GOSUB 500 40: LINE (0,0)-(190,0)- (180,5)-(180,-5)-(190,0) -(0,0) 50: LINE -(0, -230) -(5, -220)-(-5, -220) -(0, -230) 60: GLCURSOR (180, 40) 65: ROTATE 1: CSIZE 1 70: INPUT "NOM DE L'AXE DES Y"; AY\$ 80: LPRINT AY\$ 90: GLCURSOR (-17, -220) 110: INPUT "NOM DE L'AXE DES X"; AX\$ 120: LPRINT AX\$ 130: GLCURSOR (0,0) 140: INPUT "GRADUATION SUR L'AXE DES Y"; GY 150: FOR Y = 20 TO 150 STEP 20 160: CY = CY + GY 170: GLCURSOR (Y-4, 30) 180: LPRINT CY 190: GLCURSOR (Y, 3) : LINE -(Y, -3) 200: NEXT Y 210: INPUT "GRADUATION SUR L'AXE DES X"; GX 220: FOR X = -20 TO -200 STEP -20 230: CX = CX - GX 240: GLCURSOR (-17, X + 10) 250: LPRINT ABS (CX) 260: GLCURSOR (-3, X) 270: LINE -(3, X) 300: NEXT X </pre>	<pre> 305: GOSUB 540 310: TEXT: LF 8 400: END 500: INPUT "COMBIEN DE DONNÉES"; T 501: WAIT 60 503: PRINT "ENTRE TES DONNÉES UNE À UNE" 509: FOR Z = 1 TO T 510: INPUT N(Z) 511: K = INT (N(Z) / 10) 514: CL(K) = CL(K) + 1 520: NEXT Z 530: RETURN 535: WAIT 60 540: PRINT "(H)istogram- me ou (L)igne"; 541: CH\$ = INKEY\$ 543: IF CH\$ = "L" THEN 650 544: IF CH\$ = "H" THEN 550 545: GOTO 541 550: FOR J = 1 TO 10 560: L = CL(J) * (20 / GY) 570: K = 20 * J - 10: I = 20 * J + 10 580: LINE (0, -K) -(L, -I),, B 590: NEXT J 600: RETURN 650: GLCURSOR (0,0) 660: FOR J = 1 TO 10 666: K = 20 * J: L = CL(J) * (20 / GY) 670: LINE -(L, -K) 690: NEXT J 700: RETURN </pre>

OBJECTIF INTERMÉDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																								
3.2.3 REPRESENTER une dis- tribution par un graphique (suite).	III	ÉLÈVE Δ <table><tr><th>NOTE</th><th>ÉLÈVE</th></tr><tr><td>60-65</td><td>5</td></tr><tr><td>65-70</td><td>3</td></tr><tr><td>70-75</td><td>2</td></tr></table> NOTE FRÉQ. Δ <table><tr><th>NOTE</th><th>FRÉQ.</th></tr><tr><td>60-65</td><td>5</td></tr><tr><td>65-70</td><td>3</td></tr><tr><td>70-75</td><td>2</td></tr></table> NOTE FRÉQ. Δ <table><tr><th>NOTE</th><th>FRÉQ.</th></tr><tr><td>60-65</td><td>5</td></tr><tr><td>65-70</td><td>3</td></tr><tr><td>70-75</td><td>2</td></tr></table> NOTE	NOTE	ÉLÈVE	60-65	5	65-70	3	70-75	2	NOTE	FRÉQ.	60-65	5	65-70	3	70-75	2	NOTE	FRÉQ.	60-65	5	65-70	3	70-75	2
NOTE	ÉLÈVE																									
60-65	5																									
65-70	3																									
70-75	2																									
NOTE	FRÉQ.																									
60-65	5																									
65-70	3																									
70-75	2																									
NOTE	FRÉQ.																									
60-65	5																									
65-70	3																									
70-75	2																									

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution.	III	- L'information fournie par une représentation graphique est nécessairement imprécise. Il est alors utile de considérer les mesures qui caractérisent une distribution: les mesures de tendance centrale, de dispersion et de corrélation. - Le calcul des mesures de tendance centrale se réduit à l'application de quelques règles relativement simples. - Moyenne: - Plusieurs méthodes permettent de déterminer une moyenne d'un ensemble de données. - Ainsi, une méthode de calcul de la moyenne est la recherche du total des résultats divisé par le nombre de données. Cette méthode est de plus en plus utilisée par suite des procédés de traitement rapide des calculatrices. La formule associée à cette définition peut s'écrire $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ La moyenne de la distribution 3, 5, 7, 8, 10 sera: $\bar{x} = \frac{3 + 5 + 7 + 8 + 10}{5} = \frac{33}{5} = 6,6$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	- Le programme BASIC suivant permet de calculer la moyenne d'une distribution. Les données doivent être accompagnées d'une fréquence. Ce programme affiche la moyenne lorsqu'une donnée négative est introduite.<pre>10: CLEAR 20: F=1 30: INPUT A,F 40: IF A<0 GOTO 80 50: S=S+A*F 60: B=B+F 70: GOTO 20 80: M=S/B 90: PRINT M 100: END</pre> - Cette façon de calculer une moyenne est généralement connue et maîtrisée des élèves. A titre d'information pour l'enseignant, la suite des commentaires sur la moyenne présente une autre façon d'en faire le calcul. - Cette méthode consiste à choisir une moyenne hypothétique puis à calculer la différence entre elle et un résultat. La sommation de ces différences est ensuite divisée par le nombre de données. La vraie moyenne devient alors la moyenne hypothétique plus le quotient obtenu précédemment.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																								
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	On peut représenter le tout par la formule vraie moyenne → $\bar{x} = \bar{x'} + C$ ← sommation des différences divisée par le nombre de données ↑ moyenne hypothétique La formule suivante explicite la précédente. $\bar{x} = \bar{x'} + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x'})}{n}$ <table><tr><th>x_i</th><th>$\bar{x'}$</th><th colspan="2">$x_i - \bar{x'}$</th></tr><tr><td>3</td><td rowspan="5">7</td><td>3-7</td><td>-4</td></tr><tr><td>5</td><td>5-7</td><td>-2</td></tr><tr><td>7</td><td>7-7</td><td>0</td></tr><tr><td>8</td><td>8-7</td><td>1</td></tr><tr><td>10</td><td>10-7</td><td>3</td></tr><tr><td colspan="2"></td><td>$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x'})$</td><td>-2</td></tr></table> d'où $\bar{x} = 7 + \frac{-2}{5} = 6,6$	x_i	$\bar{x'}$	$x_i - \bar{x'}$		3	7	3-7	-4	5	5-7	-2	7	7-7	0	8	8-7	1	10	10-7	3			$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x'})$	-2
x_i	$\bar{x'}$	$x_i - \bar{x'}$																								
3	7	3-7	-4																							
5		5-7	-2																							
7		7-7	0																							
8		8-7	1																							
10		10-7	3																							
		$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x'})$	-2																							

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	Cette formule $\bar{x} = \bar{x}' + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}')}{n}$, après transformations devient la formule usuelle $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$. En effet, $\begin{aligned} \bar{x} &= \bar{x}' + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}')}{n} \\ &= \bar{x}' + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n} - \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}'}{n} \\ &= \bar{x}' + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n} - \bar{x}' \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)}{n} \end{aligned}$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																							
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	- L'élaboration de procédures peut permettre d'économiser énormément de temps si l'on emploie une calculatrice. Pour la distribution présentée à gauche dans le tableau, la moyenne peut être calculée en suivant les étapes illustrées. <table><tr><th>x_i</th><th>f_i</th><th>$\overline{x'}$</th><th colspan="2">$(x_i - \overline{x'}) f_i$</th></tr><tr><td>12</td><td>5</td><td rowspan="7">15</td><td>-3×5</td><td>-15</td></tr><tr><td>13,5</td><td>5</td><td>$-1,5 \times 5$</td><td>-7,5</td></tr><tr><td>14</td><td>8</td><td>-1×8</td><td>-8</td></tr><tr><td>16</td><td>8</td><td>1×8</td><td>8</td></tr><tr><td>17,5</td><td>3</td><td>$2,5 \times 3$</td><td>7,5</td></tr><tr><td>18</td><td>2</td><td>3×2</td><td>6</td></tr><tr><td>19</td><td>1</td><td>4×1</td><td>4</td></tr><tr><td>$\sum_{i=1}^k f_i$</td><td>32</td><td>$\sum_{i=1}^k ((x_i - \overline{x'}) f_i)$</td><td colspan="2">-5</td></tr></table> - La formule du calcul de la moyenne dans le cas des données groupées est $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^n ((x_i - \overline{x'}) f_i)}{n}$	x_i	f_i	$\overline{x'}$	$(x_i - \overline{x'}) f_i$		12	5	15	-3×5	-15	13,5	5	$-1,5 \times 5$	-7,5	14	8	-1×8	-8	16	8	1×8	8	17,5	3	$2,5 \times 3$	7,5	18	2	3×2	6	19	1	4×1	4	$\sum_{i=1}^k f_i$	32	$\sum_{i=1}^k ((x_i - \overline{x'}) f_i)$	-5	
x_i	f_i	$\overline{x'}$	$(x_i - \overline{x'}) f_i$																																						
12	5	15	-3×5	-15																																					
13,5	5		$-1,5 \times 5$	-7,5																																					
14	8		-1×8	-8																																					
16	8		1×8	8																																					
17,5	3		$2,5 \times 3$	7,5																																					
18	2		3×2	6																																					
19	1		4×1	4																																					
$\sum_{i=1}^k f_i$	32	$\sum_{i=1}^k ((x_i - \overline{x'}) f_i)$	-5																																						

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	L'utilisation de cette formule présente plusieurs aspects intéressants. - L'effet des transformations. Qu'advient-il à la moyenne lorsqu'on applique une translation sur la représentation graphique de la distribution précédente, c'est-à-dire lorsqu'on ajoute à chaque cote une constante b? <table><caption>Data for distribution initiale</caption><thead><tr><th>Value</th><th>Frequency</th></tr></thead><tbody><tr><td>12</td><td>5</td></tr><tr><td>13</td><td>0</td></tr><tr><td>14</td><td>8</td></tr><tr><td>15</td><td>0</td></tr><tr><td>16</td><td>8</td></tr><tr><td>17</td><td>0</td></tr><tr><td>18</td><td>3</td></tr><tr><td>19</td><td>2</td></tr><tr><td>20</td><td>0</td></tr><tr><td>21</td><td>0</td></tr><tr><td>22</td><td>0</td></tr></tbody></table> distribution initiale <table><caption>Data for distribution finale</caption><thead><tr><th>Value</th><th>Frequency</th></tr></thead><tbody><tr><td>12</td><td>0</td></tr><tr><td>13</td><td>0</td></tr><tr><td>14</td><td>0</td></tr><tr><td>15</td><td>5</td></tr><tr><td>16</td><td>5</td></tr><tr><td>17</td><td>8</td></tr><tr><td>18</td><td>0</td></tr><tr><td>19</td><td>8</td></tr><tr><td>20</td><td>0</td></tr><tr><td>21</td><td>3</td></tr><tr><td>22</td><td>2</td></tr></tbody></table> distribution finale	Value	Frequency	12	5	13	0	14	8	15	0	16	8	17	0	18	3	19	2	20	0	21	0	22	0	Value	Frequency	12	0	13	0	14	0	15	5	16	5	17	8	18	0	19	8	20	0	21	3	22	2
Value	Frequency																																																	
12	5																																																	
13	0																																																	
14	8																																																	
15	0																																																	
16	8																																																	
17	0																																																	
18	3																																																	
19	2																																																	
20	0																																																	
21	0																																																	
22	0																																																	
Value	Frequency																																																	
12	0																																																	
13	0																																																	
14	0																																																	
15	5																																																	
16	5																																																	
17	8																																																	
18	0																																																	
19	8																																																	
20	0																																																	
21	3																																																	
22	2																																																	

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	- Lorsque $b = 3$, la distribution précédente devient <table><tr><th>Notes</th><th>Fréquences</th></tr><tr><td>15</td><td>5</td></tr><tr><td>16,5</td><td>5</td></tr><tr><td>17</td><td>8</td></tr><tr><td>19</td><td>8</td></tr><tr><td>20,5</td><td>3</td></tr><tr><td>21</td><td>2</td></tr><tr><td>22</td><td>1</td></tr></table> La nouvelle moyenne $\bar{m}$ s'établit à 17,843 75 (ou $14,843\ 75 + 3 = 17,843\ 75$) d'où $\bar{m} = \bar{x} + b$. Qu'advient-il lorsqu'on multiplie chaque note de la distribution par une constante k? La nouvelle moyenne est le produit par k de la moyenne initiale: $\bar{m} \mapsto k\bar{x}$. - La somme des écarts Plus la moyenne hypothétique est près de la moyenne arithmétique, plus la somme des écarts est petite.	Notes	Fréquences	15	5	16,5	5	17	8	19	8	20,5	3	21	2	22	1
Notes	Fréquences																	
15	5																	
16,5	5																	
17	8																	
19	8																	
20,5	3																	
21	2																	
22	1																	

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																								
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	Exemple: En se référant à la distribution précédente, on observe <table><tr><th>Moyennes hypothétiques</th><th colspan="2">Sommes des écarts</th></tr><tr><td>13</td><td>$475 - 13 \times 32$</td><td>59</td></tr><tr><td>14</td><td>$475 - 14 \times 32$</td><td>27</td></tr><tr><td>14,84</td><td>$475 \times 14,84 \times 32$</td><td>0,12</td></tr><tr><td>14,84375</td><td>$475 - 14,84375 \times 32$</td><td>0</td></tr><tr><td>14,85</td><td>$475 - 14,85 \times 32$</td><td>-0,2</td></tr><tr><td>15</td><td>$475 - 15 \times 32$</td><td>-5</td></tr><tr><td>16</td><td>$475 - 16 \times 32$</td><td>-37</td></tr></table> Ces deux aspects sont typiques d'une transformation linéaire. De façon plus générale, on peut parler de la transformation $\bar{x} \mapsto k\bar{x} + b$. - Quelle doit être la transformation $\bar{x} \mapsto k\bar{x} + b$ qui transforme la distribution ci-contre pour que la nouvelle moyenne soit 13 et que la note maximale soit 18. <table><tr><th>Notes</th><th>Fréquences</th></tr><tr><td>12</td><td>5</td></tr><tr><td>13,5</td><td>5</td></tr><tr><td>14</td><td>8</td></tr><tr><td>15</td><td>8</td></tr><tr><td>17,5</td><td>3</td></tr><tr><td>18</td><td>2</td></tr><tr><td>19</td><td>1</td></tr></table>	Moyennes hypothétiques	Sommes des écarts		13	$475 - 13 \times 32$	59	14	$475 - 14 \times 32$	27	14,84	$475 \times 14,84 \times 32$	0,12	14,84375	$475 - 14,84375 \times 32$	0	14,85	$475 - 14,85 \times 32$	-0,2	15	$475 - 15 \times 32$	-5	16	$475 - 16 \times 32$	-37	Notes	Fréquences	12	5	13,5	5	14	8	15	8	17,5	3	18	2	19	1
Moyennes hypothétiques	Sommes des écarts																																									
13	$475 - 13 \times 32$	59																																								
14	$475 - 14 \times 32$	27																																								
14,84	$475 \times 14,84 \times 32$	0,12																																								
14,84375	$475 - 14,84375 \times 32$	0																																								
14,85	$475 - 14,85 \times 32$	-0,2																																								
15	$475 - 15 \times 32$	-5																																								
16	$475 - 16 \times 32$	-37																																								
Notes	Fréquences																																									
12	5																																									
13,5	5																																									
14	8																																									
15	8																																									
17,5	3																																									
18	2																																									
19	1																																									

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	On peut en dégager une première équation, à savoir $k\bar{x} + b = 13$ c'est-à-dire $14,843\ 75k + b = 13$ Parce que c'est un phénomène linéaire, on peut donc dire que ce qui est vrai pour la moyenne, l'est aussi pour toute autre cote, d'où $k\bar{x} + b = 18$ et par suite $19k + b = 18$. On a donc le système $\begin{aligned} 14,843\ 75k + b &= 13 \\ 19k + b &= 18 \end{aligned}$ En résolvant, on obtient $k \approx 1,203\ 007$ $b \approx -4,857\ 133$ En appliquant ces valeurs sur la distribution initiale, on obtient la distribution ci-dessous. <table><tr><th>Notes</th><th>Fréquences</th></tr><tr><td>9,578 951</td><td>5</td></tr><tr><td>11,383 445</td><td>5</td></tr><tr><td>11,984 965</td><td>8</td></tr><tr><td>14,390 79</td><td>8</td></tr><tr><td>16,195 498 5</td><td>3</td></tr><tr><td>16,802 796</td><td>2</td></tr><tr><td>18</td><td>1</td></tr></table> $12k + b = x$ $12 \times 1,203\ 007 + -4,857\ 133 = 9,578\ 951$ $13,5k + b = x$ $13,5 \times 1,203\ 007 + -4,857\ 133 = 11,383\ 445$ etc.	Notes	Fréquences	9,578 951	5	11,383 445	5	11,984 965	8	14,390 79	8	16,195 498 5	3	16,802 796	2	18	1
Notes	Fréquences																	
9,578 951	5																	
11,383 445	5																	
11,984 965	8																	
14,390 79	8																	
16,195 498 5	3																	
16,802 796	2																	
18	1																	

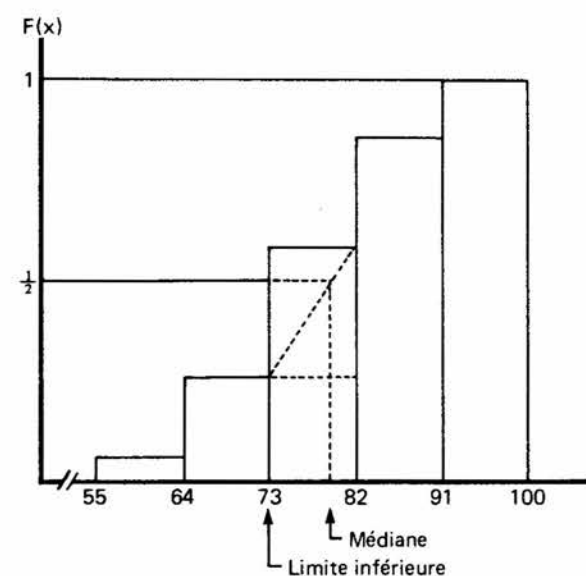
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	- Médiane: - La médiane partage une distribution en deux parties égales. Pour la déterminer, on rencontre deux types de procédés considérant les données groupées ou les données non groupées. - Lorsque les données ne sont pas groupées et que leur nombre est impair, le résultat du centre de la série ordonnée est la valeur de la médiane. Exemple: 25, 22, 47, 27, 38. Cette série ordonnée, 22, 25, 27, 38, 47, laisse facilement voir que 27 est le centre de la série. - Quand les données ne sont pas groupées et que leur nombre est pair, la moyenne des notes centrales constitue la valeur de cette médiane. Exemple 1: 27, 32, 88, 47, 31, 38. Cette série ordonnée, 27, 31, 32, 38, 47, 48, permet de constater que 32 et 38 constituent les deux notes centrales. La médiane est donc alors $\frac{32 + 38}{2} = 35$.

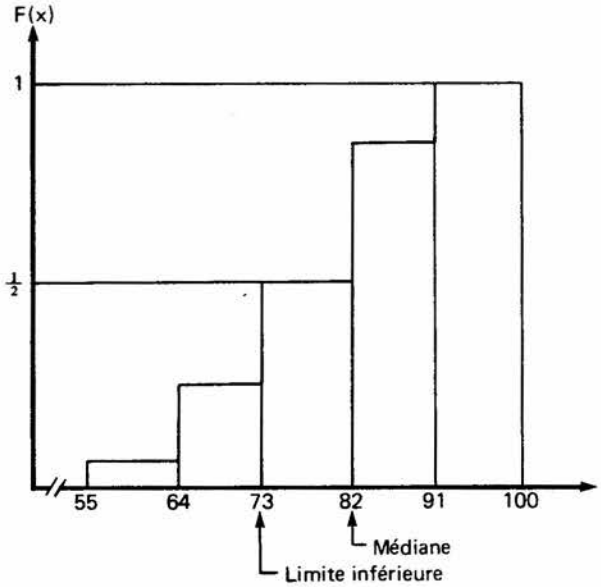
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																		
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	Exemple 2: 27, 32, 32, 47, 38, 49. Cette série ordonnée, 27, 32, 32, 38, 47, 49, montre que 32, 32 et 38 constituent les trois notes centrales. La médiane est donc alors $\frac{32 + 32 + 38}{3} = 34$. - Quand les données sont groupées en classe, on cherche dans quelle classe se trouve la médiane par le calcul de la fréquence cumulée de bas en haut. Une fois, cette classe déterminée, on établit le rapport $\frac{\frac{n}{2} - \text{la classe inférieure}}{\text{fréquence de la classe considérée}}$ Ce rapport est ensuite multiplié par l'étendue de la classe. Ce produit est ajouté à la limite inférieure de la classe où se trouve la médiane. Exemple: Soit le tableau ci-contre: <table border="1"> <thead> <tr> <th>Classes</th><th>Fréquences</th><th>Fréquences cumulées</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>[91, 100[</td><td>5</td><td>50</td></tr> <tr> <td>[82, 91[</td><td>13</td><td>45</td></tr> <tr> <td>[73, 82[</td><td>20</td><td>32</td></tr> <tr> <td>[64, 73[</td><td>9</td><td>12</td></tr> <tr> <td>[55, 64[</td><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table>	Classes	Fréquences	Fréquences cumulées	[91, 100[	5	50	[82, 91[	13	45	[73, 82[	20	32	[64, 73[	9	12	[55, 64[	3	3
Classes	Fréquences	Fréquences cumulées																		
[91, 100[	5	50																		
[82, 91[	13	45																		
[73, 82[	20	32																		
[64, 73[	9	12																		
[55, 64[	3	3																		

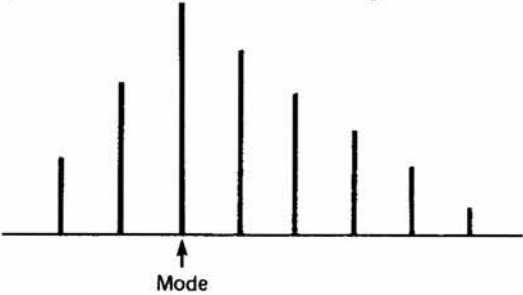
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	Voici les étapes à suivre: - Déterminer la classe où se trouve la médiane. Réponse: [73, 82[- Choisir sa limite inférieure. Réponse: 73 - Lire la fréquence cumulée de la classe inférieure: f_c. Réponse: 12 - Lire la fréquence de la classe concernée: f. Réponse: 20 - Evaluer l'étendue d'un intervalle. Réponse: 9 - Evaluer la formule $\text{limite inf. de la classe considérée} + \left(\frac{\frac{n}{2} - f_c \text{ (classe inf.)}}{f \text{ (classe considérée)}} \times \text{étendue} \right)$ $\text{Réponse: } 73 + \left(\frac{\frac{50}{2} - 12}{20} \right) \times 9 = 78,85$ - Le programme BASIC suivant possède les caractéristiques suivantes:

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	- de la ligne 10 à la ligne 190 - il groupe les données en classe si on lui indique au préalable: - le nombre de classes; - l'étendue d'une classe; - la limite inférieure de la classe inférieure; - il termine la phase d'entrée des données si l'une de celles-ci est à l'extérieur des limites extrêmes de la distribution; - de la ligne 200 à la ligne 260 - le programme imprime chaque classe et sa fréquence; - de la ligne 300 à la ligne 410 - le programme imprime - la moyenne de la distribution; - la médiane de la distribution en appliquant la formule précédente.

OBJECTIF INTERMÉDIAIRE	DEGRÉ	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	<pre> 10: CLEAR 20: J = 28 30: INPUT "NOMBRE DE CLASSES = "; N 40: INPUT "ETENDUE DE CLASSE = "; E 50: INPUT "LIM. INF. DE CL. INF. = "; L 60: FOR I = 1 TO (N → 1) 70: J = J + 2 80: A(J) = E * (I - 1) → L 90: NEXT I 100: PRINT " *ENTRÉE DES DONNÉES*" 110: BEEP 1: INPUT A 120: IF A < L GOTO 200 130: IF A = (L → N * E) GOTO 200 140: I = 28 150: I = I + 2 160: IF A = A(I) GOTO 150 170: B = I - 1 180: A(B) = A(B) + 1: S = S + 1: M = M + A 190: GOTO 110 200: A = 28 + 2 * N 210: PRINT " *SORTIE DES DONNÉES*" 220: FOR I = 30 TO A STEP 2 230: J = I + 1 240: K = I + 2 250: PRINT A(I); " -"; A(K); " "; A(J) 260: NEXT I 300: T = 0 310: A = 28 + 2 * N 320: FOR I = 31 TO A STEP 2 330: T = T + A(I) 340: IF T = (S / 2) GOTO 360 350: NEXT I 360: J = I - 1 370: M = M / S 380: O = A(J) + ((S / 2 - (T - A(I))) / A(I)) * E 390: PRINT USING "####.##"; MOYENNE: "; M 400: PRINT "MEDIANE: "; O 410: END </pre>

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	- ENRICHISSEMENT: - Il pourrait être intéressant de considérer la médiane en relation avec les fréquences cumulées. On peut illustrer la situation précédente par le graphique suivant:  On présume que la distribution est linéaire dans cette classe et on l'estime par interpolation.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	- Il peut se produire qu'une situation ait l'allure suivante:  La formule précédente s'applique également dans le tableau suivant. La médiane 82 correspond à la borne supérieure de l'intervalle associé à la classe du résultat du centre.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																		
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	<table><tr><th>Classes</th><th>Fréquences</th><th>Fréquences cumulées</th></tr><tr><td>[91, 99[</td><td>5</td><td>50</td></tr><tr><td>[82, 90[</td><td>20</td><td>45</td></tr><tr><td>[73, 81[</td><td>13</td><td>25</td></tr><tr><td>[64, 72[</td><td>9</td><td>12</td></tr><tr><td>[55, 63[</td><td>3</td><td>3</td></tr></table> - Mode: - Le mode est la valeur de la variable qui correspond au maximum des effectifs du diagramme différentiel (à bâtons). - C'est la valeur associée à la plus haute fréquence.  - Certaines distributions possèdent plus d'un mode.	Classes	Fréquences	Fréquences cumulées	[91, 99[	5	50	[82, 90[	20	45	[73, 81[	13	25	[64, 72[	9	12	[55, 63[	3	3
Classes	Fréquences	Fréquences cumulées																		
[91, 99[	5	50																		
[82, 90[	20	45																		
[73, 81[	13	25																		
[64, 72[	9	12																		
[55, 63[	3	3																		

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	- Il est important de ne pas consacrer des heures interminables à effectuer des calculs pour déterminer la moyenne, la médiane ou le mode. C'est pourquoi il faut choisir des situations simples et riches pour la compréhension des mesures de tendance centrale en favorisant la comparaison entre ces différentes valeurs. Il faut éviter cependant de mettre l'accent sur la recherche nécessitant des calculs fastidieux qui masquent l'essence des concepts. La calculatrice ou l'ordinateur s'avèrent ici des outils à privilégier. - Pour faciliter la compréhension des caractéristiques de mesure de tendance centrale, il faut proposer des mises en situations appropriées. Ainsi, pour un vendeur de souliers, la médiane ou la moyenne n'ont aucune signification valable. Qu'est-ce qu'une pointure moyenne? Pour lui, la marque la plus vendue, la pointure la plus vendue, etc.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.4 DETERMINER la mesure de tendance centrale la plus appropriée dans une distribution (suite).	III	font partie de ses préoccupations. De même, le salaire moyen n'a aucune signification dans une situation telle: Luc gagne 5 \$; Andrée, 7 \$; Guy: 4 \$; Louise: 6 \$ et Pierre: 28 \$. $\bar{x} = \frac{5 + 7 + 4 + 6 + 28}{5} = 10$ Le salaire moyen est donc de 10 \$; quelle interprétation peut-on en donner?
3.2.5 CALCULER la variance et l'écart-type.	V	- Les mesures de tendance centrale ne peuvent à elles seules fournir tout l'éclairage pour bien différencier certaines distributions. Voici deux distributions où dans chacune 12 est la moyenne, la médiane et le mode avec une étendue de 19. distribution ①: 1, 3, 9, 10, 11, 12, 12, 12, 13, 14, 15, 20. distribution ②: 1, 5, 6, 6, 12, 12, 12, 19, 19, 20, 20. Ces 4 mesures ne permettent pas de caractériser suffisamment ces distributions. Il faut de plus analyser l'homogénéité de chaque série de données. Pour ce faire, l'examen des écarts à une moyenne hypothétique ou non va mieux faire comprendre cette recherche sur l'homogénéité. Le tableau suivant présente la situation pour quelques moyennes arbitraires.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																																																																																														
3.2.5 CALCULER la variance et l'écart-type (suite).	V	DISTRIBUTION 1 <table><tr><th></th><th colspan="2">$\bar{x} = 10$</th><th colspan="2">$\bar{x} = 11$</th><th colspan="2">$\bar{x} = 12$</th><th colspan="2">$\bar{x} = 13$</th></tr><tr><th>Notes</th><th>Ecart (notes - moyennes)</th><th>Carré des écarts</th><th>Ecart (notes - moyennes)</th><th>Carré des écarts</th><th>Ecart (notes - moyennes)</th><th>Carré des écarts</th><th>Ecart (notes - moyennes)</th><th>Carré des écarts</th></tr><tr><td>1</td><td>1-10</td><td>81</td><td>1-11</td><td>100</td><td>1-12</td><td>121</td><td>1-13</td><td>144</td></tr><tr><td>9</td><td>9-10</td><td>1</td><td>9-11</td><td>4</td><td>9-12</td><td>9</td><td>9-13</td><td>16</td></tr><tr><td>10</td><td>10-10</td><td>0</td><td>10-11</td><td>1</td><td>10-12</td><td>4</td><td>10-13</td><td>9</td></tr><tr><td>11</td><td>11-10</td><td>1</td><td>11-11</td><td>0</td><td>11-12</td><td>1</td><td>11-13</td><td>4</td></tr><tr><td>12</td><td>12-10</td><td>4</td><td>12-11</td><td>1</td><td>12-12</td><td>0</td><td>12-13</td><td>1</td></tr><tr><td>12</td><td>12-10</td><td>4</td><td>12-11</td><td>1</td><td>12-12</td><td>0</td><td>12-13</td><td>1</td></tr><tr><td>12</td><td>12-10</td><td>4</td><td>12-11</td><td>1</td><td>12-12</td><td>0</td><td>12-13</td><td>1</td></tr><tr><td>13</td><td>13-10</td><td>9</td><td>13-11</td><td>4</td><td>13-12</td><td>1</td><td>13-13</td><td>0</td></tr><tr><td>14</td><td>14-10</td><td>16</td><td>14-11</td><td>9</td><td>14-12</td><td>4</td><td>14-13</td><td>1</td></tr><tr><td>18</td><td>18-10</td><td>64</td><td>18-11</td><td>49</td><td>18-12</td><td>36</td><td>18-13</td><td>25</td></tr><tr><td>20</td><td>20-10</td><td>100</td><td>20-11</td><td>81</td><td>20-12</td><td>64</td><td>20-13</td><td>49</td></tr><tr><td></td><td colspan="2">$\Sigma 284$</td><td colspan="2">$\Sigma 251$</td><td colspan="2">$\Sigma 240$</td><td colspan="2">$\Sigma 250$</td></tr></table>		$\bar{x} = 10$		$\bar{x} = 11$		$\bar{x} = 12$		$\bar{x} = 13$		Notes	Ecart (notes - moyennes)	Carré des écarts	Ecart (notes - moyennes)	Carré des écarts	Ecart (notes - moyennes)	Carré des écarts	Ecart (notes - moyennes)	Carré des écarts	1	1-10	81	1-11	100	1-12	121	1-13	144	9	9-10	1	9-11	4	9-12	9	9-13	16	10	10-10	0	10-11	1	10-12	4	10-13	9	11	11-10	1	11-11	0	11-12	1	11-13	4	12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1	12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1	12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1	13	13-10	9	13-11	4	13-12	1	13-13	0	14	14-10	16	14-11	9	14-12	4	14-13	1	18	18-10	64	18-11	49	18-12	36	18-13	25	20	20-10	100	20-11	81	20-12	64	20-13	49		$\Sigma 284$		$\Sigma 251$		$\Sigma 240$		$\Sigma 250$	
	$\bar{x} = 10$		$\bar{x} = 11$		$\bar{x} = 12$		$\bar{x} = 13$																																																																																																																									
Notes	Ecart (notes - moyennes)	Carré des écarts	Ecart (notes - moyennes)	Carré des écarts	Ecart (notes - moyennes)	Carré des écarts	Ecart (notes - moyennes)	Carré des écarts																																																																																																																								
1	1-10	81	1-11	100	1-12	121	1-13	144																																																																																																																								
9	9-10	1	9-11	4	9-12	9	9-13	16																																																																																																																								
10	10-10	0	10-11	1	10-12	4	10-13	9																																																																																																																								
11	11-10	1	11-11	0	11-12	1	11-13	4																																																																																																																								
12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1																																																																																																																								
12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1																																																																																																																								
12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1																																																																																																																								
13	13-10	9	13-11	4	13-12	1	13-13	0																																																																																																																								
14	14-10	16	14-11	9	14-12	4	14-13	1																																																																																																																								
18	18-10	64	18-11	49	18-12	36	18-13	25																																																																																																																								
20	20-10	100	20-11	81	20-12	64	20-13	49																																																																																																																								
	$\Sigma 284$		$\Sigma 251$		$\Sigma 240$		$\Sigma 250$																																																																																																																									

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																																																																																														
3.2.5 CALCULER la variance et l'écart-type (suite).	V	DISTRIBUTION 2 <table><tr><th></th><th colspan="2">$\bar{x}' = 10$</th><th colspan="2">$\bar{x}' = 11$</th><th colspan="2">$\bar{x}' = 12$</th><th colspan="2">$\bar{x}' = 13$</th></tr><tr><th>Notes</th><th>Ecart (note - moyenne)</th><th>Carré des écarts</th><th>Ecart (note - moyenne)</th><th>Carré des écarts</th><th>Ecart (note - moyenne)</th><th>Carré des écarts</th><th>Ecart (note - moyenne)</th><th>Carré des écarts</th></tr><tr><td>1</td><td>1-10</td><td>81</td><td>1-11</td><td>100</td><td>1-12</td><td>121</td><td>1-13</td><td>144</td></tr><tr><td>5</td><td>5-10</td><td>25</td><td>5-11</td><td>36</td><td>5-12</td><td>49</td><td>5-13</td><td>64</td></tr><tr><td>6</td><td>6-10</td><td>16</td><td>6-11</td><td>25</td><td>6-12</td><td>36</td><td>6-13</td><td>49</td></tr><tr><td>6</td><td>6-10</td><td>16</td><td>6-11</td><td>25</td><td>6-12</td><td>36</td><td>6-13</td><td>49</td></tr><tr><td>12</td><td>12-10</td><td>4</td><td>12-11</td><td>1</td><td>12-12</td><td>0</td><td>12-13</td><td>1</td></tr><tr><td>12</td><td>12-10</td><td>4</td><td>12-11</td><td>1</td><td>12-12</td><td>0</td><td>12-13</td><td>1</td></tr><tr><td>12</td><td>12-10</td><td>4</td><td>12-11</td><td>1</td><td>12-12</td><td>0</td><td>12-13</td><td>1</td></tr><tr><td>19</td><td>19-10</td><td>81</td><td>19-11</td><td>64</td><td>19-12</td><td>49</td><td>19-13</td><td>36</td></tr><tr><td>19</td><td>19-10</td><td>81</td><td>19-11</td><td>64</td><td>19-12</td><td>49</td><td>19-13</td><td>36</td></tr><tr><td>20</td><td>20-10</td><td>100</td><td>20-11</td><td>81</td><td>20-12</td><td>64</td><td>20-13</td><td>49</td></tr><tr><td>20</td><td>20-10</td><td>100</td><td>20-11</td><td>81</td><td>20-12</td><td>64</td><td>20-13</td><td>49</td></tr><tr><td></td><td colspan="2">$\Sigma 512$</td><td colspan="2">$\Sigma 479$</td><td colspan="2">$\Sigma 468$</td><td colspan="2">$\Sigma 482$</td></tr></table>		$\bar{x}' = 10$		$\bar{x}' = 11$		$\bar{x}' = 12$		$\bar{x}' = 13$		Notes	Ecart (note - moyenne)	Carré des écarts	Ecart (note - moyenne)	Carré des écarts	Ecart (note - moyenne)	Carré des écarts	Ecart (note - moyenne)	Carré des écarts	1	1-10	81	1-11	100	1-12	121	1-13	144	5	5-10	25	5-11	36	5-12	49	5-13	64	6	6-10	16	6-11	25	6-12	36	6-13	49	6	6-10	16	6-11	25	6-12	36	6-13	49	12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1	12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1	12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1	19	19-10	81	19-11	64	19-12	49	19-13	36	19	19-10	81	19-11	64	19-12	49	19-13	36	20	20-10	100	20-11	81	20-12	64	20-13	49	20	20-10	100	20-11	81	20-12	64	20-13	49		$\Sigma 512$		$\Sigma 479$		$\Sigma 468$		$\Sigma 482$	
	$\bar{x}' = 10$		$\bar{x}' = 11$		$\bar{x}' = 12$		$\bar{x}' = 13$																																																																																																																									
Notes	Ecart (note - moyenne)	Carré des écarts	Ecart (note - moyenne)	Carré des écarts	Ecart (note - moyenne)	Carré des écarts	Ecart (note - moyenne)	Carré des écarts																																																																																																																								
1	1-10	81	1-11	100	1-12	121	1-13	144																																																																																																																								
5	5-10	25	5-11	36	5-12	49	5-13	64																																																																																																																								
6	6-10	16	6-11	25	6-12	36	6-13	49																																																																																																																								
6	6-10	16	6-11	25	6-12	36	6-13	49																																																																																																																								
12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1																																																																																																																								
12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1																																																																																																																								
12	12-10	4	12-11	1	12-12	0	12-13	1																																																																																																																								
19	19-10	81	19-11	64	19-12	49	19-13	36																																																																																																																								
19	19-10	81	19-11	64	19-12	49	19-13	36																																																																																																																								
20	20-10	100	20-11	81	20-12	64	20-13	49																																																																																																																								
20	20-10	100	20-11	81	20-12	64	20-13	49																																																																																																																								
	$\Sigma 512$		$\Sigma 479$		$\Sigma 468$		$\Sigma 482$																																																																																																																									

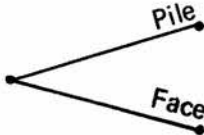
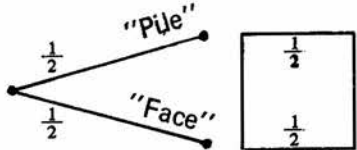
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.5 CALCULER la variance et l'écart-type (suite).	V	- L'examen des sommations des carrés des écarts de chaque distribution montre clairement que cette sommation est minimale lorsque l'écart est établi à partir de la vraie moyenne. Cet examen montre également que la distribution (1) a des sommations des carrés des écarts nettement inférieures à celles de la distribution (2). C'est déjà un indice de l'homogénéité des distributions. On remarque en effet que les données de la distribution (1) sont plus concentrées autour des mesures de tendance centrale tandis que les données de la distribution (2) sont plus dispersées. Lorsqu'on regroupe les données, pour établir cette sommation des carrés des écarts, on doit multiplier chaque carré des écarts par la fréquence de chaque valeur de la distribution. Une seule étape reste à franchir par la suite pour déboucher sur la notion de variance qui est le quotient de la somme des carrés des écarts à la moyenne par le nombre de données. $S = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$ où x_i est une donnée particulière $\bar{x}$ la moyenne n le nombre de données.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.5 CALCULER la variance et l'écart-type (suite).	V	- ENRICHISSEMENT: - Avec une calculatrice, on pourrait utiliser la procédure "soustraire $\bar{x}$ en constante suivi de élévation au carré et addition en mémoire" ou utiliser la procédure x_i x^2 Σ ... à faire i fois Σ $\div$ n $-$ $\bar{x}$ x^2 $=$... à faire 1 fois qui provient de la formule transformée $S = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$ Cette formule se déduit de $S = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$. Les lois relatives à la sommation utilisées ici peuvent s'énoncer: ① $\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$ ② $\sum_{i=1}^n (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n b_i$

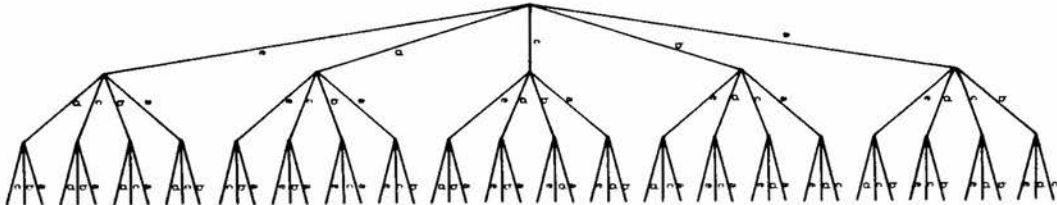
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.5 CALCULER la variance et l'écart-type (suite).	V	③ $\sum_{i=1}^n a = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{n \text{ fois}} = na$ En effet, $\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)}{n}$ $= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^2}{n} - \frac{\sum_{i=1}^n 2x_i\bar{x}}{n} + \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}^2}{n}$ $= \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \frac{2n\bar{x}\bar{x}}{n} + \frac{n\bar{x}^2}{n}$ $= \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2$ $= \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$ - Le programme BASIC de la page suivante calcule la variance et l'écart-type d'une distribution. La

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.5 CALCULER la variance et l'écart-type (suite).	V	fin de l'entrée des données est indiquée en introduisant un nombre négatif. <pre> 10: CLEAR 20: INPUT A 30: IF A<0 GOTO 80 40: N=N+1 50: X=X+A^2 60: M=M+A 70: GOTO 20 80: X=X/N 90: M=(M/N)^2 100: V=X-N 110: E=√V 120: PRINT "VARIANCE:";V 130: PRINT "ECART TYPE:";E 140: END </pre> - L'écart-type est la racine carrée de la variance V: $\sqrt{V}$. On note par σ (sigma) l'écart type. Cependant l'écart étalon est inférieur à celui de la population dont sont tirés les échantillons. C'est particulièrement Student et Fisher qui ont observé des différences sensibles dans des situations où le nombre de sujets était inférieur à 20 ou 30. La statistique leur est redevable de formules spécialement appropriées à l'étude des petits échantillons. C'est ainsi que l'écart type dans ce cas se calcule par

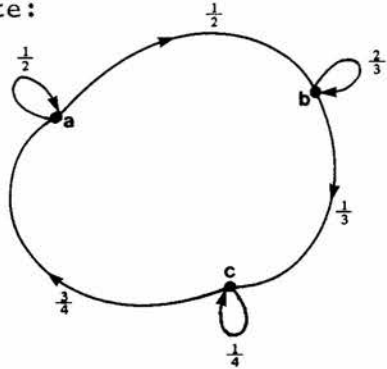
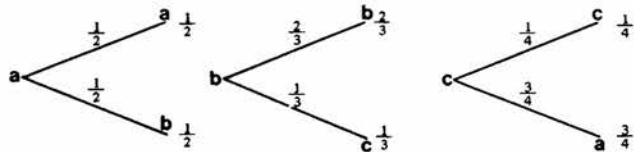
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																		
3.2.5 CALCULER la variance et l'écart-type (suite).	V	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$ - L'écart-type est une importante mesure de dispersion. On parle parfois de déviation standard ou d'écart étalon principalement s'il s'agit d'une distribution normale. - L'écart-type indique l'ampleur de la distribution autour de la moyenne. Il aide à indiquer la qualité de l'homogénéité d'une distribution. - EXEMPLES: Notes de septembre en mathématiques <table><tr><th>Note</th><th>Nombre d'élèves</th></tr><tr><td>10</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td>2</td></tr><tr><td>12</td><td>1</td></tr><tr><td>13</td><td>2</td></tr><tr><td>14</td><td>3</td></tr><tr><td>15</td><td>1</td></tr><tr><td>16</td><td>3</td></tr><tr><td>17</td><td>2</td></tr><tr><td>18</td><td>3</td></tr><tr><td>19</td><td>2</td></tr></table> Notes de février en mathématiques <table><tr><th>Note</th><th>Nombre d'élèves</th></tr><tr><td>13</td><td>1</td></tr><tr><td>14</td><td>3</td></tr><tr><td>15</td><td>5</td></tr><tr><td>16</td><td>5</td></tr><tr><td>17</td><td>4</td></tr></table> $\bar{m} = 15,05$ $\sigma = 2,71$ $\bar{m} = 15,45$ $\sigma = 1,11$	Note	Nombre d'élèves	10	1	11	2	12	1	13	2	14	3	15	1	16	3	17	2	18	3	19	2	Note	Nombre d'élèves	13	1	14	3	15	5	16	5	17	4
Note	Nombre d'élèves																																			
10	1																																			
11	2																																			
12	1																																			
13	2																																			
14	3																																			
15	1																																			
16	3																																			
17	2																																			
18	3																																			
19	2																																			
Note	Nombre d'élèves																																			
13	1																																			
14	3																																			
15	5																																			
16	5																																			
17	4																																			

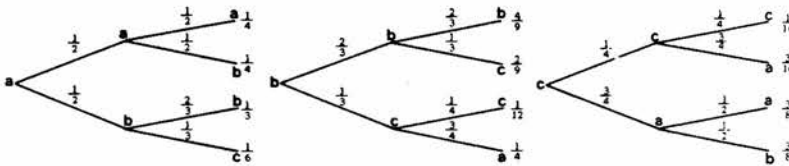
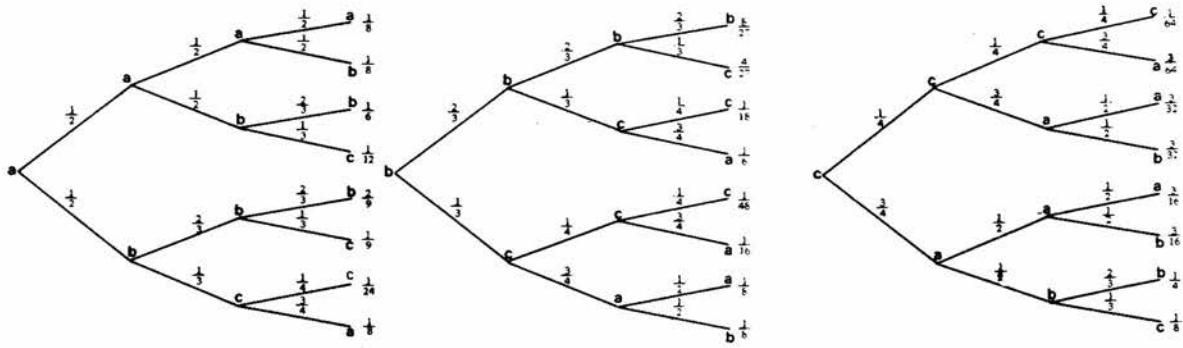
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.5 CALCULER la variance et l'écart-type (suite).	V	On peut <u>conclure</u> que les résultats en février sont plus homogènes que ceux de septembre. - L'écart-type sert d'unité de mesure principalement dans une distribution où les effectifs sont suffisamment nombreux. En l'associant à une courbe normale, on peut déterminer le pourcentage des effectifs d'une distribution sous la courbe pour une valeur particulière de sigma (σ). - L'écart-type est employé dans le procédé de "modération des notes de l'école" dans le cas des matières soumises à un examen uniforme du ministère de l'Education. Les notes didactiques complémentaires présentent ce procédé.
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée.	V	- Sur un arbre, il convient d'associer chaque probabilité à la branche qui aboutit au point représentatif du résultat prévu. Ainsi le jeu de lancement d'une pièce de monnaie où les résultats sont équiprobables est représenté par l'arbre suivant:   probabilité de chaque branche résultats attendus

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	- De même le jeu du tirage de billes dans un sac contenant 2 billes rouges et une bille bleue se représente par probabilité de chaque branche résultats attendus - Cette assignation peut se poursuivre en procédant dans des situations analogues à celles pouvant être associées aux différentes possibilités rencontrées à l'objectif 3.1.1 et à l'objectif 3.1.4 où l'on dénombre les résultats possibles à l'aide de grilles, réseaux ou arbres dans des situations de succession d'expériences finies. - Il est à noter que un est la somme des probabilités qui origine d'un même point. - Il est particulièrement intéressant de montrer que la règle du produit abordée à l'objectif terminal 3.1 s'applique également aux résultats successifs d'un arbre de probabilité.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	EXEMPLE: Soit un sac contenant cinq jetons marqués a, b, c, d ou e (un par dénomination). La représentation en arbre d'un tirage de 3 billets sans remise est:  Quelle est la probabilité d'avoir un triplet de jetons, d'avoir un triplet de consonnes, d'avoir au moins deux consonnes? Pour x: "avoir un triplet de jetons", la probabilité est de $\frac{1}{60}$. $p(x) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$ Cette probabilité est obtenue par le produit de chaque branche (arête) de l'arbre. Pour y: "avoir trois consonnes", la probabilité est de $\frac{1}{10}$. L'arbre précédent permet de dénombrer les 6 trajets possibles: bcd, bdc, cbd, cdb, dbc et dc b, d'où $p(y) = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$. Pour z: "avoir au moins deux consonnes", la probabilité s'établit à $\frac{7}{10}$.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	L'arbre permet de dénombrer 42 trajets d'où $p(z) = \frac{42}{60} = \frac{7}{10}$. Il est possible de se définir maintes autres variables rattachées à cette situation. Il serait avantageux de multiplier les situations, de les choisir dans des domaines intéressant les élèves. Dans le cadre de tels exercices, il faut prévoir entre autres des exemples d'alternative répétée simple ou même des exemples se rattachant aux chaînes de Markov. Exemple d'alternative répétée simple. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un "pile" en 3 lancers d'une pièce de monnaie? La probabilité de chaque triplet est $\frac{1}{8}$, i.e. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}.$ D'où la probabilité cherchée s'établit à $\frac{7}{8}$.

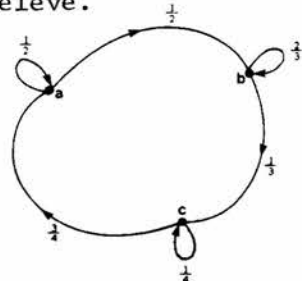
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	Exemple d'une chaîne de Markov. Soit la chaîne de Markov suivante:  Pour déterminer les possibilités à partir de chaque point du réseau on construit l'arbre correspondant aux étapes. Voici des arbres: - en une étape 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	- en deux étapes  - en trois étapes 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	La valeur de chaque trajet de même nombre d'étapes se calcule aisément sur l'arbre même si parfois le travail à effectuer est considérable. Ainsi pour trois étapes: - de a à a, on a $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{18}{72}$ de a à b, on a $\frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{2}{9} = \frac{37}{72}$ de a à c, on a $\frac{1}{12} + \frac{1}{9} + \frac{1}{24} = \frac{17}{72}$ On constate que $\frac{18}{72} + \frac{37}{72} + \frac{17}{72} = 1$ - de b à a, on a $\frac{1}{6} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{153}{432}$ de b à b, on a $\frac{8}{27} + \frac{1}{8} = \frac{182}{432}$ de b à c, on a $\frac{4}{27} + \frac{1}{18} + \frac{1}{48} = \frac{97}{432}$ On constate que $\frac{153}{432} + \frac{182}{432} + \frac{97}{432} = 1$ - de c à a, on a $\frac{3}{64} + \frac{3}{32} + \frac{3}{16} = \frac{21}{64}$ de c à b, on a $\frac{3}{32} + \frac{3}{16} + \frac{1}{4} = \frac{34}{64}$ de c à c, on a $\frac{1}{64} + \frac{1}{8} = \frac{9}{64}$ On constate que $\frac{21}{64} + \frac{34}{64} + \frac{9}{64} = 1$. Cette dernière situation pourrait être associée à un problème

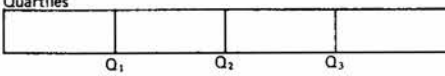
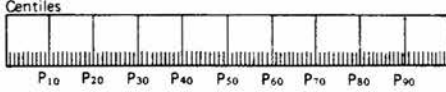
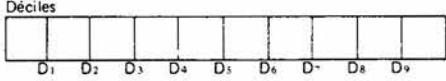
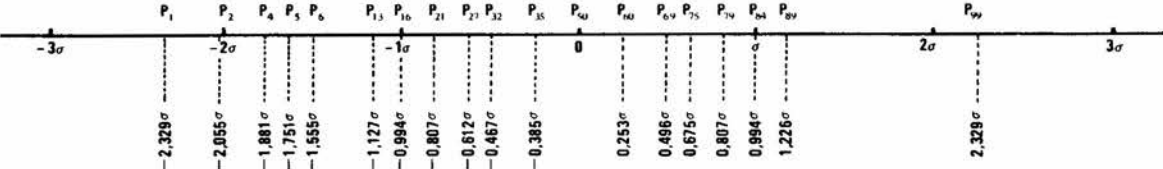
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	de circulation de monnaie, par exemple. La moitié de l'argent à la banque a sert au fonds de roulement et le reste s'en va dans la banque b qui conserve les $\frac{2}{3}$ pour son fonctionnement et remet le $\frac{1}{3}$ à la banque c qui à son tour ne conserve que le $\frac{1}{4}$ pour son fonds de roulement et retourne le reste à la banque a. Quelle serait la répartition des argents après un certain nombre d'étapes si au départ la banque centrale dépose 120 000 \$ à chacune des banques? Après une étape, on constate que <table><tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr><tr><td>a</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>0</td></tr><tr><td>b</td><td>0</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr><tr><td>c</td><td>$\frac{3}{4}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr></table> La répartition après cette étape sera donc banque a : $120\ 000 \times \frac{1}{2} + 120\ 000 \times \frac{3}{4} = 150\ 000$ banque b : $120\ 000 \times \frac{1}{2} + 120\ 000 \times \frac{2}{3} = 140\ 000$ banque c : $120\ 000 \times \frac{1}{3} + 120\ 000 \times \frac{1}{4} = 70\ 000$		a	b	c	a	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	b	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	c	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
	a	b	c															
a	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0															
b	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$															
c	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{1}{4}$															

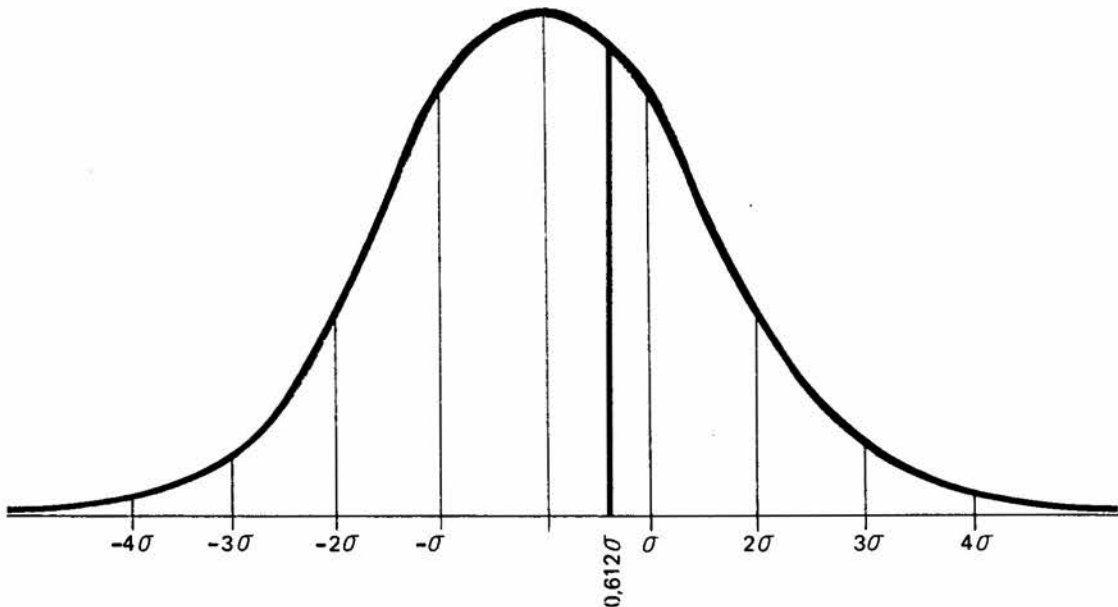
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	Après deux étapes on a donc <table><tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr><tr><td>a</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{7}{12}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td></tr><tr><td>b</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{4}{9}$</td><td>$\frac{11}{36}$</td></tr><tr><td>c</td><td>$\frac{9}{16}$</td><td>$\frac{3}{8}$</td><td>$\frac{1}{16}$</td></tr></table> La répartition s'établit donc ainsi banque a : $(150\ 000 \times \frac{1}{4}) + (140\ 000 \times \frac{1}{4}) + (70\ 000 \times \frac{9}{16}) = 111\ 875,0$ banque b : $(150\ 000 \times \frac{7}{12}) + (140\ 000 \times \frac{4}{9}) + (70\ 000 \times \frac{3}{8}) = 175\ 972,2$ banque c : $(150\ 000 \times \frac{1}{16}) + (140\ 000 \times \frac{11}{36}) + (70\ 000 \times \frac{1}{16}) = 72\ 152,7$ Après trois étapes on a donc <table><tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr><tr><td>a</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{17}{48}$</td><td>$\frac{21}{64}$</td></tr><tr><td>b</td><td>$\frac{37}{72}$</td><td>$\frac{91}{216}$</td><td>$\frac{17}{32}$</td></tr><tr><td>c</td><td>$\frac{17}{72}$</td><td>$\frac{97}{432}$</td><td>$\frac{9}{64}$</td></tr></table>		a	b	c	a	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{6}$	b	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{11}{36}$	c	$\frac{9}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{16}$		a	b	c	a	$\frac{1}{4}$	$\frac{17}{48}$	$\frac{21}{64}$	b	$\frac{37}{72}$	$\frac{91}{216}$	$\frac{17}{32}$	c	$\frac{17}{72}$	$\frac{97}{432}$	$\frac{9}{64}$
	a	b	c																															
a	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{6}$																															
b	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{11}{36}$																															
c	$\frac{9}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{16}$																															
	a	b	c																															
a	$\frac{1}{4}$	$\frac{17}{48}$	$\frac{21}{64}$																															
b	$\frac{37}{72}$	$\frac{91}{216}$	$\frac{17}{32}$																															
c	$\frac{17}{72}$	$\frac{97}{432}$	$\frac{9}{64}$																															

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	La répartition sera établie par banque a : $(111\ 875 \times \frac{1}{4}) + (175\ 972,23 \times \frac{17}{48}) + (72\ 152,77 \times \frac{21}{64}) = 113\ 967,38$ banque b : $(111\ 875 \times \frac{37}{72}) + (175\ 972,23 \times \frac{91}{216}) + (72\ 152,77 \times \frac{17}{32}) = 169\ 958,92$ banque c : $(111\ 875 \times \frac{17}{72}) + (175\ 972,23 \times \frac{97}{432}) + (72\ 152,77 \times \frac{9}{64}) = 76\ 073,70$ - ENRICHISSEMENT: - En utilisant les matrices de transition, on simplifie la situation particulièrement si le nombre d'étapes est relativement élevé. Soit le graphe  Alors $P = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \end{matrix}$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	Remarque: La somme de chaque ligne de P est égale à 1. On appelle "matrice de transition" une matrice dont tous les termes sont positifs ou nuls et telle que la somme des termes de chaque ligne soit 1. Pour obtenir une chaîne de Markov il suffit d'examiner le départ du processus, $p^{(0)} = \left(p_1^{(0)}, p_2^{(0)}, p_3^{(0)} \right)$ vecteur des états. La probabilité de se trouver à l'état a_n après n étapes est la somme des probabilités de se trouver à chacun des états possibles après n - 1 étapes. En multipliant le vecteur de probabilité p par la n^{ième} puissance de la matrice de transition, on obtient le vecteur $p^{(n)}$. Ainsi $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right] \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \left[\frac{5}{12}, \frac{7}{18}, \frac{7}{36} \right]$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.6 Dans une distribution, ATTRIBUER une probabilité à une cote donnée (suite).	V	$\begin{bmatrix} \frac{5}{12}, & \frac{7}{18}, & \frac{7}{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{17}{48}, & \frac{101}{216}, & \frac{77}{432} \end{bmatrix}$ D'où la répartition $360\ 000 \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} = [120\ 000 \quad 120\ 000 \quad 120\ 000]$ $360\ 000 \begin{bmatrix} \frac{5}{12} & \frac{7}{18} & \frac{7}{36} \end{bmatrix} = [150\ 000 \quad 140\ 000 \quad 70\ 000]$ $360\ 000 \begin{bmatrix} \frac{17}{48} & \frac{101}{216} & \frac{77}{432} \end{bmatrix} = [127\ 500 \quad 168\ 333,33 \quad 64\ 166,67]$... En augmentant le nombre d'étapes, il y a lieu de rechercher si la situation décrit un processus de Markov stationnaire, de rechercher des applications à la science du comportement, à la théorie des jeux, à la croissance économique, etc.

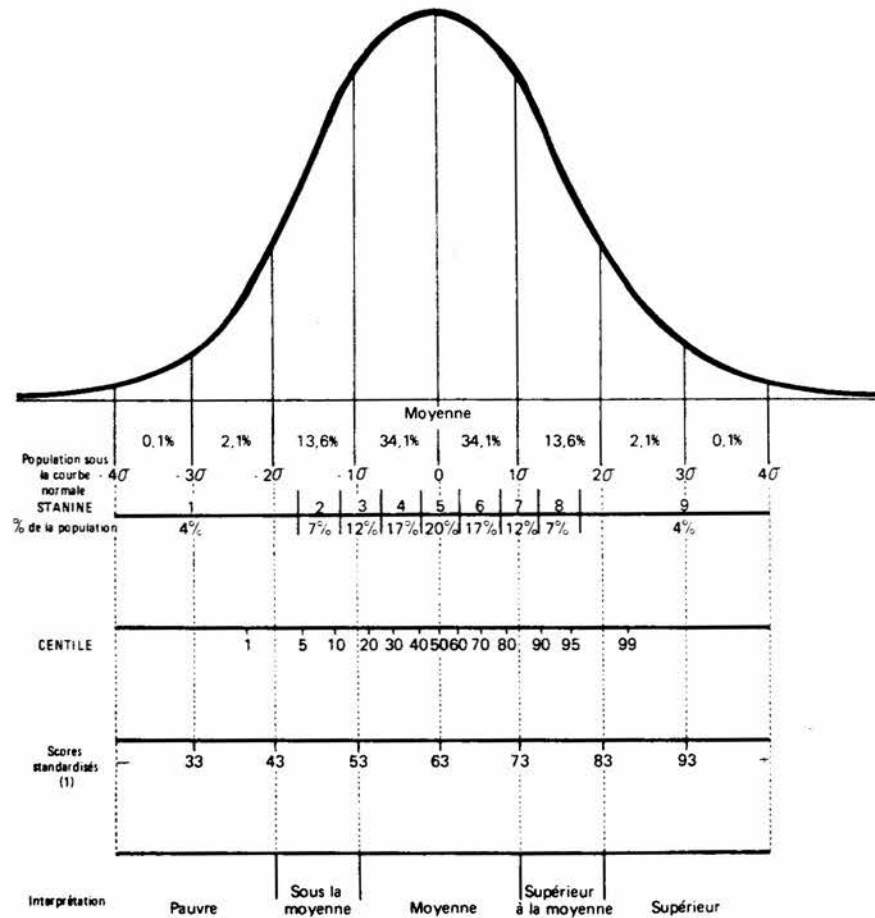
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.7 Dans une distribution, ATTRIBUER un rang cinquième ou centile à une cote donnée.	V	- L'étendue est une mesure donnée par la différence entre les valeurs extrêmes de la variable. Parmi les procédés de subdivision d'une suite ordonnée de valeurs prises par un caractère quantitatif, on retrouve les quartiles, les déciles et les centiles. Pour les quartiles, on divise la surface sous la courbe en quatre parties d'égale étendue, pour les déciles, en dix parties d'égale étendue ou encore pour les centiles, en cent parties d'égale étendue. Dans le cas d'une distribution uniforme, ces subdivisions peuvent s'illustrer comme suit: Quartiles  Centiles  Déciles  - Voici une représentation partielle des centiles dans le cas d'une distribution normale. 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.7 Dans une distribution, ATTRIBUER un rang cinquième ou centile à une cote donnée (suite).	V	Les notes didactiques complémentaires contiennent une table de correspondance entre les centiles et l'écart-type ainsi que la table d'une distribution normale. Exemple: Voici une illustration permettant de fixer l'interprétation à donner à P_{73} qui correspond à $0,612\sigma$.  The figure shows a normal distribution curve. The horizontal axis is marked with standard deviation units: -4σ, -3σ, -2σ, $-\sigma$, 0, σ, 2σ, 3σ, and 4σ. A vertical line is drawn at $0,612\sigma$ to the right of the mean (0). The area under the curve to the right of this line is shaded, representing the probability P_{73}.

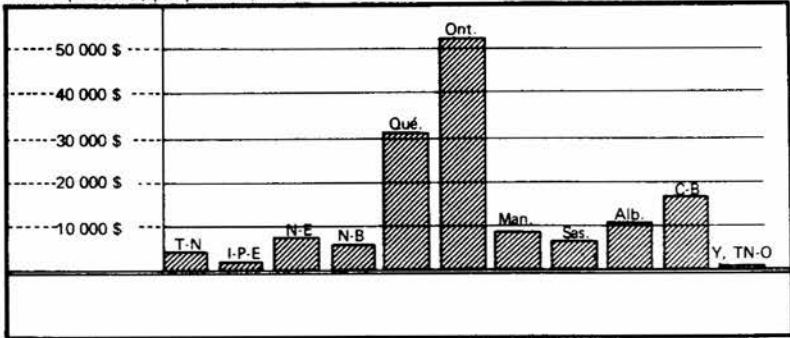
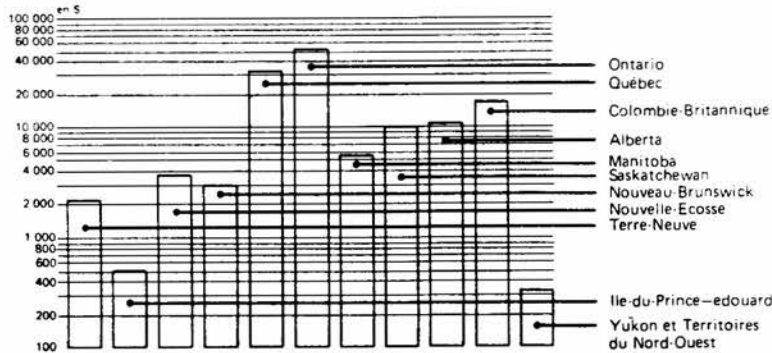
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.7 Dans une distribution, ATTRIBUER un rang cinquième ou centile à une cote donnée (suite).	V	La surface sous la courbe à gauche du point associé à $0,612\sigma$ représente 73% de l'aire totale sous la courbe. P_{73} signifie qu'il y a 73% de la population sous la note considérée. S'il s'agit d'un examen et d'un élève qui a le centile 73, on peut donc dire que 73% des élèves ont une note inférieure à celle associée à $0,612\sigma$. - Le rang cinquième est une cote qui situe un individu dans un ensemble donné.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE										
3.2.7 Dans une distribution, ATTRIBUER un rang cinquième ou centile à une cote donnée (suite).	V	La détermination du rang cinquième est facile à effectuer: - on ordonne les individus (généralement au moins 30); - on partage la série en cinq sous-ensembles ayant même cardinalité si possible; - on établit les règles des cas "frontières". Exemple: Soit 5, 6, 3, 2, 7, 4, 2, 4, 6, 8 un ensemble de résultats à un examen. a) Mise en ordre: 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 8 b) Répartition: [2, 2], [3, 4], [4, 5], [6, 6], [7, 8] c) Cas frontière: le résultat 4 apparaît dans deux groupes car deux élèves ont un même résultat. Comme ils ne peuvent obtenir des rangs différents, on doit donc décider de ce cas, d'où la nouvelle répartition [2, 2], [3], [4, 4, 5], [6, 6], [7, 8] d) Finalement on attribue les rang cinquièmes NOTES <table><tr><td>2, 2</td><td>3</td><td>4, 4, 5</td><td>6, 6</td><td>7, 8</td></tr></table> ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ <table><tr><td>5e</td><td>4e</td><td>3e</td><td>2e</td><td>1er</td></tr></table> RANGS CINQUIEMES	2, 2	3	4, 4, 5	6, 6	7, 8	5e	4e	3e	2e	1er
2, 2	3	4, 4, 5	6, 6	7, 8								
5e	4e	3e	2e	1er								

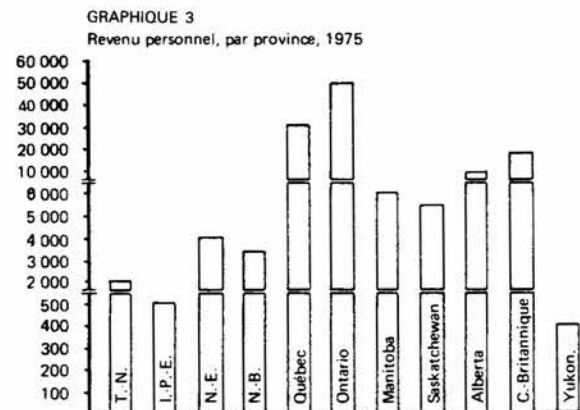
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.7 Dans une distribution, ATTRIBUER un rang cinquième ou centile à une cote donnée (suite).	V	- A noter que d'autres mesures comme les centiles, les quartiles, les stanines ressemblent sous certains aspects aux rangs cinquièmes. La représentation qui suit illustre quelques-unes de ces relations.

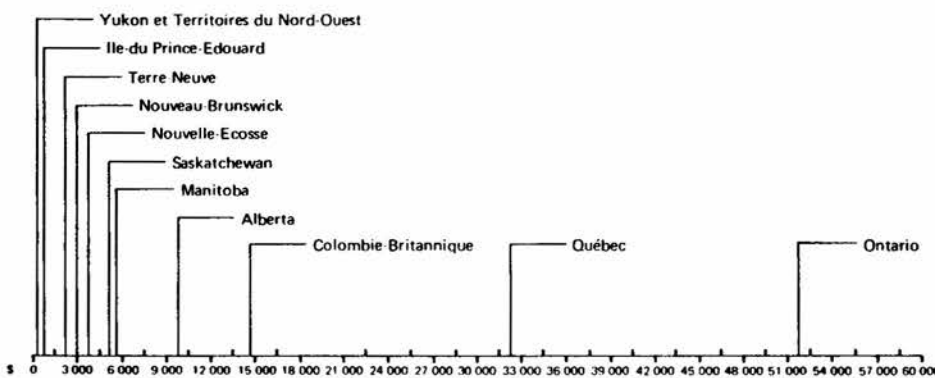
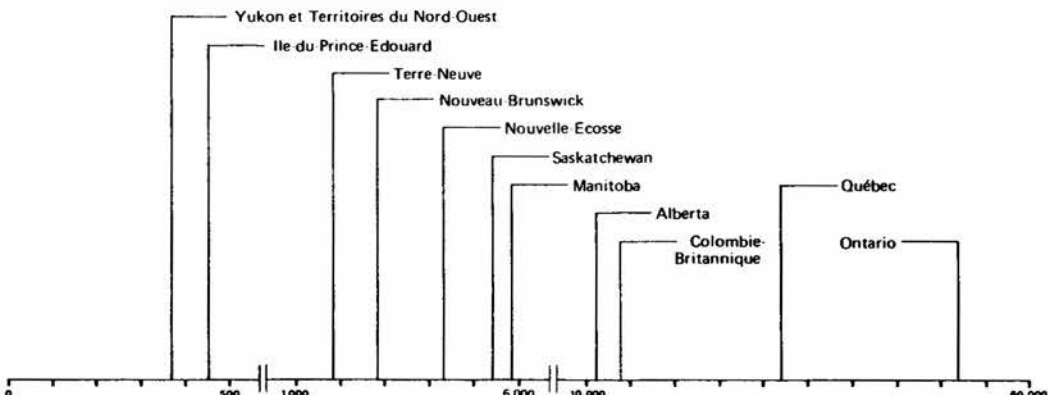


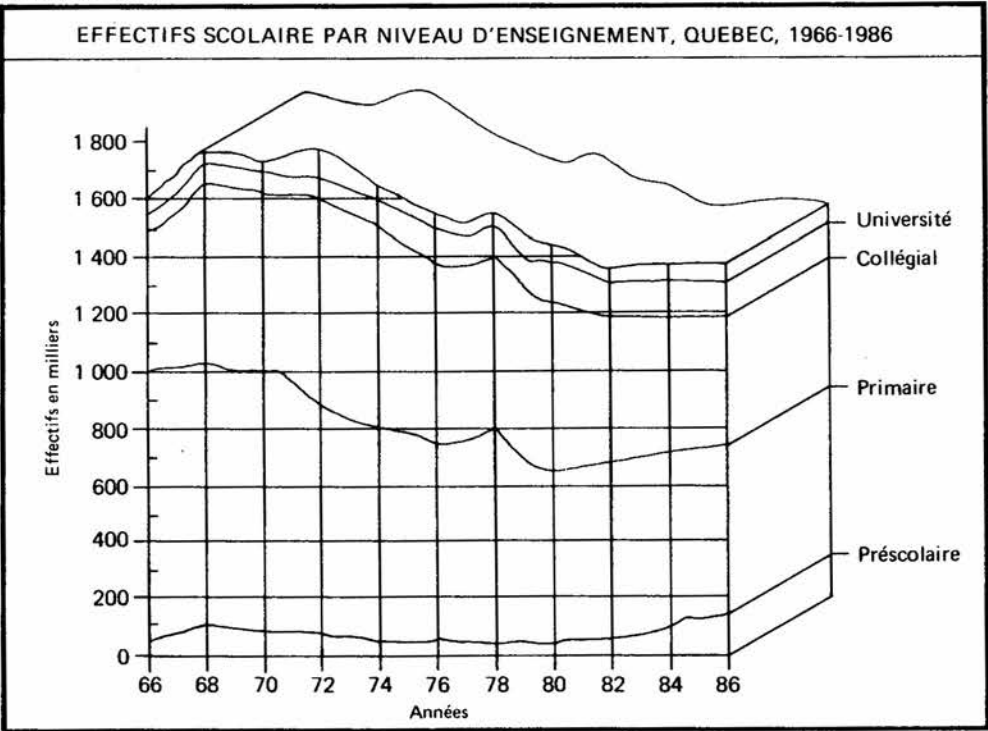
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																																																																																					
3.2.8 ANALYSER des représentations graphiques différentes d'une distribution donnée.	V	- Soit le tableau de données suivant. <table><tr><th colspan="6">REVENU PERSONNEL PAR PROVINCE, 1971 - 1975</th><th>Augmentation 1974 - 1975</th></tr><tr><th rowspan="2">Province</th><th colspan="5">Revenu personnel</th><th rowspan="2">%</th></tr><tr><th>1971</th><th>1972</th><th>1973</th><th>1974</th><th>1975</th></tr><tr><td></td><td colspan="5">\$</td><td></td></tr><tr><td>Terre-Neuve</td><td>1 146</td><td>1 301</td><td>1 521</td><td>1 866</td><td>2 211</td><td>18,5</td></tr><tr><td>Ile-du-Prince-Edouard</td><td>212</td><td>286</td><td>352</td><td>386</td><td>477</td><td>23,6</td></tr><tr><td>Nouvelle-Ecosse</td><td>2 026</td><td>2 435</td><td>2 824</td><td>3 307</td><td>3 802</td><td>15,0</td></tr><tr><td>Nouveau-Brunswick</td><td>1 578</td><td>1 614</td><td>2 068</td><td>2 499</td><td>3 036</td><td>21,5</td></tr><tr><td>Québec</td><td>18 049</td><td>20 842</td><td>22 872</td><td>28 426</td><td>32 070</td><td>15,6</td></tr><tr><td>Ontario</td><td>30 543</td><td>34 797</td><td>39 721</td><td>46 243</td><td>52 901</td><td>14,4</td></tr><tr><td>Manitoba</td><td>3 158</td><td>3 565</td><td>4 227</td><td>4 915</td><td>5 742</td><td>16,8</td></tr><tr><td>Saskatchewan</td><td>2 554</td><td>2 767</td><td>3 857</td><td>4 460</td><td>5 481</td><td>22,9</td></tr><tr><td>Alberta</td><td>5 540</td><td>6 270</td><td>7 434</td><td>8 898</td><td>10 721</td><td>20,5</td></tr><tr><td>Colombie-Britannique</td><td>8 135</td><td>8 421</td><td>11 305</td><td>13 431</td><td>15 411</td><td>14,7</td></tr><tr><td>Yukon et Territoires du Nord-Ouest</td><td>155</td><td>189</td><td>232</td><td>287</td><td>335</td><td>16,7</td></tr><tr><td>Pays étrangers</td><td>74</td><td>80</td><td>92</td><td>107</td><td>127</td><td>10,7</td></tr><tr><td>Canada</td><td>74 092</td><td>83 767</td><td>97 332</td><td>114 825</td><td>133 114</td><td>16,9</td></tr></table>	REVENU PERSONNEL PAR PROVINCE, 1971 - 1975						Augmentation 1974 - 1975	Province	Revenu personnel					%	1971	1972	1973	1974	1975		\$						Terre-Neuve	1 146	1 301	1 521	1 866	2 211	18,5	Ile-du-Prince-Edouard	212	286	352	386	477	23,6	Nouvelle-Ecosse	2 026	2 435	2 824	3 307	3 802	15,0	Nouveau-Brunswick	1 578	1 614	2 068	2 499	3 036	21,5	Québec	18 049	20 842	22 872	28 426	32 070	15,6	Ontario	30 543	34 797	39 721	46 243	52 901	14,4	Manitoba	3 158	3 565	4 227	4 915	5 742	16,8	Saskatchewan	2 554	2 767	3 857	4 460	5 481	22,9	Alberta	5 540	6 270	7 434	8 898	10 721	20,5	Colombie-Britannique	8 135	8 421	11 305	13 431	15 411	14,7	Yukon et Territoires du Nord-Ouest	155	189	232	287	335	16,7	Pays étrangers	74	80	92	107	127	10,7	Canada	74 092	83 767	97 332	114 825	133 114	16,9
REVENU PERSONNEL PAR PROVINCE, 1971 - 1975						Augmentation 1974 - 1975																																																																																																																	
Province	Revenu personnel					%																																																																																																																	
	1971	1972	1973	1974	1975																																																																																																																		
	\$																																																																																																																						
Terre-Neuve	1 146	1 301	1 521	1 866	2 211	18,5																																																																																																																	
Ile-du-Prince-Edouard	212	286	352	386	477	23,6																																																																																																																	
Nouvelle-Ecosse	2 026	2 435	2 824	3 307	3 802	15,0																																																																																																																	
Nouveau-Brunswick	1 578	1 614	2 068	2 499	3 036	21,5																																																																																																																	
Québec	18 049	20 842	22 872	28 426	32 070	15,6																																																																																																																	
Ontario	30 543	34 797	39 721	46 243	52 901	14,4																																																																																																																	
Manitoba	3 158	3 565	4 227	4 915	5 742	16,8																																																																																																																	
Saskatchewan	2 554	2 767	3 857	4 460	5 481	22,9																																																																																																																	
Alberta	5 540	6 270	7 434	8 898	10 721	20,5																																																																																																																	
Colombie-Britannique	8 135	8 421	11 305	13 431	15 411	14,7																																																																																																																	
Yukon et Territoires du Nord-Ouest	155	189	232	287	335	16,7																																																																																																																	
Pays étrangers	74	80	92	107	127	10,7																																																																																																																	
Canada	74 092	83 767	97 332	114 825	133 114	16,9																																																																																																																	

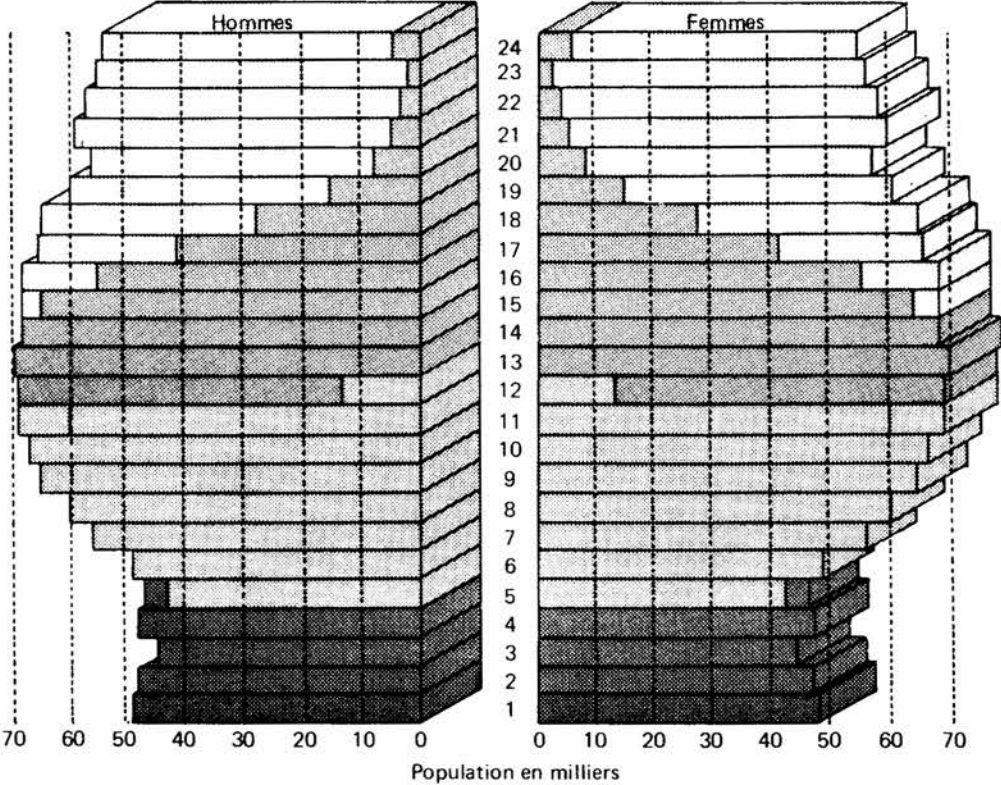
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																
3.2.8 ANALYSER des représentations graphiques différentes d'une distribution donnée (suite).	V	Voici deux graphiques illustrant ces données pour 1975 <u>avec une graduation standard</u> GRAPHIQUE 1 Revenu personnel, par province, 1975  <table border="1"><caption>Approximate data for Graphique 1 (Standard Graduation)</caption><thead><tr><th>Province</th><th>Revenu personnel (1975)</th></tr></thead><tbody><tr><td>T-N</td><td>~5,000</td></tr><tr><td>I-P-E</td><td>~2,000</td></tr><tr><td>N-E</td><td>~8,000</td></tr><tr><td>N-B</td><td>~7,000</td></tr><tr><td>Qué.</td><td>~32,000</td></tr><tr><td>Ont.</td><td>~52,000</td></tr><tr><td>Man.</td><td>~10,000</td></tr><tr><td>Sas.</td><td>~8,000</td></tr><tr><td>Alb.</td><td>~12,000</td></tr><tr><td>C.B.</td><td>~18,000</td></tr><tr><td>Y., TN-O</td><td>~1,000</td></tr></tbody></table> <u>avec une graduation semi-logarithmique</u> GRAPHIQUE 2 Revenu personnel, par province, 1975  <table border="1"><caption>Approximate data for Graphique 2 (Semi-logarithmic Graduation)</caption><thead><tr><th>Province</th><th>Revenu personnel (1975)</th></tr></thead><tbody><tr><td>Ontario</td><td>~52,000</td></tr><tr><td>Québec</td><td>~32,000</td></tr><tr><td>Colombie-Britannique</td><td>~18,000</td></tr><tr><td>Alberta</td><td>~12,000</td></tr><tr><td>Manitoba</td><td>~10,000</td></tr><tr><td>Saskatchewan</td><td>~8,000</td></tr><tr><td>Nouveau-Brunswick</td><td>~8,000</td></tr><tr><td>Nouvelle-Ecosse</td><td>~7,000</td></tr><tr><td>Terre-Neuve</td><td>~5,000</td></tr><tr><td>Ile-du-Prince-Edouard</td><td>~2,000</td></tr><tr><td>Yukon et Territoires du Nord-Ouest</td><td>~1,000</td></tr></tbody></table> Source: Statistique Canada	Province	Revenu personnel (1975)	T-N	~5,000	I-P-E	~2,000	N-E	~8,000	N-B	~7,000	Qué.	~32,000	Ont.	~52,000	Man.	~10,000	Sas.	~8,000	Alb.	~12,000	C.B.	~18,000	Y., TN-O	~1,000	Province	Revenu personnel (1975)	Ontario	~52,000	Québec	~32,000	Colombie-Britannique	~18,000	Alberta	~12,000	Manitoba	~10,000	Saskatchewan	~8,000	Nouveau-Brunswick	~8,000	Nouvelle-Ecosse	~7,000	Terre-Neuve	~5,000	Ile-du-Prince-Edouard	~2,000	Yukon et Territoires du Nord-Ouest	~1,000
Province	Revenu personnel (1975)																																																	
T-N	~5,000																																																	
I-P-E	~2,000																																																	
N-E	~8,000																																																	
N-B	~7,000																																																	
Qué.	~32,000																																																	
Ont.	~52,000																																																	
Man.	~10,000																																																	
Sas.	~8,000																																																	
Alb.	~12,000																																																	
C.B.	~18,000																																																	
Y., TN-O	~1,000																																																	
Province	Revenu personnel (1975)																																																	
Ontario	~52,000																																																	
Québec	~32,000																																																	
Colombie-Britannique	~18,000																																																	
Alberta	~12,000																																																	
Manitoba	~10,000																																																	
Saskatchewan	~8,000																																																	
Nouveau-Brunswick	~8,000																																																	
Nouvelle-Ecosse	~7,000																																																	
Terre-Neuve	~5,000																																																	
Ile-du-Prince-Edouard	~2,000																																																	
Yukon et Territoires du Nord-Ouest	~1,000																																																	

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.8 ANALYSER des représentations graphiques différentes d'une distribution donnée (suite).	V	L'examen de ces deux graphiques devrait permettre de dégager certaines ressemblances ou différences, certains avantages ou inconvénients, certains artifices de présentation telles les graduations, les coupures, les légendes, ... Le graphique 1 ne permet pas de lire le revenu personnel du Yukon. Il ne permet qu'une approximation très grossière. Le graphique 2 facilite cet aspect de lecture. Pour les élèves, la graduation de l'échelle n'est pas de leur niveau avec les outils qu'ils ont en leur possession. Ils doivent toutefois pouvoir lire de tels graphiques. Voilà pourquoi on peut utiliser les doubles coupures et le changement d'échelle. Le graphique 1 devient alors:



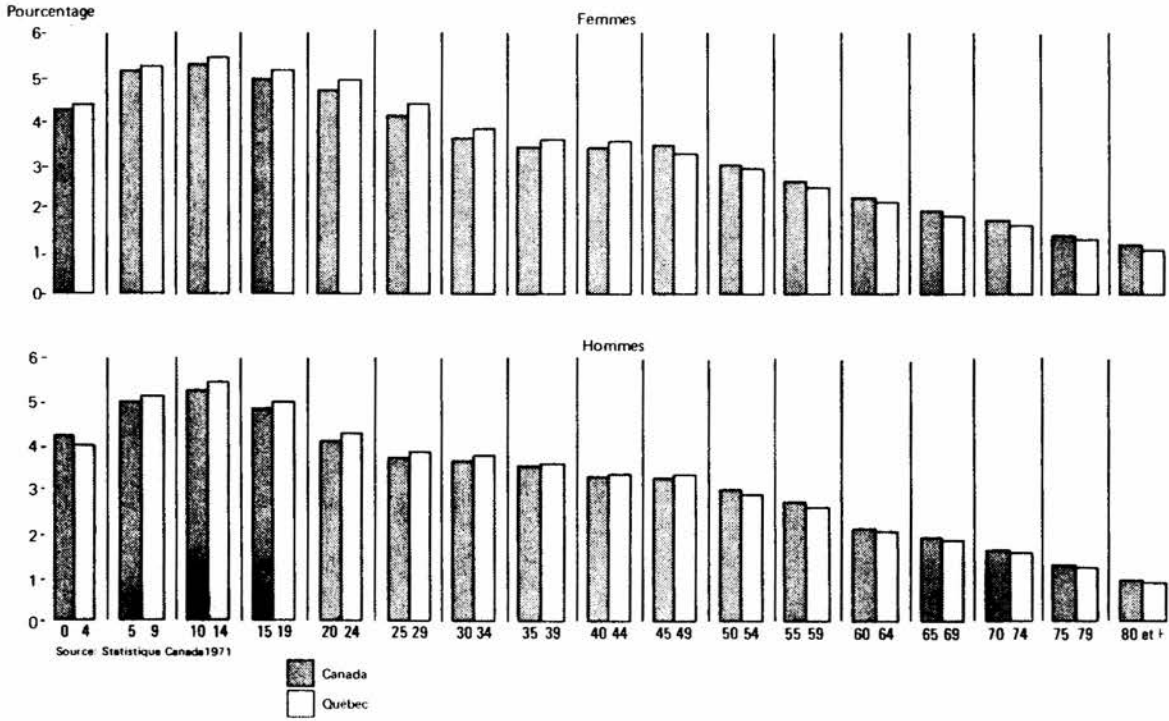
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.8 ANALYSER des représentations graphiques différentes d'une distribution donnée (suite).	V	On peut aussi utiliser une autre façon d'illustrer ces données par une graduation standard sur un axe:  ou en jouant avec les coupures et les changements de graduation telle: 

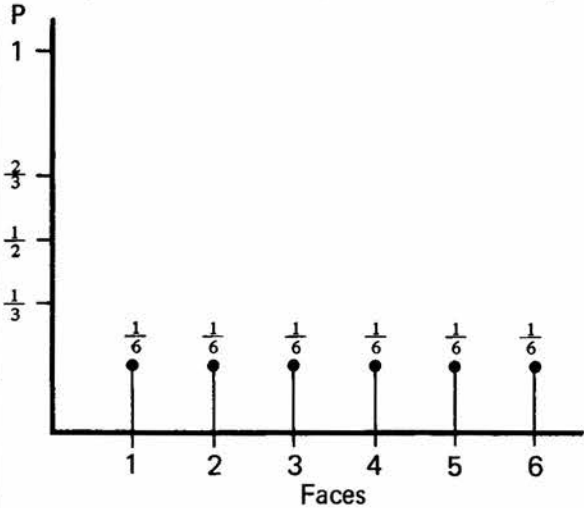
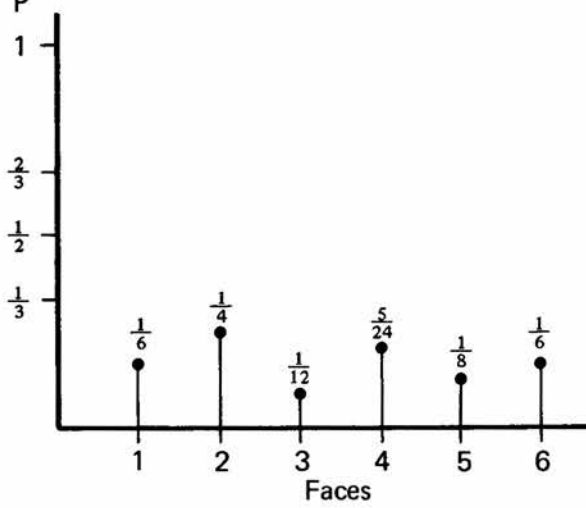
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.8 ANALYSER des représentations graphiques différentes d'une distribution donnée (suite).	V	- Pour analyser des données, on rencontre parfois une représentation utilisant le cumul des données comme les deux illustrations suivantes: GRAPHIQUE 1  Source: Ministère de l'Éducation, Direction générale de la planification, Groupe démographie scolaire.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.8 ANALYSER des représentations graphiques différentes d'une distribution donnée (suite).	V	PYRAMIDE DE LA POPULATION D'AGE SCOLAIRE QUEBEC 1975  Population en milliers - Préscolaire - Primaire - Secondaire - Collégial - Population totale

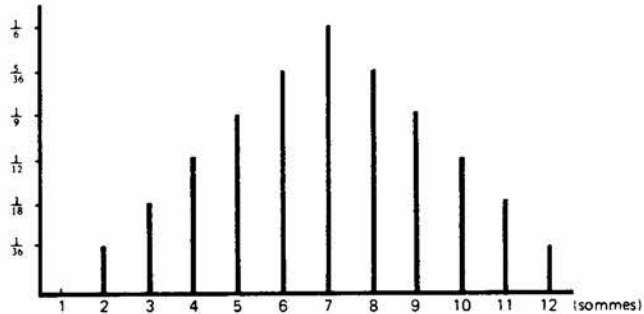
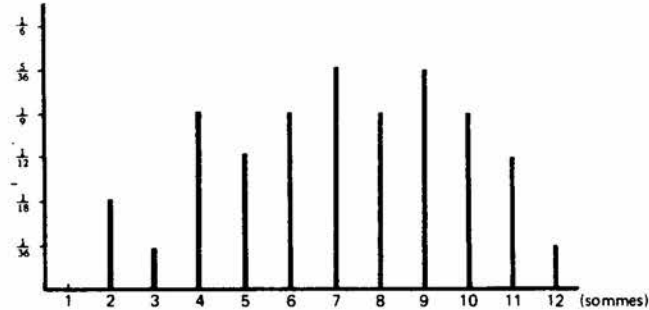
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.9 COMPARER des distributions à partir de leur représentation graphique mettant en évidence un caractère.	V	- Il existe maintes méthodes de comparaison: - par superposition des représentations graphiques où l'on a pris soin de les rendre comparables en les transformant au besoin; - par des mesures de tendance centrale et de dispersion où l'on peut déterminer les différences ou les ressemblances; - par simulation ou expérimentation. - Cependant il est de première importance de connaître les conditions de comparaison. Ainsi pour comparer scientifiquement deux classes, il faut au point de départ qu'elles soient égales sur tous les facteurs non objet de l'étude comme: l'horaire, la méthode utilisée, le temps consacré, le maître, le groupe, etc. - Le Bureau de la Statistique du Québec utilise maints procédés de comparaison (ici les couleurs sont remplacées par des tons de gris). Voici quelques exemples.

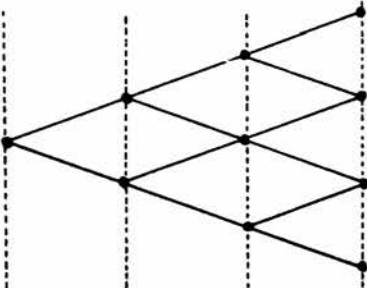
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																	
3.2.9 COMPARER des distributions à partir de leur représentation graphique mettant en évidence un caractère (suite).	V	Trafic total de marchandises avec les pays étrangers dans les principaux ports du Québec, 1975 Legend: - Marchandises chargées (hatched bars) - Marchandises déchargées (white bars) En millions de tonnes <table border="1"> <thead> <tr> <th>Port</th> <th>Marchandises chargées (millions de tonnes)</th> <th>Marchandises déchargées (millions de tonnes)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Baie-Comeau</td> <td>2.5</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td>Contrecoeur</td> <td>1.5</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td>Montréal</td> <td>2.5</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td>Port-Alfred</td> <td>0.5</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td>Port-Cartier</td> <td>0.5</td> <td>12.5</td> </tr> <tr> <td>Québec</td> <td>2.5</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td>Saguenay</td> <td>22.5</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td>Sorel</td> <td>1.5</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td>Trois-Rivières</td> <td>1.5</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td>Autres</td> <td>1.5</td> <td>0.5</td> </tr> </tbody> </table>	Port	Marchandises chargées (millions de tonnes)	Marchandises déchargées (millions de tonnes)	Baie-Comeau	2.5	0.5	Contrecoeur	1.5	0.5	Montréal	2.5	0.5	Port-Alfred	0.5	0.5	Port-Cartier	0.5	12.5	Québec	2.5	0.5	Saguenay	22.5	0.5	Sorel	1.5	0.5	Trois-Rivières	1.5	0.5	Autres	1.5	0.5
Port	Marchandises chargées (millions de tonnes)	Marchandises déchargées (millions de tonnes)																																	
Baie-Comeau	2.5	0.5																																	
Contrecoeur	1.5	0.5																																	
Montréal	2.5	0.5																																	
Port-Alfred	0.5	0.5																																	
Port-Cartier	0.5	12.5																																	
Québec	2.5	0.5																																	
Saguenay	22.5	0.5																																	
Sorel	1.5	0.5																																	
Trois-Rivières	1.5	0.5																																	
Autres	1.5	0.5																																	

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.9 COMPARER des distributions à partir de leur représentation graphique mettant en évidence un caractère (suite).	V	Repartition en pourcentage de la population par groupe d'âge et selon le sexe, Canada et Québec, 1975  Source: Statistique Canada 1971 Canada Québec

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.9 COMPARER des distributions à partir de leur représentation graphique mettant en évidence un caractère (suite).	V	- La comparaison de distribution permet le traitement de données probabilistes, l'établissement des ressemblances ou des différences entre la probabilité théorique et celle obtenue empiriquement. Ainsi pour un dé, il serait possible d'obtenir les graphiques suivants. Représentation de la probabilité théorique *  Représentation d'une certaine expérience  * avec l'équiprobabilité des résultats.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																
3.2.9 COMPARER des distributions à partir de leur représentation graphique mettant en évidence un caractère (suite).	V	Voici un autre exemple. - Quelle est la chance d'obtenir 8 comme somme avec deux dés? Le non initié peut croire qu'elle est équivalente à obtenir tout autre somme. <table><tr><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>6</td></tr><tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>5</td></tr><tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>4</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>1</td></tr></table><table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr></table> Dé vert Dé rouge Par exemple la probabilité théorique d'obtenir la somme 2 est de $\frac{1}{36}$; d'obtenir la somme 10 (carrés hachurés), $\frac{3}{36}$; et celle d'obtenir 8 comme somme (carrés avec cercle), $\frac{5}{36}$. Note: Quand on a un seul dé, on peut réaliser la même expérience en effectuant deux lancers.	7	8	9	10	11	12	6	6	7	8	9	10	11	5	5	6	7	8	9	10	4	4	5	6	7	8	9	3	3	4	5	6	7	8	2	2	3	4	5	6	7	1	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	6																																												
6	7	8	9	10	11	5																																												
5	6	7	8	9	10	4																																												
4	5	6	7	8	9	3																																												
3	4	5	6	7	8	2																																												
2	3	4	5	6	7	1																																												
1	2	3	4	5	6																																													

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.9 COMPARER des distributions à partir de leur représentation graphique mettant en évidence un caractère (suite).	V	Représentation de la probabilité théorique*  * avec deux dés qui fournissent chacun des résultats équiprobables. Représentation d'une certaine expérience 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.2.9 COMPARER des distributions à partir de leur représentation graphique mettant en évidence un caractère (suite).	V	- Lors de la réalisation d'une expérience on peut être conduit à rechercher un modèle à un homéomorphisme près. Ainsi les diagrammes en arbre de l'objectif 3.1.1 peuvent contribuer à l'établissement de cette bijection comparative, et peuvent aussi aider à découvrir l'équiprobabilité ou à découvrir s'il s'agit d'une illustration particulière du triangle de Pascal tel le chemin sur l'arbre suivant. 

OBJECTIF TERMINAL NO: 3.3

RESOUDRE des problèmes issus de situations fournissant une distribution statistique ou probabiliste à deux caractères.

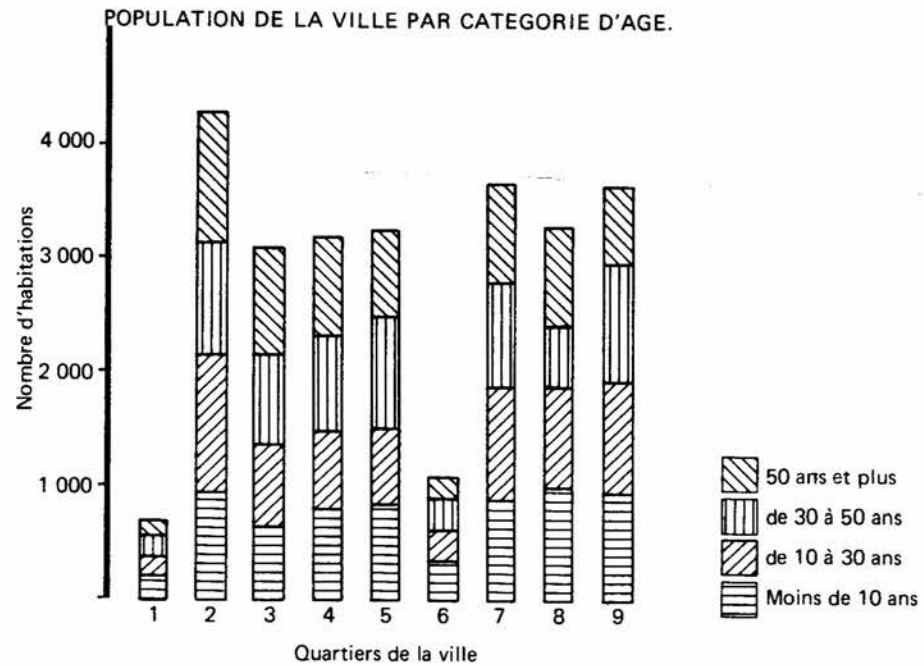
Pour faciliter la résolution de problèmes de distribution à deux variables (caractères), il est normal de se munir d'outils d'analyse et d'interprétation, outils qui étayeront les propositions par la détermination des mesures de densité, de variabilité comme le coefficient de corrélation et l'ajustement.

Lorsque les observations sont trop nombreuses pour être citées une à une, on les présente d'une part sous forme de tableaux statistiques "doubles", une entrée pour chaque caractère.

Exemple 1: Répartition d'une certaine population d'une ville par quartiers et catégories d'âge.

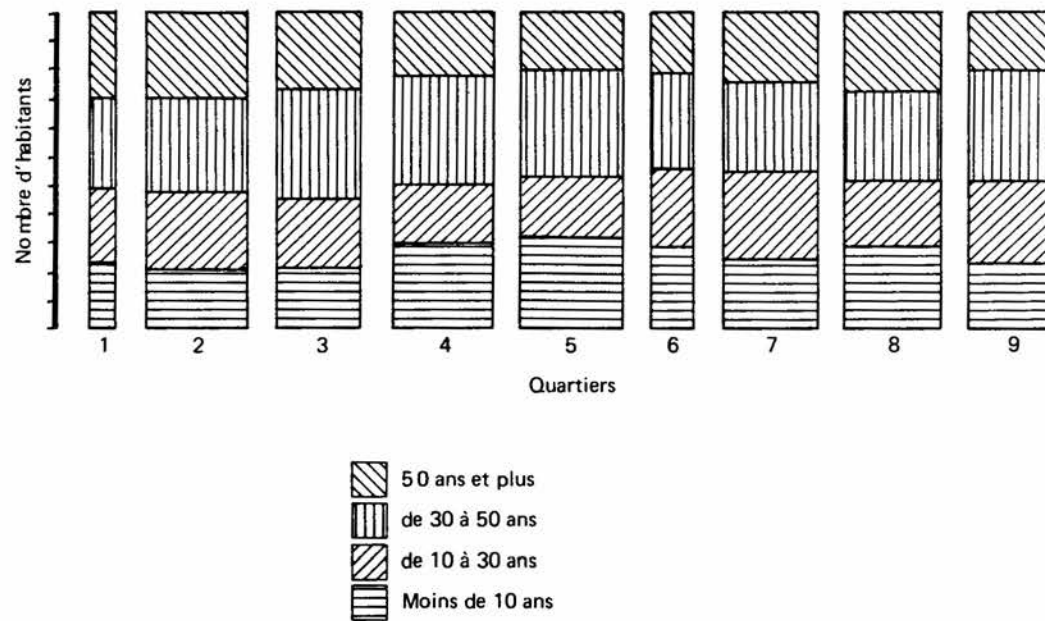
		Catégories d'âge				
		Moins de 10 ans	de 10 à 30 ans	de 30 à 50 ans	50 ans et plus	Totaux
Quartiers	1	157	168	140	190	655
	2	988	1 045	1 017	1 223	4 273
	3	658	726	723	937	3 044
	4	962	658	738	707	3 065
	5	974	685	849	623	3 131
	6	300	280	290	239	1 109
	7	843	1 118	807	981	3 749
	8	902	793	623	956	3 274
	9	844	1 017	1 005	814	3 680
Totaux		1 628	6 490	6 192	6 670	25 980

Cette distribution peut éventuellement être représentée comme suit :

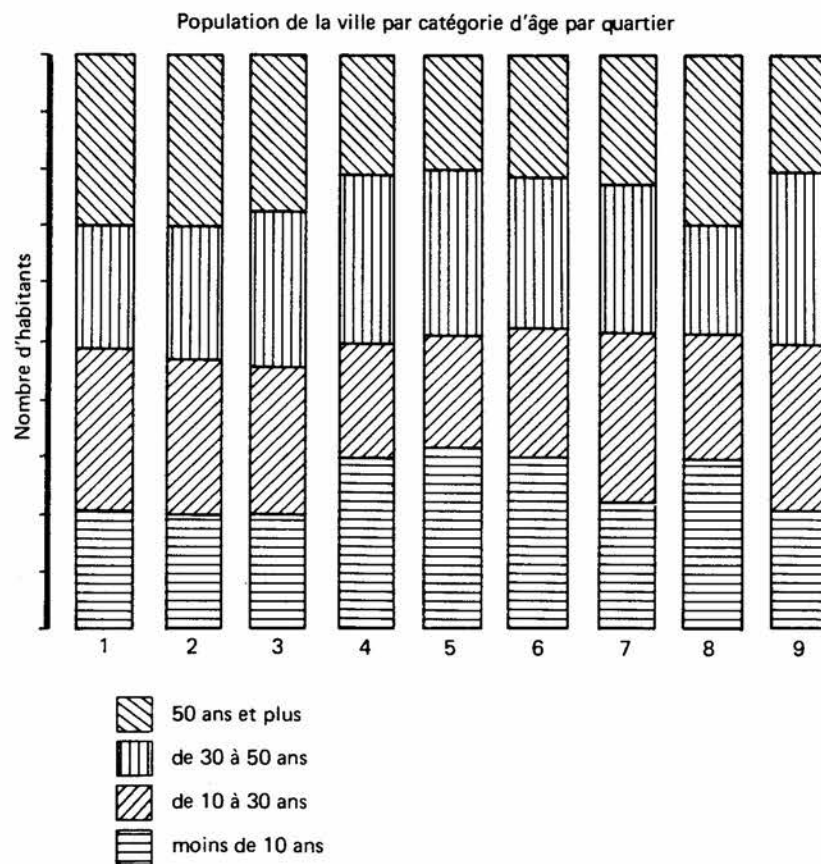


Cependant si on considère l'importance relative des quartiers, on pourra représenter les données comme suit :

Population de la ville par catégorie d'âge par quartier.



ou si au contraire, on veut montrer plutôt l'importance relative des catégories d'âge, on peut alors tracer le graphique suivant.



A la suite de la cueillette de graphiques dans les journaux ou les revues, une recherche des types de représentations ou des techniques les plus couramment utilisées pourrait s'avérer utile.

Exemple 2: Une urne renferme 2 dés blancs et 3 rouges. La pige avec remise a permis de remplir le tableau suivant.

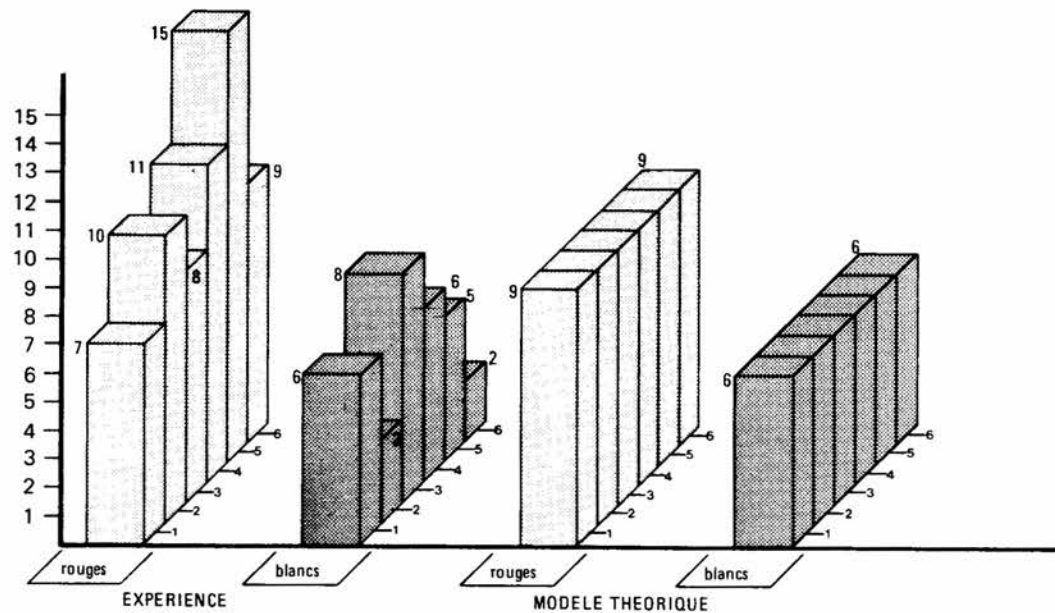
		COULEURS		
		Blancs	Rouges	Totaux
FACES	1	6	7	13
	2	3	10	13
	3	8	8	16
	4	6	11	17
	5	5	15	20
	6	2	9	11
	Totaux	30	60	90

Lorsque le nombre de piges est très grand, l'expérience tend vers le modèle théorique du tableau ci-après.

		COULEURS		
		Blancs	Rouges	Totaux
FACES	1	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$
	2	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$
	3	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$
	4	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$
	5	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$
	6	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$
	Totaux	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	1

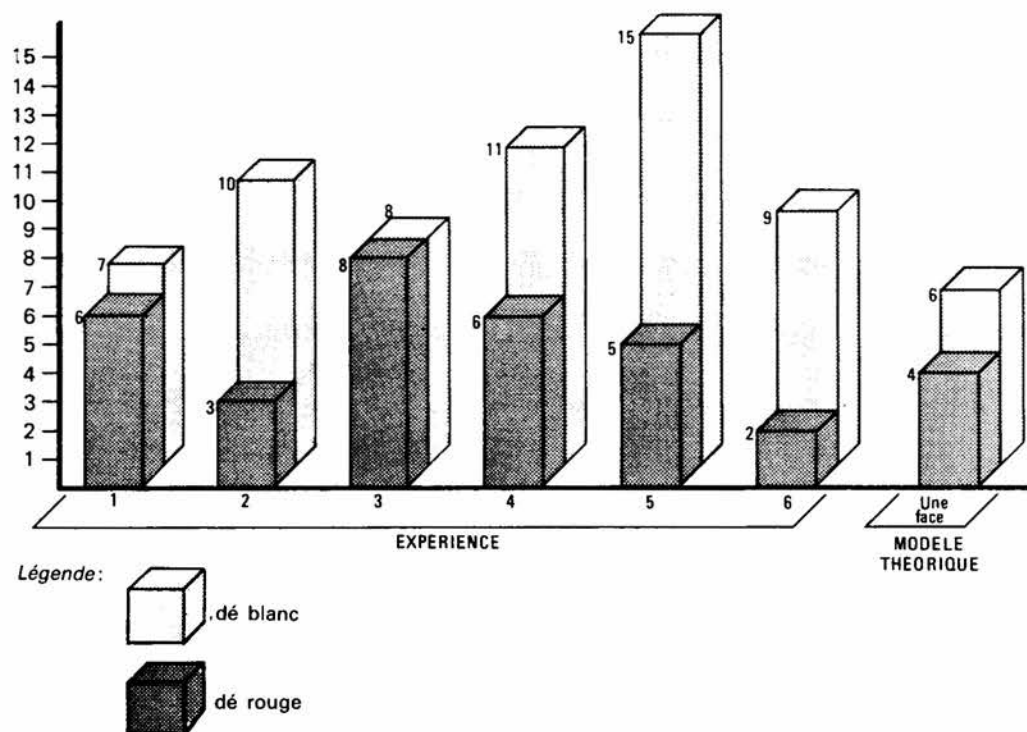
Le graphique suivant fait ressortir les différences qui existent entre le comportement du caractère "face numéro X" de l'expérience par rapport au modèle théorique.

Résultats du lancement de deux dés de couleur.



Le graphique suivant fait ressortir les différences qui existent entre le comportement du caractère "couleur Y" de l'expérience par rapport au modèle théorique.

Résultats du lancement de deux dés de couleur.

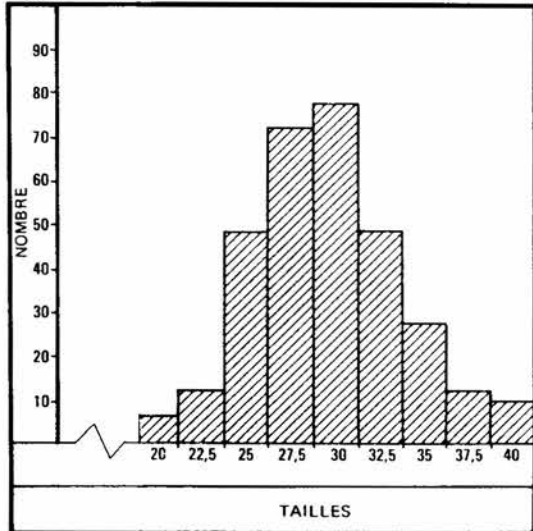
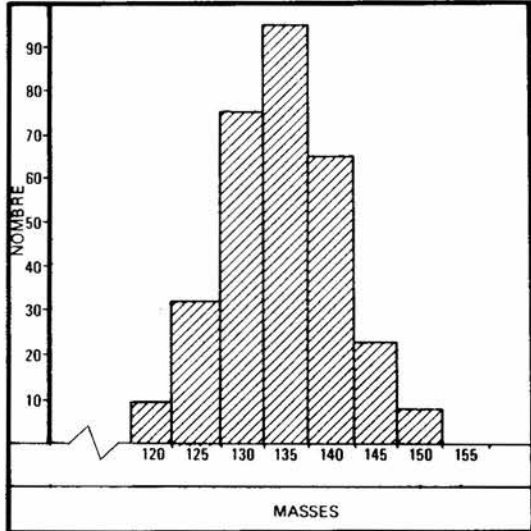


Il serait souhaitable que l'enseignant choisisse des situations statistiques ou probabilistes que l'élève pourra exploiter pour l'atteinte des objectifs intermédiaires sous-jacents à cet objectif terminal. A partir d'une même situation, l'élève devrait pouvoir:

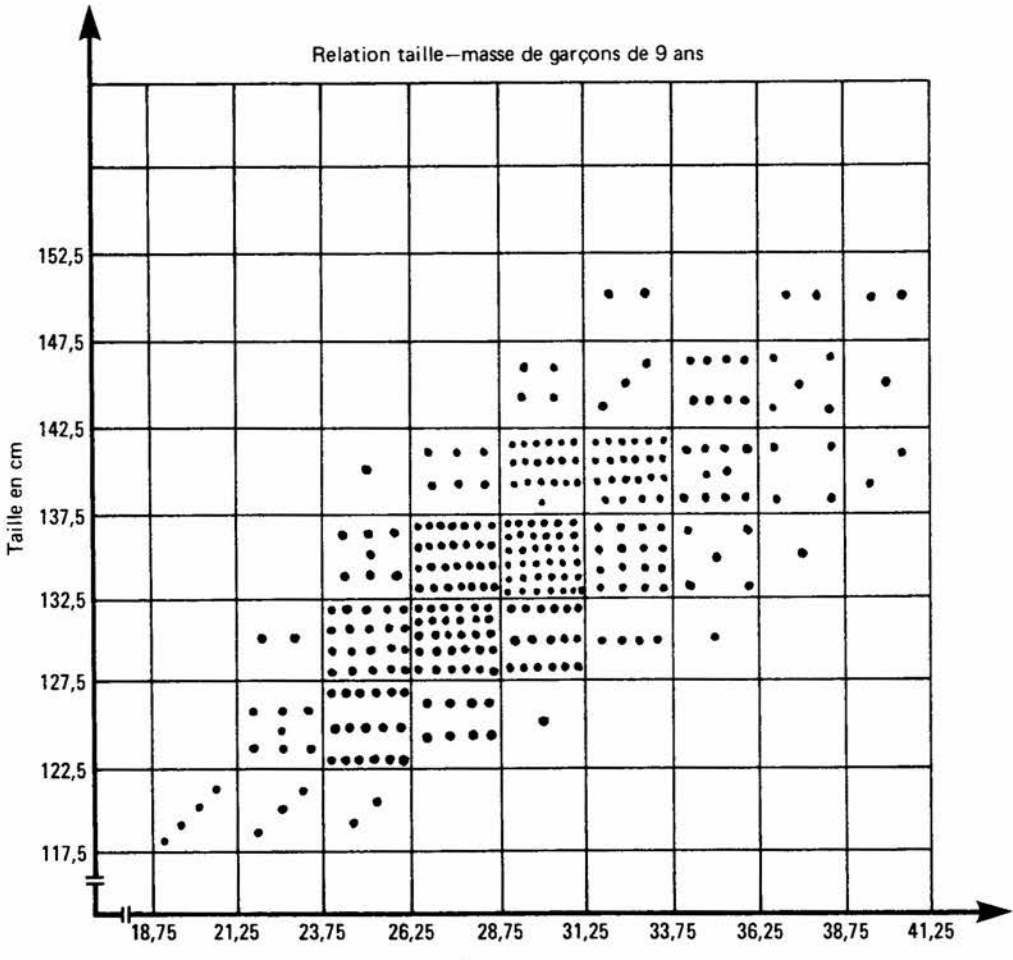
- construire un tableau représentant une distribution à deux caractères;
- représenter cette distribution par un graphique;
- construire un nuage de points;
- estimer le coefficient de corrélation;
- éventuellement, calculer une probabilité.

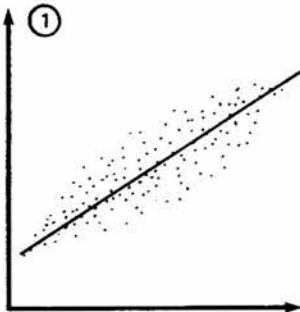
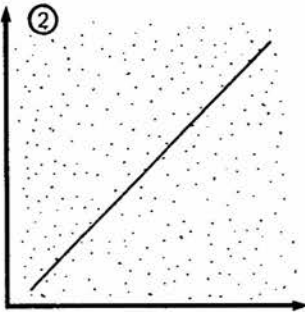
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																																																																												
3.3.1 CONSTUIRE le tableau d'une distribution à deux caractères.	V	- Dans une distribution à une variable, toute valeur d'une variable x correspond à un effectif f, $x \xrightarrow{S} s(x) = f$. Dans une distribution à deux caractères, à tout couple de valeurs des variables x et y correspond également un effectif $(x, y) \xrightarrow{S} s(x, y) = f$. Exemple 1: Soient les valeurs x d'un dé vert et y d'un dé rouge. Après 50 lancers en ayant considéré les différentes sommes obtenues, on a la distribution suivante Dé rouge <table><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr></table> Dé vert <table><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr></table> De ce tableau, on peut déterminer les effectifs "avoir pour somme" <table><tr><td>Somme</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td></tr><tr><td>Effectifs</td><td>1</td><td>4</td><td>3</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td><td>6</td><td>5</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td></tr></table>		1	2	1	1	2	1		2	1	1	2	2	1		1	1	2	1	1	2		1	2	1	2	1	1		2	1	2	1	2	1		1	2	1	2	1	1		1	2	1	1	2	1		2	1	1	2	2	1		1	1	2	1	1	2		1	2	1	2	1	1		2	1	2	1	2	1		1	2	1	2	1	1	Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Effectifs	1	4	3	7	6	9	6	5	5	3	1
	1	2	1	1	2	1																																																																																																								
	2	1	1	2	2	1																																																																																																								
	1	1	2	1	1	2																																																																																																								
	1	2	1	2	1	1																																																																																																								
	2	1	2	1	2	1																																																																																																								
	1	2	1	2	1	1																																																																																																								
	1	2	1	1	2	1																																																																																																								
	2	1	1	2	2	1																																																																																																								
	1	1	2	1	1	2																																																																																																								
	1	2	1	2	1	1																																																																																																								
	2	1	2	1	2	1																																																																																																								
	1	2	1	2	1	1																																																																																																								
Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12																																																																																																			
Effectifs	1	4	3	7	6	9	6	5	5	3	1																																																																																																			

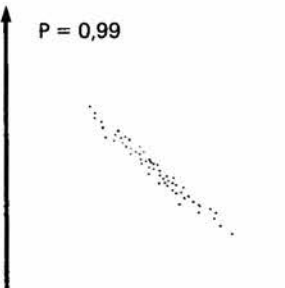
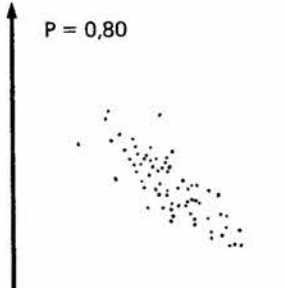
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																																																																																												
3.3.1 CONSTRUIRE le tableau d'une distribution à deux caractères (suite).	V	Exemple 2: Lors d'une séance de mesures, on a dressé le tableau suivant. Distribution de 300 garçons de 9 ans suivant leur taille et leur masse <table><tr><th colspan="2" rowspan="2"></th><th colspan="6">TAILLE (cm)</th><th rowspan="2">Total</th></tr><tr><th>115</th><th>120</th><th>125</th><th>130</th><th>135</th><th>140</th><th>145</th></tr><tr><td rowspan="9">MASSE (kg)</td><td>17,5 à 20</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr><tr><td>20 à 22,5</td><td>4</td><td>7</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>13</td></tr><tr><td>22,5 à 25</td><td>2</td><td>16</td><td>20</td><td>7</td><td>1</td><td></td><td></td><td>46</td></tr><tr><td>25 à 27,5</td><td></td><td>8</td><td>30</td><td>20</td><td>8</td><td></td><td></td><td>66</td></tr><tr><td>27,5 à 30</td><td></td><td>2</td><td>15</td><td>36</td><td>17</td><td>4</td><td></td><td>74</td></tr><tr><td>30 à 32,5</td><td></td><td></td><td>6</td><td>15</td><td>22</td><td>3</td><td>2</td><td>48</td></tr><tr><td>32,5 à 35</td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>10</td><td>18</td><td></td><td>33</td></tr><tr><td>35 à 37,5</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>12</td></tr><tr><td>37,5 à 40</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr><tr><td colspan="2">Total</td><td>9</td><td>33</td><td>74</td><td>83</td><td>64</td><td>31</td><td>6</td><td>300</td></tr></table>			TAILLE (cm)						Total	115	120	125	130	135	140	145	MASSE (kg)	17,5 à 20	3							3	20 à 22,5	4	7	2					13	22,5 à 25	2	16	20	7	1			46	25 à 27,5		8	30	20	8			66	27,5 à 30		2	15	36	17	4		74	30 à 32,5			6	15	22	3	2	48	32,5 à 35			1	4	10	18		33	35 à 37,5				1	4	5	2	12	37,5 à 40					2	1	2	5	Total		9	33	74	83	64	31	6	300
		TAILLE (cm)						Total																																																																																																						
		115	120	125	130	135	140		145																																																																																																					
MASSE (kg)	17,5 à 20	3							3																																																																																																					
	20 à 22,5	4	7	2					13																																																																																																					
	22,5 à 25	2	16	20	7	1			46																																																																																																					
	25 à 27,5		8	30	20	8			66																																																																																																					
	27,5 à 30		2	15	36	17	4		74																																																																																																					
	30 à 32,5			6	15	22	3	2	48																																																																																																					
	32,5 à 35			1	4	10	18		33																																																																																																					
	35 à 37,5				1	4	5	2	12																																																																																																					
	37,5 à 40					2	1	2	5																																																																																																					
Total		9	33	74	83	64	31	6	300																																																																																																					

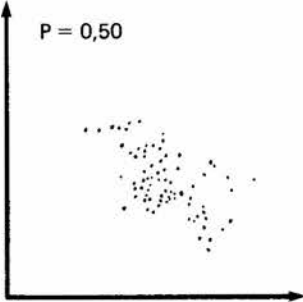
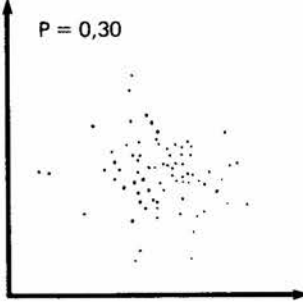
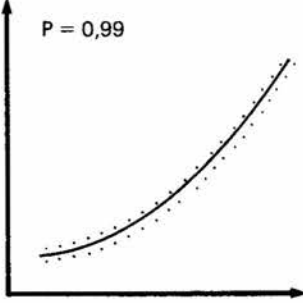
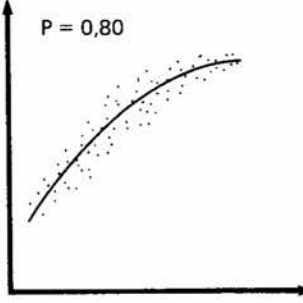
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																																						
3.3.2 REPRESENTER une distribution à deux caractères par un graphique.	V	- On se limitera généralement aux graphiques mettant en évidence l'un des deux caractères. - La situation analysée permet de caractériser ou d'illustrer un facteur ou un autre. Ainsi si on veut montrer surtout les effectifs des tailles, on peut représenter la distribution des mesures par: <table><tr><th>TAILLES</th><th>NOMBRE</th></tr><tr><td>20</td><td>5</td></tr><tr><td>22,5</td><td>12</td></tr><tr><td>25</td><td>48</td></tr><tr><td>27,5</td><td>72</td></tr><tr><td>30</td><td>78</td></tr><tr><td>32,5</td><td>48</td></tr><tr><td>35</td><td>28</td></tr><tr><td>37,5</td><td>12</td></tr><tr><td>40</td><td>10</td></tr></table> si on veut montrer plus particulièrement les effectifs des masses, on peut représenter cette distribution comme suit: <table><tr><th>MASSES</th><th>NOMBRE</th></tr><tr><td>120</td><td>10</td></tr><tr><td>125</td><td>32</td></tr><tr><td>130</td><td>75</td></tr><tr><td>135</td><td>92</td></tr><tr><td>140</td><td>65</td></tr><tr><td>145</td><td>22</td></tr><tr><td>150</td><td>8</td></tr><tr><td>155</td><td>0</td></tr></table>	TAILLES	NOMBRE	20	5	22,5	12	25	48	27,5	72	30	78	32,5	48	35	28	37,5	12	40	10	MASSES	NOMBRE	120	10	125	32	130	75	135	92	140	65	145	22	150	8	155	0
TAILLES	NOMBRE																																							
20	5																																							
22,5	12																																							
25	48																																							
27,5	72																																							
30	78																																							
32,5	48																																							
35	28																																							
37,5	12																																							
40	10																																							
MASSES	NOMBRE																																							
120	10																																							
125	32																																							
130	75																																							
135	92																																							
140	65																																							
145	22																																							
150	8																																							
155	0																																							

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.3.2 REPRESENTER une distribution à deux caractères par un graphique (suite).	V	- Il est cependant possible qu'un graphique mette en évidence, à l'aide de diverses techniques, les deux caractères d'une distribution. Les graphiques portant sur l'objectif 3.3 présentent de telles techniques. La construction de tels graphiques est généralement longue et fastidieuse; on en fera construire occasionnellement à l'élève. Les difficultés d'une représentation par stéréogramme invite à présenter une situation par une représentation individuelle de chaque facteur. On établit des éléments de comparaisons par l'analyse des graphiques associés à chaque facteur.
3.3.3 CONSTRUIRE le nuage de points associé à une distribution à deux caractères.	V	- En portant en abscisse les masses et en ordonnées les tailles du tableau de distribution des mesures de l'objectif 3.3.1 et en notant les effectifs de ces variables par des points situés dans les cases appropriées, on obtient la représentation suivante appelée "nuage de points". C'est une autre façon, plus simple celle-là, de représenter les deux caractères d'une distribution sur un même graphique. Elle fait bien voir la distribution simultanée des deux variables. Ce procédé permet de déterminer possiblement un coefficient de corrélation, de déceler une relation entre divers phénomènes.

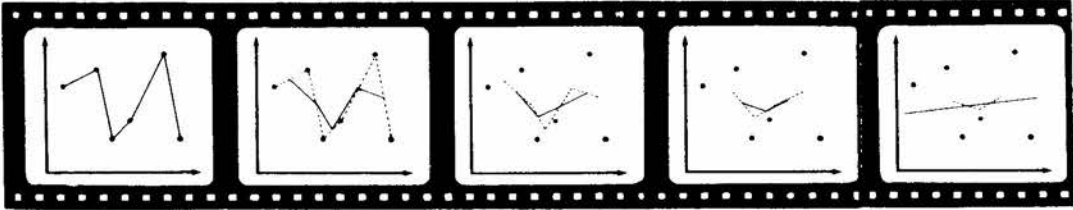
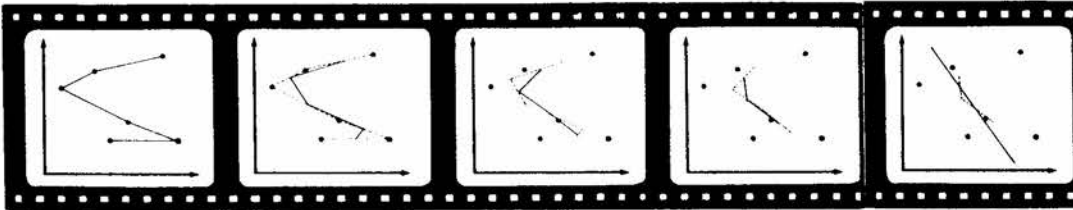
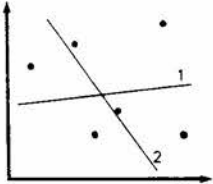
OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.3.3 CONSTRUIRE le nuage de points associé à une distribution à deux caractères (suite).	V	Relation taille--masse de garçons de 9 ans  The scatter plot displays the relationship between height (Taille en cm) on the vertical axis and mass (Masse en kg) on the horizontal axis for 9-year-old boys. The vertical axis has major grid lines every 5,5 units, ranging from 117,5 to 152,5. The horizontal axis has major grid lines every 3,75 units, ranging from 18,75 to 41,25. The data points are distributed as follows: - At 117,5 cm height, there are 3 points at masses of approximately 18,75, 20,62, and 22,5 kg. - At 122,5 cm height, there are 10 points at masses ranging from approximately 20,62 to 28,12 kg. - At 127,5 cm height, there are 20 points at masses ranging from approximately 22,5 to 31,25 kg. - At 132,5 cm height, there are 30 points at masses ranging from approximately 23,75 to 33,75 kg. - At 137,5 cm height, there are 40 points at masses ranging from approximately 25 to 36,25 kg. - At 142,5 cm height, there are 30 points at masses ranging from approximately 28,12 to 38,75 kg. - At 147,5 cm height, there are 10 points at masses ranging from approximately 31,25 to 40,62 kg. - At 152,5 cm height, there are 5 points at masses of approximately 33,75, 37,5, 40,62, and 41,25 kg.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.3.3 CONSTRUIRE le nuage de points associé à une distribution à deux caractères (suite).	V	- L'examen d'un "nuage de points" incite à observer la dispersion ou non, les tendances à graviter autour d'une droite $y = mx + b$. Dans ①, les effectifs gravitent autour d'une certaine droite. Au contraire, dans ②, les points sont très dispersés et les deux variables sont peu en relation.  

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.3.3 CONSTRUIRE le nuage de points associé à une distribution à deux caractères (suite).	V	- A la lueur de cette dernière observation, on peut dégager une corrélation entre la masse et la taille des élèves à partir du premier graphique de ce commentaire. Il est possible de prévoir qu'il existe une telle corrélation positive.
3.3.4 ESTIMER un coefficient de corrélation dans une distribution à deux caractères.	V	- Les méthodes utilisées pour établir la corrélation sont des méthodes graphiques, numériques ou analytiques. - La méthode graphique exige de tracer, à main levée, une courbe aussi régulière que possible et qui passe à travers le nuage de points. Elle est rapide et simple. Voici quelques cas types de nuages de points et le coefficient de corrélation établi entre les deux caractères.  P = 0,99  P = 0,80

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.3.4 ESTIMER un coefficient de corrélation dans une distribution à deux caractères (suite).	V	$P = 0,50$  $P = 0,30$  $P = 0,99$  $P = 0,80$ 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.3.4 ESTIMER un coefficient de corrélation dans une distribution à deux caractères (suite).	V	- La méthode analytique utilise celle des moindres carrés, par la recherche de la droite qui minimise la sommation des carrés des écarts, $(\sum_{i=1}^n (y' - y_i)^2)$ où y_i est l'ordonnée de la cote (x_i, y_i) et y' est l'ordonnée du point d'intersection de la droite $x_i = k$ parallèle à l'axe des y avec une droite $y = mx + b$. Cette méthode est cependant de niveau supérieur. - La méthode géométrique exige la construction de droites d'estimation. Ces droites peuvent être déterminées en joignant les points milieu des éléments pris deux à deux, de gauche à droite et de bas en haut. On répète le processus si nécessaire.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.3.4 ESTIMER un coefficient de corrélation dans une distribution à deux caractères (suite).	V	- En considérant les abscisses (déplacement de gauche vers la droite)  - En considérant les ordonnées (déplacement du bas vers le haut).  En superposant les deux graphiques, on obtient 

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE																		
3.3.4 ESTIMER un coefficient de corrélation dans une distribution à deux caractères (suite).	V	Cette construction est une approche à la détermination de la corrélation. En effet, il suffit de déterminer l'angle entre les deux droites et d'évaluer avec une calculatrice ou une table la valeur du cosinus de cet angle. - Il n'est pas question de faire appliquer des formules complexes. Toutefois, l'élève peut constater l'ouverture plus ou moins grande de l'angle formé par les droites de régression (appelées courbes d'estimation). - Si les variables X et Y sont liées par une même relation linéaire, les deux droites d'estimation sont confondues et la corrélation est +1 ou -1. Un petit angle correspond à une forte corrélation, un angle voisin de 90° indique que les deux variables sont peu liées et la corrélation est voisine de 0. Le tableau suivant présente un résumé des diverses situations que l'on peut rencontrer. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Angles</th><th colspan="2">Corrélations</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\alpha = 0^\circ$</td><td>$r = +1$</td><td>parfaite</td></tr> <tr> <td>$0^\circ < \alpha < 90^\circ$</td><td>$0 < r < 1$</td><td>de nulle à très forte</td></tr> <tr> <td>$\alpha = 90^\circ$</td><td>$r = 0$</td><td>nulle</td></tr> <tr> <td>$90^\circ < \alpha < 180^\circ$</td><td>$-1 < r < 0$</td><td>de nulle à très forte</td></tr> <tr> <td>$\alpha = 180^\circ$</td><td>$r = -1$</td><td>parfaite</td></tr> </tbody> </table>	Angles	Corrélations		$\alpha = 0^\circ$	$r = +1$	parfaite	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	$0 < r < 1$	de nulle à très forte	$\alpha = 90^\circ$	$r = 0$	nulle	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	$-1 < r < 0$	de nulle à très forte	$\alpha = 180^\circ$	$r = -1$	parfaite
Angles	Corrélations																			
$\alpha = 0^\circ$	$r = +1$	parfaite																		
$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	$0 < r < 1$	de nulle à très forte																		
$\alpha = 90^\circ$	$r = 0$	nulle																		
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	$-1 < r < 0$	de nulle à très forte																		
$\alpha = 180^\circ$	$r = -1$	parfaite																		

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.3.5 CALCULER des probabilités dans une distribution à deux caractères.	V	- Rappel: - Un résultat est élémentaire, s'il ne peut avoir lieu que d'une façon. Il est l'élément d'un événement élémentaire. - Tout sous-ensemble d'un espace échantillonnal est dit un événement. - Un événement A est dit impossible si $A = \emptyset$. - Deux événements A et B sont dits incompatibles si $A \cap B = \emptyset$. - L'équiprobabilité dans un espace échantillonnal à n événements élémentaires consiste à attribuer à chaque événement élémentaire le nombre $\frac{1}{n}$ comme probabilité. - Le calcul des probabilités dans une distribution à deux caractères est additif et/ou multiplicatif. Cependant, il y a lieu avant d'opérer, de déterminer s'il s'agit d'événements indépendants, dépendants, incompatibles, ... - Deux événements, A et B, sont dits indépendants si la réalisation de l'un n'a aucune influence sur la réalisation de l'autre, autrement dit, si $P(A B) = P(A)$ et $P(B A) = P(B)$. Déterminer la probabilité de réalisation de l'événement A, sachant que l'événement B est réalisé et que les deux événements relèvent d'un même univers, est appelé probabilité conditionnelle. Généralement, on désigne par $P(A B)$ une telle probabilité et on la calcule ainsi: $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.3.5 CALCULER des probabilités dans une distribution à deux caractères (suite).	V	Il en demeure que la probabilité de deux événements indépendants (la réalisation de l'un n'a aucune influence sur la réalisation de l'autre) s'évalue par le produit des probabilités de chacun. $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ Il pourrait être intéressant d'envisager l'indépendance d'événements dits deux à deux indépendants ou encore totalement indépendants. Les problèmes sources peuvent être du type: . probabilité de frapper une lettre; . probabilité de frapper une lettre du mot Charles; . probabilité de frapper une lettre du mot Alicia; . probabilité de frapper une lettre C; . probabilité de frapper le mot Charles; . probabilité de frapper un anagramme de Charles; . probabilité de frapper un mot de sept lettres. - Deux événements sont dits incompatibles ou mutuellement exclusifs lorsqu'ils ne peuvent se réaliser tous les deux; donc leur conjonction est un événement impossible. Il est possible d'établir une partition d'un événement en événements mutuellement exclusifs.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	DEGRE	COMMENTAIRE
3.3.5 CALCULER des probabilités dans une distribution à deux caractères (suite).	V	- ENRICHISSEMENT: - On pourrait aborder l'étude des variables aléatoires (cas fini), de la distribution d'une variable, de l'espérance mathématique, de la fonction de probabilité, de la covariance, de la corrélation, ... - On pourrait aussi aborder l'étude des variables aléatoires (cas infini) avec la loi de Poisson, avec la fonction de densité, la loi normale, ...

NOTES DIDACTIQUES COMPLEMENTAIRES

A- La probabilité ou la statistique

A l'origine, on définissait la probabilité d'un événement aléatoire comme le rapport des cas "favorables" au nombre de cas possibles.

Exemple: La probabilité d'obtenir $\boxed{\cdot \cdot}$ avec un dé en le jetant une fois est de $\frac{1}{6}$.
Cependant cette définition n'est plus appropriée s'il s'agit de cas possibles non équiprobables et se présentant en nombre infini.

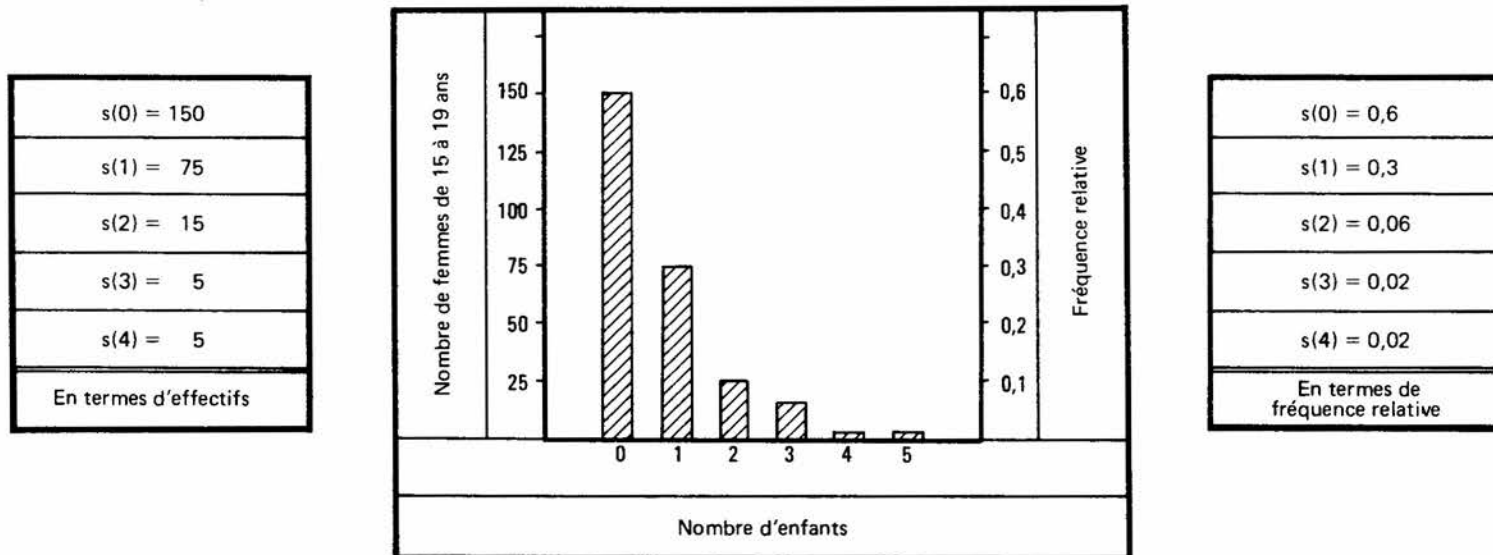
La statistique constitue une branche des mathématiques appliquées en liaison avec le calcul des probabilités qui, à la différence de ce dernier, est basée sur des observations d'événements réels. Généralement son étude comprend la cueillette des données, l'organisation des données, l'analyse des données et la prise de décision. De l'analyse des données, on peut dégager les paramètres caractéristiques des données recueillies lors d'enquêtes, de sondages, d'expériences aléatoires par l'utilisation de modèles souvent fournis par la probabilité. La démarcation entre statistique et probabilité n'est pas nette. Ainsi la réalisation d'une expérience aléatoire nécessite la construction de tableau de fréquences, l'organisation des données et même une analyse. La notion de mesure montre une grande affinité entre les deux sujets.

La probabilité et la statistique, considérées comme des fonctions, associent une mesure à une variable (caractère).

Ainsi la probabilité est la fonction p qui attribue à un événement X une mesure telle que: $0 \leq p(X) \leq 1$. On y remarque que: 0 est la mesure de l'ensemble vide;
1 est la mesure de l'ensemble des événements possibles.

De même la statistique est basée sur le concept fondamental de distribution qui est une fonction s qui fait correspondre à chaque intervalle semi-fermé X de la variable x sa fréquence relative telle que $0 \leq s(x) \leq 1$. On y remarque que: 0 est la fréquence relative de l'intervalle semi-fermé n'ayant aucun effectif;
1 est la mesure de la distribution ou de l'effectif total.

A noter toutefois qu'il est possible d'attribuer l'effectif partiel plutôt que la fréquence relative. L'exemple suivant vise à bien faire saisir cette distinction.



La Société royale de la statistique, en mars 1979, reconnaissait l'impact de la statistique et la tendance à l'insertion de ce sujet dans les programmes d'études. Elle notait que l'enseignement de la statistique est essentiellement plus complexe que plusieurs des autres branches de la mathématique. En fait, la statistique est plus qu'un ramassis de procédés, c'est un sujet actuel axé sur la cueillette et le traitement des données pour vérifier des hypothèses et tirer des conclusions. L'étude de la statistique est indissociable des origines des données: tests de laboratoires, enquêtes, sondages, recensements, inventaires, ...

L'étude de la statistique pourrait graviter autour des sujets suivants:

- cueillette de données;
- lecture de tableaux ou de graphiques;
- construction de tableaux ou de graphiques;
- interprétation de données;
- applications;
- échantillonnage;
- probabilité;
- espérance mathématique;
- mesures de tendance ou de dispersion;
- binôme de Newton;
- analyse statistique;
- inférence;
- distribution normale;
- tests.

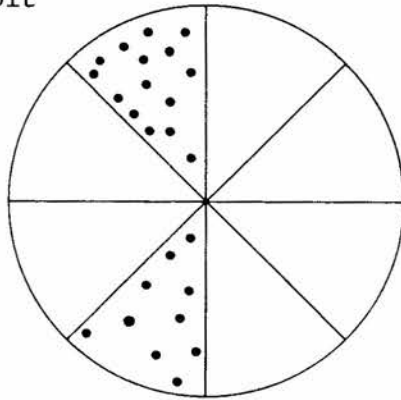
Il est souhaitable, au secondaire, de montrer aux élèves les liens qui existent entre la statistique et la probabilité. De plus, l'enseignement devrait faire ressortir les différences essentielles qui existent entre celles-ci.

B- La cueillette de données

Outre le recensement, la prise d'inventaires, etc., on peut aussi

- a) établir le nombre d'éléments par échantillonnage. Ainsi, pour déterminer les bactéries d'un récipient d'eau (de 500 ml), on dénombre les bactéries sur un secteur d'une lamelle sous la visée d'un microscope. La proportion s'établit alors normalement.

Exemple: Soit



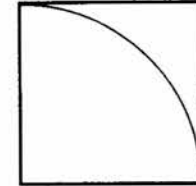
Sachant que ce disque représente la superficie de 0,01 ml de solution, combien de bactéries y a-t-il dans ce récipient?

$$\text{Solution: } \frac{500 \times 25 \times 8}{0,01 \times 2} = 5\,000\,000$$

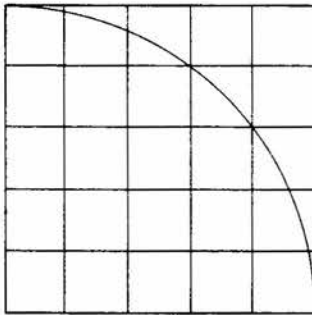
Car $\frac{25}{2} \times 8$ permet d'établir qu'il y a 100 bactéries visibles sous cette visée d'où,
 $\frac{500}{0,01} \times 100 = 5\,000\,000$. Il y a donc approximativement 5 000 000 bactéries dans ce récipient.

La même technique s'applique pour évaluer les poissons d'un lac, le gibier d'une forêt, etc.

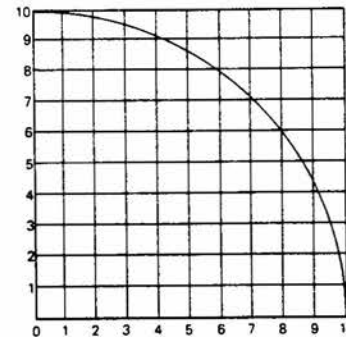
- b) établir des rapports permettant de déduire l'aire de figures en procédant par une table de nombres aléatoires ou par hasard. Ainsi, pour déterminer π (pi), on lance des grains ou des billes au fond d'une boîte carrée où on a dessiné un quart de cercle. Le rapport $\left(\frac{\text{nombre de billes dans le quart de cercle}}{\text{nombre de billes au total}} \right)$ multiplié par 4 donne une valeur approchée de π d'autant plus précise que le nombre de billes s'accroît.



On pourrait aussi procéder par encadrement à l'aide d'un quadrillage.



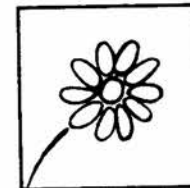
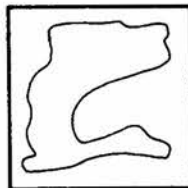
$$\frac{19,2}{25} \times 4 \approx 3,07$$



$$\frac{77,5}{100} \times 4 \approx 3,10$$

La finesse des quadrillages contribue à donner plus de précision.

Diverses expériences peuvent être créées pour habituer l'élève à cette approche, de façon qu'il puisse estimer facilement les aires de situations telles



Cependant quelques dangers guettent le cueilleur de données. Le premier est conséquent à la façon de déterminer l'échantillon. Il faut éviter d'oublier certains éléments d'une population ou d'en favoriser d'autres. Ainsi, un échantillon établi à partir d'un annuaire de téléphone exclut les gens n'ayant pas de téléphone ou encore les personnes qui ne veulent pas que leur numéro soit publié. Un second danger se situe au niveau de l'observation elle-même. Par exemple, la question posée n'incite-t-elle pas à une réponse plus qu'à une autre? "Vous n'achèteriez pas l'une de ces automobiles "citron" n'est-ce pas?"

C- Les mesures de tendance centrale

Ce sont habituellement les valeurs centrales d'une distribution, telles la moyenne, la médiane et souvent le mode. Pour le mode, il existe des situations où il est même une valeur extrême et non une valeur centrale. Ainsi 1 est le mode pour l'ensemble des 10 données suivantes: 1, 1, 1, 1, 4, 5, 6, 7, 9 et 9. La notion de moyenne, bien que d'un emploi fort répandu et compris par plusieurs, mérite qu'on s'y attarde un peu plus, car elle peut se généraliser.

Le choix de la moyenne à utiliser dépend de la variable statistique étudiée et des objectifs à atteindre. Ainsi la moyenne géométrique s'introduit lors de l'étude des variations de rapport.

Exemple: Une entreprise donnait de l'emploi durant les quatre dernières années successivement à 350, 425, 450 et 500 personnes. Quel est le taux moyen d'augmentation? $\frac{425}{350}$, $\frac{450}{425}$ et $\frac{500}{450}$ sont les taux de variation successifs. Le taux moyen sera exprimé par $\sqrt[3]{\frac{425}{350} \times \frac{450}{425} \times \frac{500}{450}} \approx 1,13$.

La moyenne arithmétique de beaucoup la plus connue se réfère aux expressions; moyenne de notes, salaire moyen, température moyenne, etc. La moyenne harmonique s'introduit de façon naturelle dans certains problèmes. Voici deux exemples. "Un automobiliste roule à la vitesse de 60 km/h pour un aller de Charny à Ste-Julie et pour le retour, il va à la vitesse de 100 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne?" "Un magasin a en stock 400 000 \$ d'appareils électro-ménagers. 100 000 \$ d'appareils au prix unitaire de 800 \$ et 300 000 \$ d'appareils au prix unitaire de 1250 \$. Quelle est la valeur moyenne d'un appareil en stock?"

La vitesse moyenne de l'automobiliste doit être de 75 km/h. A noter que 80 km/h est la moyenne arithmétique $\frac{100 + 60}{2}$. A cette vitesse moyenne de 80 km/h, l'automobiliste parcourt donc 40 kilomètres en trop. Pour obtenir 75 km/h on peut appliquer la formule suivante: $\frac{2}{\bar{m}_h} = \frac{1}{60} + \frac{1}{100} \rightarrow \bar{m}_h = 75$ ou encore calculer $\frac{300}{60} = 5$ et $\frac{300}{100} = 3$, donc 600 km en 8 heures pour

une vitesse moyenne de 75 km/h. Cette dernière vitesse est appelée une moyenne harmonique.

La valeur moyenne d'un appareil en stock se calcule comme suit:

$$\frac{400\ 000}{\bar{m}_h} = \left(\frac{100\ 000}{800} \times \frac{300\ 000}{1250} \right) \rightarrow \bar{m}_h = \frac{400\ 000}{\frac{100\ 000}{800} + \frac{300\ 000}{1250}} = 1096.$$

On rencontre également la moyenne quadratique particulièrement dans des problèmes d'accélération. Elle est la racine carrée du rapport de la somme du carré des cotes individuelles de la variable ou nombre total de valeurs de cette variable.

Voici un tableau permettant une présentation de ces quatre moyennes. Soient les données 8, 6, 5 et 3.

MOYENNES		EXEMPLES	FORMULES
Arithmétique	$\bar{m}_a$	$\frac{8 + 6 + 5 + 3}{4} = 5,50$	$\bar{m}_a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
Harmonique	$\bar{m}_h$	$\frac{4}{\frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}} \rightarrow \bar{m}_h \approx 4,85$	$\bar{m}_h = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$
Géométrique *	$\bar{m}_g$	$\bar{m}_g = \sqrt[4]{8 \times 6 \times 5 \times 3}$	$\bar{m}_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_n}$
Quadratique	$\bar{m}_q$	$\bar{m}_q = \sqrt{\frac{8^2 + 6^2 + 5^2 + 3^2}{4}} \approx 5,79$	$\bar{m}_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$

* La moyenne géométrique semble briser le pattern de la formule. Cependant si $f(x) = \log x$

$$\text{on a } \log x = \frac{1}{n} \sum \log x_i = \frac{1}{n} \log (x_1 x_2 x_3 \dots x_n) \Rightarrow x = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_n}$$

En évaluant, pour les données 8, 6, 5 et 3,

$$\bar{m}_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad \text{on obtient comme moyenne quadratique } \bar{m}_2 \approx 5,79$$

$$\bar{m}_3 = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^3}{n}} \quad \text{on obtient comme moyenne de degré 3, } \bar{m}_3 \approx 6,04$$

$$\bar{m}_4 = \sqrt[4]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{n}} \quad \text{on obtient comme moyenne de degré 4, } \bar{m}_4 \approx 6,25$$

Il faut noter que pour un même ensemble de données, on a la relation d'inégalité

$$\bar{m}_h \leq \bar{m}_g \leq \bar{m}_a \leq \bar{m}_2 \leq \bar{m}_3 \leq \bar{m}_4 \quad \dots$$

Il faut également noter que l'expression "moyenne proportionnelle", utilisée fréquemment, est en fait une moyenne géométrique. Exemple: $\frac{4}{x} = \frac{x}{9} \rightarrow x^2 = 4 \times 9 \rightarrow x = \sqrt{36} \rightarrow x = 6$.

On peut observer que:

- si chaque valeur de la variable est accrue d'une même quantité, alors la moyenne le sera également;
- si chaque valeur de la variable est doublée, alors la moyenne sera aussi du double.

Quand on compare les différentes mesures de tendance centrale, on peut être conduit à constater que la moyenne n'est pas toujours une valeur de tendance centrale. Exemple: Quatre

personnes gagnent respectivement 400 \$, 425 \$, 450 \$ et 1250 \$. Quel est le salaire moyen?

$$\left(\frac{400 + 425 + 450 + 1250}{4} = 631,25 \right)$$

De plus, il n'est pas toujours possible de déterminer la moyenne, en particulier quand on ne connaît pas la limite supérieure de la dernière classe.

D. Les mesures de dispersion

Il est évident que la moyenne, la médiane et le mode ne donnent qu'une description incomplète des distributions. Deux séries peuvent avoir même médiane, même moyenne et même mode et pourtant être très différentes. La notion de dispersion va permettre de pousser plus loin les comparaisons. Parmi ces caractéristiques, on retrouve l'étendue, l'écart interquartile l'écart moyen, la variance et l'écart-type. Dans la vie courante, la notion de dispersion est reliée à celle de la qualité, ainsi les oeufs sont "calibrés" par un classement en lots homogènes.

Une façon de mesurer la dispersion est basée sur les écarts entre les valeurs prises par la variable et une caractéristique de tendance centrale. L'écart moyen, cependant, présente plusieurs inconvénients. Il ne met pas l'emphasis sur les valeurs extrêmes alors que l'écart quadratique moyen, c'est-à-dire la racine positive de la variance formée de la moyenne des carrés des écarts, tient compte de l'impact des valeurs extrêmes. Cette dernière mesure, la moyenne des carrés des écarts, s'appelle la variance. On remarque que la variance est aussi égale à la moyenne arithmétique des carrés des observations diminuée du carré de leur moyenne.

$$v = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (x_i^2) \right) - (\bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (\bar{x} - x_i)^2$$

Il est à noter que l'écart-type ($\sigma = \sqrt{v}$) est une moyenne quadratique.

Ces caractéristiques de dispersion, variance et écart-type, s'expriment à l'aide des unités de mesure considérée. Si on calcule le quotient de l'écart-type par la moyenne arithmétique d'une série, on obtient un taux appelé coefficient de variation, indépendant des unités de mesure. On le note souvent γ (gamma) ou $\gamma = \frac{\sigma}{\bar{x}}$. Ce coefficient permet de comparer des distributions.

Soit le tableau suivant.

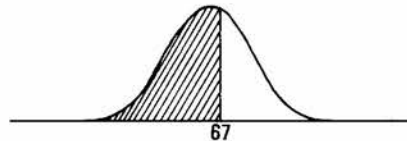
	Employés syndiqués	Employés non syndiqués
Salaire moyen	18 000	27 000
Ecart type	1 440	2 160
Coefficient de variation	0,08	0,08

Dans cet exemple, l'examen de l'écart-type semble montrer que les salaires des employés non syndiqués sont plus dispersés. Le coefficient de variation intervient cependant pour corriger cette impression et il permet de conclure que le salaire est une variable homogène pour les deux groupes.

E. Les quantiles

Les quantiles sont des caractéristiques de position. On parle fréquemment de rang ou d'intervalles. On les utilise particulièrement pour une grande population. Si on partage cette population en quatre sous-populations de même importance, après l'ordonnement des données, on obtient les quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 .

La valeur absolue de la différence entre Q_1 et Q_3 est l'écart interquartile. Si au lieu de diviser l'étendue de la répartition de la distribution en 4, on la divise en 10, on obtient les déciles et si on la divise en 100, on obtient les centiles. L'interprétation des centiles est basée sur l'idée d'un pourcentage de l'aire sous la courbe d'aire unité. Ainsi, dans une distribution normale, "67 percentiles" signifie que 67% de la population se retrouvent sous cette dénomination. Graphiquement, on illustre le fait ainsi:



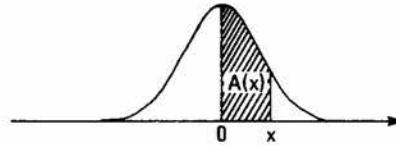
67% de l'aire totale ou 67% de la population entière est comprise dans la région hachurée.

Les notions de rang cinquième et de stanines font appel au même type d'interprétation. Pour les rangs cinquièmes, on doit changer l'ordre, car le premier rang cinquième infère les percentiles 80 et plus. Les deux tables qui suivent montrent la correspondance entre les percentiles et l'aire sous la courbe associée aux percentiles et à l'écart type.

Table de correspondance entre rang centile et écart type

C	σ	C	σ	C	σ	C	σ	C	σ	C	σ	C	σ	C	σ	C	σ	C	σ	C	σ	C	σ
P ₁	-2,329	P ₁₁	-1,226	P ₂₁	-0,807	P ₃₁	-0,491	P ₄₁	-0,226	P ₅₁	0,025	P ₆₁	0,280	P ₇₁	0,553	P ₈₁	0,877	P ₉₁	1,341				
P ₂	-2,055	P ₁₂	-1,175	P ₂₂	-0,773	P ₃₂	-0,467	P ₄₂	-0,202	P ₅₂	0,050	P ₆₂	0,306	P ₇₂	0,583	P ₈₂	0,915	P ₉₂	1,405				
P ₃	-1,881	P ₁₃	-1,127	P ₂₃	-0,738	P ₃₃	-0,440	P ₄₃	-0,177	P ₅₃	0,075	P ₆₃	0,332	P ₇₃	0,612	P ₈₃	0,954	P ₉₃	1,476				
P ₄	-1,751	P ₁₄	-1,080	P ₂₄	-0,701	P ₃₄	-0,413	P ₄₄	-0,151	P ₅₄	0,100	P ₆₄	0,359	P ₇₄	0,644	P ₈₄	0,994	P ₉₄	1,555				
P ₅	-1,645	P ₁₅	-1,037	P ₂₅	-0,675	P ₃₅	-0,385	P ₄₅	-0,126	P ₅₅	0,126	P ₆₅	0,385	P ₇₅	0,675	P ₈₅	1,037	P ₉₅	1,645				
P ₆	-1,555	P ₁₆	-0,994	P ₂₆	-0,644	P ₃₆	-0,359	P ₄₆	-0,100	P ₅₆	0,151	P ₆₆	0,413	P ₇₆	0,701	P ₈₆	1,080	P ₉₆	1,751				
P ₇	-1,476	P ₁₇	-0,954	P ₂₇	-0,612	P ₃₇	-0,332	P ₄₇	-0,075	P ₅₇	0,177	P ₆₇	0,440	P ₇₇	0,738	P ₈₇	1,127	P ₉₇	1,881				
P ₈	-1,405	P ₁₈	-0,915	P ₂₈	-0,583	P ₃₈	-0,306	P ₄₈	-0,050	P ₅₈	0,202	P ₆₈	0,467	P ₇₈	0,773	P ₈₈	1,175	P ₉₈	2,055				
P ₉	-1,341	P ₁₉	-0,877	P ₂₉	-0,553	P ₃₉	-0,280	P ₄₉	-0,025	P ₅₉	0,226	P ₆₉	0,491	P ₇₉	0,807	P ₈₉	1,226	P ₉₉	2,329				
P ₁₀	-1,282	P ₂₀	-0,842	P ₃₀	-0,524	P ₄₀	-0,253	P ₅₀	0	P ₆₀	0,253	P ₇₀	0,524	P ₈₀	0,842	P ₉₀	1,282						

Aire sous la courbe pour une distribution normale



x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

F. La corrélation

On entend des expressions telles: "plus une personne est érudite plus elle a de chance d'avoir un revenu élevé", "Plus il pleut, plus la croissance des arbres sera marquée", etc. De telles affirmations contiennent deux variables qui sont, dit-on, en étroite relation. Pour aborder cette étude il est bon de définir la distribution simultanément suivant les deux variables. On y définit possiblement les distributions marginales correspondant aux totaux (ligne ou colonne). Cependant, lorsqu'on considère une ligne X_i d'une distribution, on définit une distribution conditionnelle de Y pour $X = X_i$ et symétriquement, on associe à une colonne Y_i d'une distribution une distribution conditionnelle de X pour un Y donné. Cette analyse devrait permettre de dégager la dépendance ou l'indépendance statistique. Le nuage de points est l'une des techniques employées pour évaluer ces relations. Les différentes méthodes graphiques, numériques, analytiques (dont celle des moindres carrés) utilisées conduisent à rechercher une courbe d'estimation, première étape à l'établissement de la corrélation. Il n'est pas dans l'esprit du programme d'aborder le calcul du coefficient de corrélation par l'application de formules.

La construction des droites d'estimation ou de régression, une pour chaque variable (voir l'objectif 3.3.4), suffit pour se convaincre de l'existence de relations surtout que la recherche du cosinus de l'angle formé par ces deux droites d'estimation va préciser amplement ces liens. Il est à noter qu'il existe maintes formules pour déterminer un coefficient de corrélation dont celles de Pearson, de Sheppard, Kendall, Whitfield, Bonnardel, etc. Il est dit un coefficient de corrélation car il peut s'agir d'une corrélation bi-sériale, tétrachorique, tri-sériale, quadri-sériale, ... partielle ou multiple. Cependant sa spécificité fait

que ce programme ne fait qu'aborder le sujet laissant aux niveaux supérieurs le soin d'étudier en profondeur ces aspects et bien d'autres.

G. L'espérance mathématique

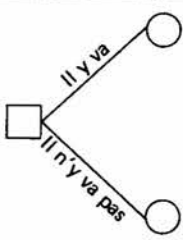
Quelle est l'espérance mathématique d'une participation à une loterie? Soit la table suivante.

Prix (en\$)	Nombre de billets gagnants	Probabilité de gagner	Espérance mathématiques	
100 000	2	$\frac{2}{6\,000\,000}$	$\frac{1}{30}$	3,33 %
50 000	2	$\frac{2}{6\,000\,000}$	$\frac{1}{60}$	1,67 %
10 000	59	$\frac{59}{6\,000\,000}$	$\frac{59}{600}$	9,83 %
1 000	177	$\frac{177}{6\,000\,000}$	$\frac{177}{6\,000}$	2,95 %
500	480	$\frac{480}{6\,000\,000}$	$\frac{1}{25}$	4,00 %
100	1 440	$\frac{1\,440}{6\,000\,000}$	$\frac{3}{125}$	2,40 %
25	19 440	$\frac{19\,440}{6\,000\,000}$	$\frac{81}{1\,000}$	8,10 %
				32,28 %

L'espérance mathématique de gagner s'établit à 32,3 cents pour un dollar de mise. En fait, une chance sur trois seulement de gagner et $\frac{2}{3}$ de perdre.

Pour déterminer l'espérance, on effectue la somme des produits (probabilité par le montant associé). L'espérance mathématique est une mesure qui facilite la prise de décision. Ainsi vaut-il mieux pour un homme d'affaire effectuer un voyage sachant que lui-même a 7 chances sur 10 de négocier un contrat de 5000 alors que son partenaire en aurait 4 sur 10, sachant que les frais s'élèvent à 1500 \$ pour lui et 500 \$ pour son associé.

Voici l'arbre associé à cette situation.

	Espérance mathématique	Coût	Espérance nette
	3 500 \$	1 500 \$	2 000 \$
	2 000 \$	500 \$	1 500 \$

H. Le χ^2 (chi carré)

On a souvent besoin de comparer les fréquences observées f_o avec les fréquences f_t théoriques. On peut donc partir des différences $f_t - f_o$. La sommation de ces différences donne 0. L'opération élever au carré chacune de ces différences convertit toutes ces différences en valeur positive. Elle est influencée par les valeurs extrêmes. Le quotient de cette somme par le nombre d'effectifs se note χ^2 (se lit chi carré). Plus le χ^2 est grand, plus l'événement se présente rarement.

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (f_{t_i} - f_{o_i})^2}{n}$$

Exemple 1: Lors du lancement d'un dé régulier, on obtient

						
Fréquences théoriques	5	5	5	5	5	5
Fréquences pratiques	6	4	1	7	7	5

$$\chi^2 = \frac{(5 - 6)^2 + (5 - 4)^2 + (5 - 1)^2 + (5 - 7)^2 + (5 - 7)^2 + (5 - 5)^2}{6} = 4,3$$

trois chances sur 10 que ce soit ainsi!

Exemple 2: Deux bouteilles contiennent 20 billes jaunes et 20 billes rouges.

Voici le tableau de 20 observations.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Bouteille 1	j	j	j	j	j	j	j	j	r	r	r	j	j	r	r	j	r	j	r	r
Bouteille 2	j	j	r	j	j	j	r	j	j	r	r	r	j	j	j	r	r	j	r	j

	jj	jr	rj	rr
Attentes	5	5	5	5
Observés	9	4	4	4

$$\chi^2 = \frac{4^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2}{2} = 9,5$$

Ce qui signifie qu'on a 50% des chances d'observer une valeur de χ^2 supérieure à celle-là. Cette mesure sert donc à indiquer que ces deux variables sont en relation. Mais on n'a peu de chance de déterminer la composition des bouteilles à partir de ces seuls résultats observés.

Dans l'étude du χ^2 on parle de degré de liberté. Cette question est associée au nombre d'éléments (de valeurs) de la variable diminuée de un.

Pour un dé, 6 résultats, un de ces résultats est dépendant de tous les autres. Voilà pourquoi on dit qu'il s'agit d'une situation où il y a 5 degrés de liberté. Ci-joint une table donnant les valeurs critiques du χ^2 .

		POURCENTAGES								
		P = 0,90	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
D E G R E D E L I B E R T É	1	0,02	0,15	0,45	1,07	1,64	2,71	3,84	5,41	6,63
	2	0,21	0,71	1,39	2,41	3,22	4,60	5,99	7,82	9,21
	3	0,58	1,42	2,37	3,66	4,64	6,25	7,81	9,84	11,34
	4	1,06	2,19	3,36	4,88	5,99	7,78	9,49	11,67	13,28
	5	1,61	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	11,07	13,39	15,09
	6	2,20	3,83	5,35	7,23	8,56	10,64	12,59	15,03	16,81
	7	2,83	4,67	6,35	8,38	9,80	12,02	14,07	16,62	18,47
	8	3,49	5,53	7,34	9,52	11,03	13,36	15,51	18,17	20,09
	9	4,17	6,39	8,34	10,66	12,24	14,68	16,92	19,68	21,67
	10	4,86	7,27	9,34	11,78	13,44	15,99	18,31	21,16	23,21
	11	5,58	8,15	10,34	12,90	14,63	17,27	19,67	22,62	24,72
	12	6,30	9,03	11,34	14,01	15,81	18,55	21,03	24,05	26,22
	13	7,04	9,93	12,34	15,12	16,98	19,81	22,36	25,47	27,69
	14	7,79	10,82	13,34	16,22	18,15	21,06	23,68	26,87	29,14
	15	8,55	11,72	14,34	17,32	19,31	22,31	25,00	28,26	30,58
	16	9,31	12,62	15,34	18,42	20,46	23,54	26,30	29,63	32,00
	17	10,08	13,53	16,34	19,51	21,61	24,77	27,59	30,99	33,41
	18	10,86	14,44	17,34	20,60	22,76	25,99	28,87	32,35	34,80
	19	11,65	15,35	18,34	21,69	23,90	27,20	30,14	33,69	35,19
	20	12,44	16,27	19,34	22,77	25,04	28,41	31,41	35,02	37,57
	21	13,24	17,18	20,34	23,86	26,17	29,61	32,67	36,34	38,93
	22	14,04	18,10	21,34	24,94	27,30	30,81	33,92	37,66	40,29
	23	14,85	19,02	22,34	26,02	28,43	32,01	35,17	38,97	41,64
	24	15,66	19,94	23,34	27,10	29,55	33,20	36,41	40,27	42,98
	25	16,47	20,87	24,34	28,17	30,67	34,38	37,65	41,57	44,31
	26	17,29	21,79	25,34	29,25	31,79	35,56	38,88	42,86	45,64
	27	18,11	22,72	26,34	30,32	32,91	36,74	40,11	44,14	46,96
	28	18,94	23,65	27,34	31,39	34,03	37,92	41,34	45,52	48,28
	29	19,77	24,58	28,34	32,46	35,14	39,09	42,56	46,69	49,59
	30	20,60	25,51	29,34	33,53	36,25	40,26	43,77	47,96	50,89

1% des chances que
 χ^2 soit supérieur à
 6,63 quand il y a
 1 degré de liberté.

I. L'échantillonnage

L'inférence statistique constitue un champ important de la statistique. Elle présuppose la justesse de l'échantillonnage. Il n'est pas dans l'intention de ce guide de développer toute une théorie à ce sujet. Cependant il est bon de considérer brièvement quelques aspects généraux du problème:

- la nécessité de l'échantillonnage;
- la méthode d'échantillonnage;
- l'universalité des conclusions d'une recherche;
- la taille d'un échantillon;
- la population.

Parler d'échantillonnage, c'est discuter des techniques de l'échantillonnage accidentel, aléatoire ou fortuit-stratifié. Dans le premier cas, on choisit suivant la disponibilité de l'individu, dans les deux autres toutes les unités de la population ont des chances égales d'être choisies. L'échantillonnage stratifié a particulièrement comme avantage de réduire les erreurs. Pour rendre l'échantillon le plus représentatif possible, il ne faut pas ignorer certains facteurs: élimination des personnes absentes, l'élimination des individus qui ne répondent pas, la signification des expressions ou des termes, etc. A partir des données obtenues, il faut examiner l'échantillon, les hypothèses possibles permettant de tirer les inférences possibles.

J. Le dénombrement

La combinatoire est souvent la pierre d'achoppement pour la détermination des probabilités car on l'évalue en considérant les cas favorables en rapport avec les cas possibles. Mais que faire dans des situations où l'on ne peut dénombrer ces cas?

L'exploration des permutations, des applications, des injections, surjections et bijections est l'occasion rêvée d'étudier les principales situations de dénombrement telles les arrangements, les permutations et les combinaisons. La technique de l'arbre ou de casiers illustre souvent les situations de remise ou non, de priorité ou non. Cependant sa représentation devient vite un poids embarrassant plutôt qu'une aide bienfaisante. Sans toutefois utiliser des calculs de combinatoire complexes, on peut tenter de formuler certains procédés de calculs simples, basés sur le triangle de Pascal ou le binôme de Newton. Les commentaires associés aux différents objectifs traitent amplement de cet aspect.

K. Le traitement de données relatives aux examens uniformes de fin d'études secondaires

1. Introduction

La technique présentée ici est celle employée par le ministère de l'Education depuis plusieurs années. Elle fait appel à des concepts mathématiques forts simples tels:

- l'homothétie;
- les rapports et proportions;
- la moyenne;

- l'écart-type;
- etc.

Voici une brève explication de la façon dont ces concepts sont utilisés pour créer le modèle mathématique servant à la modération et à la conversion des notes de l'élève.

Le présent texte a donc comme objectif de rendre le lecteur plus familier avec la méthode utilisée par le ministère de l'Education pour le traitement des données relatives aux examens uniformes de fin d'études secondaires.

2. Modération des notes institutionnelles

Au sens large, la modération des résultats est un procédé de transformation qui a pour but de rendre ces résultats plus significatifs, c'est-à-dire plus valides et plus fidèles.

2.1 Hypothèse de base

La comparaison de la performance d'un groupe (de candidats) à l'examen avec la performance du même groupe pour l'année (notes institutionnelles) fournit les indices communs qui interviennent dans la modération des notes institutionnelles de chaque élève de ce groupe.

2.2 Indices de performance d'un groupe

L'examen uniforme n'est pas un test standardisé. Il n'offre pas toutes les qualités que l'on pourrait souhaiter d'un instrument de mesure. Il ne fournit donc aucune assurance que le rendement d'un élève à l'examen corresponde à ce que l'on pourrait appeler "le rendement type" de cet élève.

La fiabilité relative de l'examen pour comparer le rendement de deux élèves se trouve considérablement accrue s'il s'agit de comparer le rendement de deux groupes entiers. On ne peut donc pas considérer valablement une note institutionnelle particulière en dehors du contexte du groupe où, en la situant, on lui donne sa signification. Il faut dès lors faire entrer en jeu les moyennes et les écarts types: c'est ainsi que les groupes sont le mieux caractérisés.

2.3 Effets des moyennes

La moyenne est l'un des principaux critères de comparaison de deux groupes.

Selon que la moyenne des notes institutionnelles d'un groupe sera soit supérieure, soit égale, soit inférieure à la moyenne de ce groupe à l'examen uniforme, chaque note modérée sera soit proportionnellement supérieure, soit égale, soit proportionnellement inférieure à la note institutionnelle dont elle provient. On fait abstraction ici des écarts types.

2.4 Effets des écarts-types

La moyenne ne suffit pas à caractériser la performance des divers groupes.

La dispersion des notes est une donnée importante. Cette dispersion peut se mesurer: c'est l'écart-type.

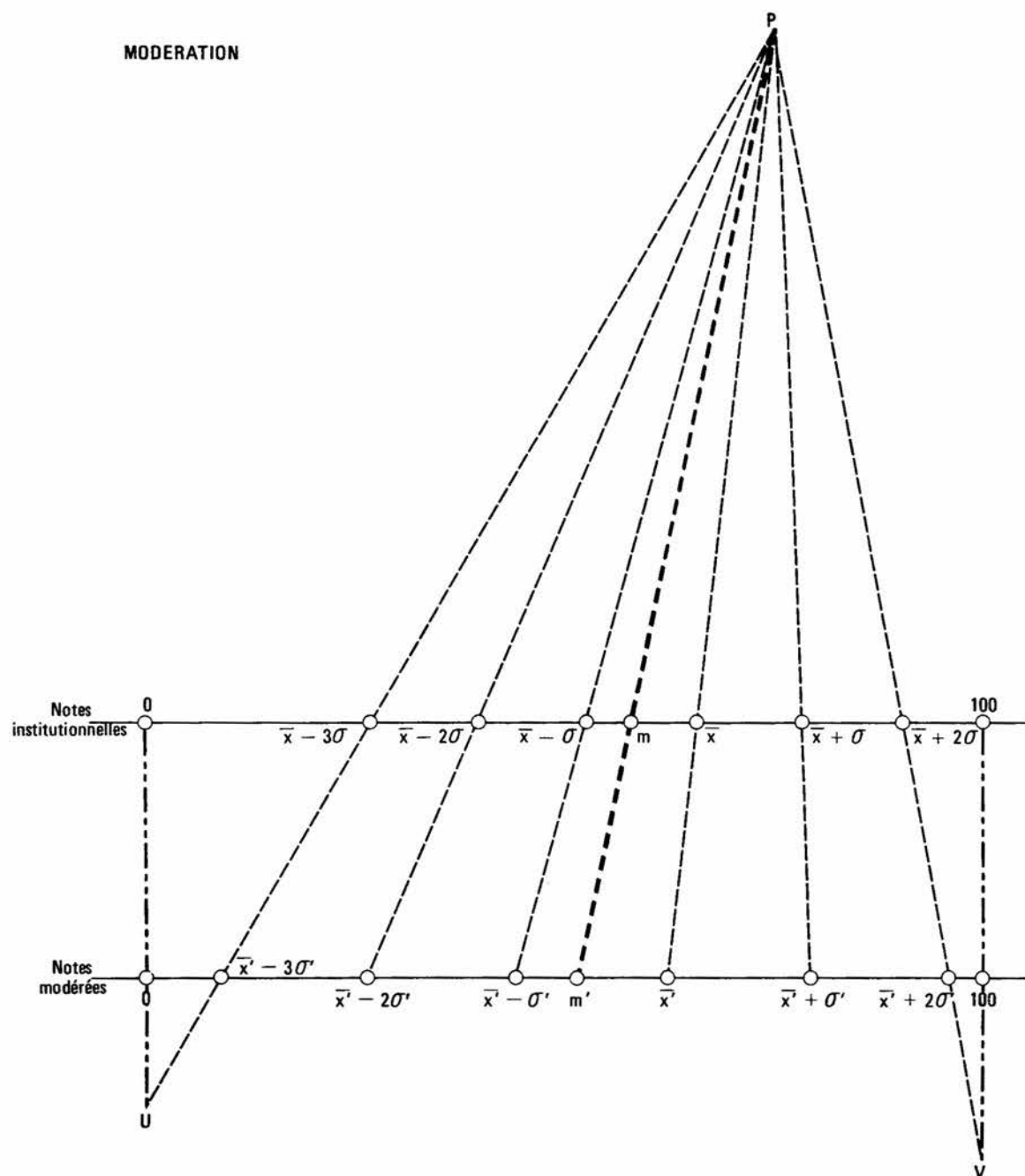
Selon que l'écart-type des notes institutionnelles d'un groupe sera soit supérieur, soit égal, soit inférieur à l'écart-type des notes de ce groupe à l'examen uniforme, chaque note modérée sera soit proportionnellement plus rapprochée de la moyenne, soit à la même distance de la moyenne, soit proportionnellement plus éloignée de la moyenne que la note institutionnelle dont elle provient. On fait abstraction des moyennes.

2.5 Effets combinés des moyennes et des écarts types

L'observation de la figure suivante permet d'affirmer:

- que le segment qui va de $\bar{x} - 3\sigma$ à $\bar{x} + 2\sigma$ sur l'échelle du haut est découpé proportionnellement au segment qui va de $\bar{x}' - 3\sigma'$ à $\bar{x}' + 2\sigma'$ sur l'échelle du bas;
- qu'à cause de cela, les lignes pointillées se rencontrent toutes en un seul et même point: P;
- qu'ainsi, pour toute note institutionnelle n située n'importe où entre $\bar{x} - 3\sigma$ et $\bar{x} + 2\sigma$ sur l'échelle du haut, on situe sa valeur modérée n' sur l'échelle du bas en joignant le point P au point n et en prolongeant jusqu'à l'échelle du bas: ce point d'intersection sera justement n'.

MODERATION



Pour les notes institutionnelles situées entre 0 et $\bar{x} - 3\sigma$ et celles localisées entre $\bar{x} + 2\sigma$ et 100, il suffit de déterminer deux points U et V et de procéder à une construction identique à celle effectuée. Cette façon de modérer une note institutionnelle inférieure à $\bar{x} - 3\sigma$ ou supérieure à $\bar{x} + 2\sigma$ est évidemment moins satisfaisante que dans le cas d'une note comprise entre $\bar{x} - 3\sigma$ et $\bar{x} + 2\sigma$. Il faut cependant reconnaître que cela n'affecte qu'un tout petit pourcentage des notes institutionnelles.

2.6 Un exemple

Les notes institutionnelles d'un groupe d'élèves ont les caractéristiques suivantes: $\bar{x} = 71$ et $\sigma = 11$. Si l'examen uniforme administré à ce même groupe d'élève possède les caractéristiques: $\bar{x}' = 58$ et $\sigma' = 10$, alors l'effet de la modération sur les notes institutionnelles est fourni par le tableau ci-contre.

Elève	n	n'
1	67	55
2	93	78
3	64	52
4	68	55
5	70	57
6	43	32
7	90	75
8	85	71
9	87	73
10	57	45
11	63	51
12	70	57
13	67	55
14	66	54
15	91	76
16	74	61
17	72	59
18	71	58
19	62	50
20	68	55
21	79	65
22	68	55
23	70	57
24	69	55
25	73	60
26	69	56

2.7 Limites de la formule de modération

- 1- Cette formule n'est pas applicable si le groupe ne renferme qu'un élève ou si σ est nul.
- 2- Chaque groupe doit comprendre au moins deux candidats.
- 3- Il faudra posséder pour un groupe d'élèves 80% des résultats dans chacune des séries, c'est-à-dire 80% des notes institutionnelles et 80% des notes à l'examen uniforme. Il n'est pas nécessaire que ce soit les mêmes candidats qui constituent les 80% de chaque série de scores.

2.8 Avantages de ce type de modération

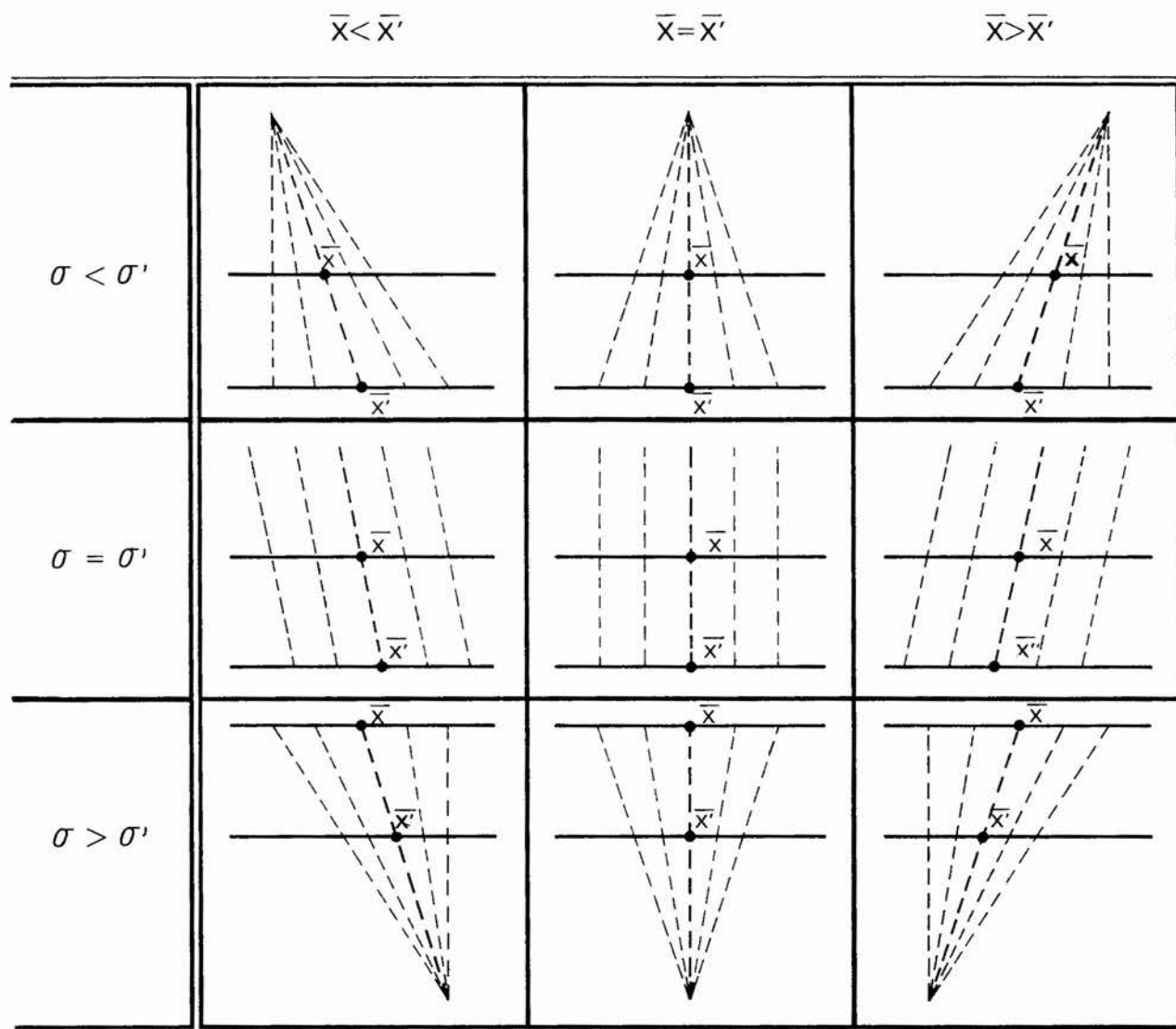
- 1- Cette modération exploite, par la référence au rendement du groupe, une qualité que l'examen ne possède pas en tant qu'instrument de mesure du rendement individuel.
- 2- Les notes modérées ainsi obtenues rendent comparables les notes institutionnelles de deux groupes présumés de même force mais où les moyennes reflètent une appréciable différence entre les exigences respectives des deux professeurs impliqués.
- 3- Cet avantage est conservé dans le cas de deux groupes présumés de force différente mais où les maîtres ont adapté leurs exigences de telle sorte que les deux moyennes ne diffèrent pas sensiblement.
- 4- Toute note institutionnelle comprise entre 0 et 100 sera transformée en une note

modérée qui sera forcément comprise entre 0 et 100; en particulier 0 restera 0 et 100 restera 100; en outre, l'ordre (le rang) est respecté.

5. Même dans les petits groupes, la référence aux deux caractéristiques du groupe est encore préférable à un calcul basé uniquement sur les rendements individuels à l'épreuve.
- 6- La méthode de modération prend en compte, outre la moyenne, la dispersion des notes et plus particulièrement la mesure courante de cette dispersion, soit l'écart type. La formule a pour effet d'ajuster les notes institutionnelles de façon à ce que la moyenne des notes modérées soit à toute fin pratique égale à la moyenne du groupe à l'examen.

2.9 Effets de la modération sur les notes institutionnelles

Soient: $\bar{x}$ la moyenne des notes institutionnelles,
 σ l'écart type des notes institutionnelles,
 $\bar{x}'$ la moyenne à l'examen uniforme du Ministère,
 σ' l'écart type à l'examen uniforme du Ministère.



L'analyse des neuf situations présentées à la figure précédente démontre qu'il faut tendre à ce que les notes institutionnelles soient pas (ou peu) modérées.

Pour y arriver, il faut que:

$$\bar{x} \approx \bar{x}'$$
$$\sigma \approx \sigma' \quad \sigma \approx \sigma'$$

Dans les faits, ces résultats seront atteints si les deux conditions suivantes sont respectées:

- les moyennes des groupes se situent entre 55% et 70%;
- les évaluations sont discriminantes, c'est-à-dire que l'écart type doit se situer entre 10 et 15.

Il faut donc éviter:

- la surévaluation,
- la concentration des notes.

3. Conversion des scores d'examens

Pour diverses raisons, les scores bruts d'un examen uniforme ne sont pas en soi très significatifs. En effet, les examens uniformes, du moins dans l'état actuel des choses, ne sont pas des instruments standardisés après expérimentation (comme c'est le cas pour certains tests actuellement disponibles). Comme il n'est pas possible de supposer l'équivalence des questionnaires sur deux années consécutives, il ne reste qu'une possibilité, soit celle de supposer qu'il y a équivalence des clientèles (des

ensembles de candidats) sur deux années consécutives. Cette hypothèse n'est probablement pas valide à dix d'intervalle, mais elle est soutenable sur deux années consécutives.

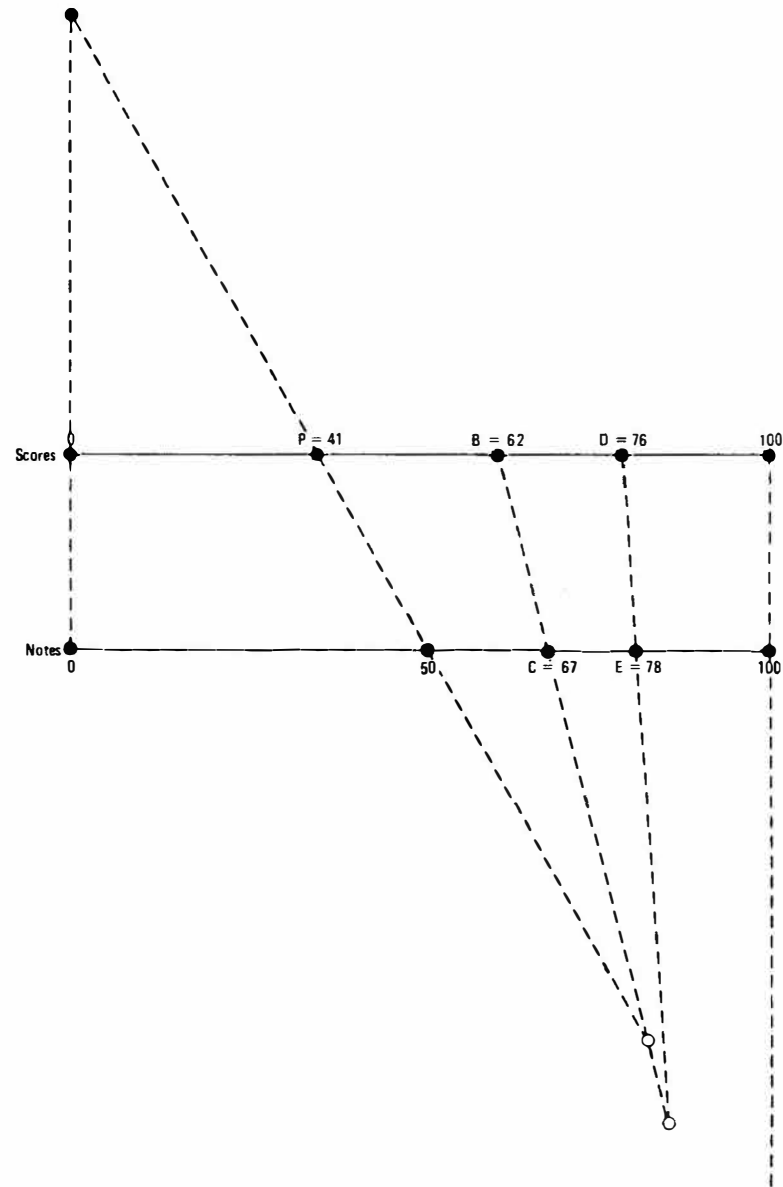
3.1 Description de la méthode utilisée

Le type de conversion utilisé consiste à choisir un score P auquel on fera correspondre la note de passage, soit 50, puis à transformer proportionnellement sur certains intervalles de la distribution (définis par certains paramètres également choisis dans ce cas) les autres scores bruts.

La représentation de la page suivante illustre un cas particulier.

Le score de passage est $P = 41$ qui sera converti en la note d'examen 50, la note devient la note 0, le score 100 devient la note 100; le choix des paramètres $B = 62$ et $C = 67$, signifie que le score 62 sera converti en la note 67, de même le choix des paramètres $D = 76$ et $E = 78$ signifie que le score 76 deviendra la note 78.

Dans l'intervalle allant de 0 à 41, tous les scores seront convertis proportionnellement en des notes de l'intervalle allant de 0 à 50; de même les scores de l'intervalle allant de 41 à 62 seront convertis proportionnellement en des notes de l'intervalle allant de 50 à 67; de même pour les scores de l'intervalle allant de 62 à 76 ainsi que ceux de l'intervalle allant de 76 à 100.



3.2 Un exemple

Prenons le cas d'un examen uniforme où, tel qu'illustré, le point P est fixé à 41 et les paramètres B, C, D et E ont été fixés respectivement à 62, 67, 76 et 78. Pour montrer les effets dans ce cas de la formule de conversion, voici le tableau partiel des valeurs de N (notes) correspondant aux diverses valeurs de S (scores).

S	N	S	N	S	N	S	N
0	0	28	34	57	63	76	78
1	1	31	38	60	65	77	79
2	2	34	41	61	66	78	80
4	5	37	45	62	67	81	83
7	9	40	49	63	68	84	85
10	12	41	50	66	70	87	88
13	16	42	51	70	73	90	91
16	20	45	53	71	74	93	94
19	23	48	56	72	75	96	96
22	27	51	58	73	76	98	98
25	30	54	61	75	77	99	99

3.3 Choix des paramètres

Le choix du paramètre P (score brut qui sera converti à 50) est fait en tenant compte du taux d'échecs qui en découlera. Au moment où ce choix s'effectue, les responsables de cette opération disposent des graphiques de distribution des scores bruts ainsi que des tableaux indiquant les rangs centiles qui correspondent à ces scores. Cela signifie que le rang centile correspondant au score P est en même temps le pourcentage des scores qui seront convertis en des notes inférieures à 50. Si par exemple, le score 41 correspond au 23^{ième} rang centile, alors choisir de convertir à partir de $P = 41$ équivaut à attribuer un échec à 23% des candidats.

Une fois le paramètre P choisi, les autres paramètres, soient B, C, D et E, sont choisis en tenant compte de la forme de la distribution des scores pour chaque examen. Ils peuvent servir à corriger partiellement cette distribution en la dispersant dans un certain intervalle et en la resserrant dans un autre. De toute façon, ces quatre derniers paramètres n'ont pas l'importance du premier, compte tenu du statut particulier de la note convertie 50.

La conversion ne tient aucunement compte des groupes d'élèves; celle-ci s'effectue uniformément sur la distribution entière formée des scores de tous les candidats à un examen uniforme.

3.4 Avantages

- 1- La conversion des scores bruts à un examen uniforme permet de contrôler le taux d'échecs à cet examen.
- 2- Cette conversion ne peut s'effectuer qu'à la hausse, elle ne peut donc en aucun cas diminuer la note de l'élève.
- 3- Cette conversion permet de corriger partiellement la distribution soit en dispersant soit en resserrant les notes à l'intérieur d'un intervalle donné.
- 4- Cette conversion conserve l'ordre (le rang) à l'intérieur de la distribution.

Référence: SEMEV 16-72-1 (avril 1974), MEQ.

EVALUATION PEDAGOGIQUE

Cette section du guide pédagogique contient l'énoncé de critères et de modalités, applicables à l'évaluation des apprentissages, susceptibles de favoriser un jugement de valeur sur le degré d'atteinte des objectifs du programme.

Il est important de se rappeler à cet égard la responsabilité de l'enseignant: "c'est d'abord dans la classe que l'évaluation s'effectue et c'est l'enseignant qui en est le premier responsable".¹ L'intégration de l'évaluation pédagogique à la démarche dynamique d'apprentissage de l'élève doit être une préoccupation primordiale de l'enseignant.

"L'évaluation de l'apprentissage doit porter sur les objectifs de formation en vue desquels l'élève est appelé à travailler quotidiennement. Faire porter l'évaluation sur les objectifs de formation, c'est l'accorder avec les processus mentaux auxquels l'enseignement fait appel. C'est une question de qualité de l'éducation et de justice pour l'élève. Ce serait manquer de cohérence, par exemple, que de faire surtout appel à la compréhension et à l'analyse pendant l'enseignement et d'évaluer ses élèves ensuite par rapport à la simple mémorisation."²

L'évaluation pédagogique ne doit pas se faire sans motifs.

"Quelles que soient les raisons d'évaluer l'apprentissage de l'élève, on doit toujours avoir conscience du motif qui sous-tend toute opération d'évaluation qu'on entreprend.

-
1. Gouvernement du Québec, Ministère de l'Éducation, L'Ecole québécoise, énoncé de politique et plan d'action, 1979, page 96.
 2. M.E.Q., Politique générale d'évaluation pédagogique, secteur du préscolaire, du primaire et du secondaire, septembre 1981, no 16-7500, page 10.

Est-ce pour mesurer le progrès individuel d'un élève vers l'objectif recherché? Est-ce pour avoir une idée générale du progrès de l'ensemble des élèves de l'école ou d'un groupe donné dans la poursuite du programme? Est-ce pour procéder à la formation de sous-groupes de travail dans une classe et favoriser ainsi un meilleur respect du rythme d'apprentissage pour chaque groupe concerné? Est-ce pour informer les parents sur les progrès de leurs enfants? Est-ce pour juger des stratégies d'enseignement utilisées?"¹

L'enseignant étant le principal responsable de l'évaluation pédagogique de l'élève, c'est donc à lui que revient la responsabilité de fixer le moment pour l'application d'un instrument de mesure.

"En évaluation formative, l'enseignant est habituellement le plus apte à fixer le moment de relever des indices. L'enseignant sait quand l'activité d'apprentissage a eu lieu et il peut déterminer le moment propice pour vérifier si l'apprentissage, lui aussi, a véritablement eu lieu chez l'élève.

L'enseignant tout comme le directeur d'école peuvent également fixer le moment où ils doivent poser certains gestes d'évaluation sommative. Si, par exemple, ils désirent vérifier chez les élèves le degré de maîtrise réelle d'un ensemble de concepts ou d'habiletés, ils pourront procéder à une évaluation-synthèse dont ils détermineront eux-mêmes les moments tout en tenant compte du plan d'évaluation."²

1. M.E.Q., Politique générale d'évaluation pédagogique, secteur du préscolaire, du primaire et du secondaire, septembre 1981, no 16-7500, page 10.

2. Ibid, page 10.

Dans le processus dynamique de l'apprentissage, l'évaluation joue un rôle primordial et contribue à:

- "fournir des données sur la qualité du rendement scolaire des élèves et de leur développement général ;
- aider à prendre connaissance de la qualité de l'apprentissage réalisé par les élèves;
- aider au diagnostic de problèmes particuliers ou collectifs de rendement scolaire ou de développement général des élèves;
- conduire à des décisions permettant d'orienter l'activité pédagogique".¹

Les travaux, questionnaires de contrôles, tests, examens, etc. sont fréquemment utilisés comme instruments de mesure par les enseignants. Certains d'entre eux dépassent ce stade en élaborant des grilles d'observation qui servent d'outil à l'évaluation. Dans cette foulée, ce guide pédagogique propose des grilles qui se veulent des instruments susceptibles de favoriser une évaluation formative supportée par une interprétation critériée (grille du type A), tout en ne négligeant pas l'évaluation sommative où intervient également l'interprétation normative (grille du type B).

Que les grilles fournies dans ce document soient employées ou non, le maître ne devrait généralement pas utiliser les résultats ayant servi à une évaluation formative comme éléments à la base d'une interprétation normative. En d'autres mots, ces résultats sont des indices permettant un enseignement correctif et ils ne doivent habituellement pas figurer sur le bulletin officiel de l'élève.

1. S.G.M.E., La mesure critériée et la mesure normative, 1976.

L'évaluation sommative consignée au bulletin de l'élève, vise à contrôler la maîtrise d'un ensemble d'objectifs d'apprentissage. A l'évaluation formative, elle ajoute le temps (la rétention) et l'accumulation des connaissances (qui peut dans certains cas augmenter la maîtrise). Cette évaluation comporte un seuil minimal (la note de passage). Pour toutes ces raisons, elle semble posséder les caractéristiques qui conduisent à l'interprétation critériée et peut occasionnellement servir à une telle interprétation.

Le tableau tétrachorique suivant situe le cadre du processus dynamique de l'évaluation des apprentissages et de son interprétation dans une démarche pédagogique explicitée aux paragraphes précédents.

		INTERPRETATION	
		NORMATIVE	CRITERIEE
EVALUATION	FORMATIVE	Utilisation occasionnelle	Usage à privilégier
	SOMMATIVE	Usage à privilégier	Utilisation occasionnelle

Les grilles de la catégorie A permettent une évaluation formative des apprentissages. La mesure peut s'effectuer à l'aide des tests diagnostiques, ceux-ci assurant la mesure du degré de maîtrise de chaque objectif terminal. Ces tests vont favoriser une interprétation critériée des acquis de chaque élève et faciliter un enseignement correctif adéquat. Ces tests ne servent qu'au diagnostic et ne doivent pas être utilisés à des fins de promotion. Une mesure ponctuelle est effectuée sur chaque objectif général. Le résultat de cette mesure exprimé sur 100 est alors pondéré par le facteur n. Cette pondération est nécessaire afin que les notes reflètent l'importance relative accordée à chacun des objectifs généraux. Il est possible de déterminer la valeur du n en s'inspirant des pourcentages du tableau présenté à la section 5.2 du programme, étalés sur 100%. La cote ainsi obtenue est reportée à la case appropriée de la grille B.

Comme le rendement d'un élève n'est pas toujours "directement proportionnel" à ses résultats, l'enseignant est fortement encouragé à favoriser une co-évaluation où le maître et l'élève évaluent conjointement le "rendement général" de l'élève à partir de critères acceptés par tous: effort, constance, qualité et quantité de travail, participation, etc. en exprimant le résultat à l'aide d'une échelle telle:

- 5 excellent,
- 4 très bon,
- 3 bon,
- 2 passable,
- 1 médiocre,
- 0 nul.

La moyenne de ces co-évaluations est reportée à la case correspondante de la grille B. La grille A étant complétée, l'enseignant peut s'en servir comme un des éléments importants qui lui permet d'effectuer une évaluation critériée des apprentissages de chaque élève.

La grille de la catégorie B permet de colliger les cotes correspondant aux "co-évaluations" et aux "examens" calculées à chacune des grilles A. La moyenne des cotes de la colonne "co-évaluation" et la sommation des cotes pondérées de la colonne "examen" permettent d'obtenir un portrait général du rendement de l'élève. La mesure obtenue à l'aide de l'examen final dont le contenu doit nécessairement toucher à tous les objectifs généraux d'un programme permet de vérifier si l'élève a été capable de faire une synthèse des concepts étudiés. Cet examen final doit être préparé et administré par l'organisme scolaire (une commission scolaire, une commission scolaire régionale ou le ministère de l'Education) responsable de l'application de ce programme. La demi-somme des examens et de l'examen final fournit un résultat exprimé sur 100 qui permet une évaluation générale du rendement de l'élève. Les deux cotes qui apparaissent au bas de cette grille peuvent servir d'éléments importants dans l'évaluation sommative face aux acquis académiques de l'élève et dans la décision concernant la promotion de ce dernier.

Les pages qui suivent regroupent les grilles des catégories A et B. Celles-ci couvrent l'ensemble du programme du second cycle du secondaire.

		Co - évaluation		Examen		Examen final		B		
Prénom :									Nom :	
Programme de : second cycle, sec. III										
OBJECTIFS GÉNÉRAUX										
1	FAVORISER chez l'élève l'application des connaissances arithmétiques ou algébriques.									
2	FAVORISER chez l'élève l'analyse de situations géométriques.									
3	INITIER l'élève à l'analyse de données statistiques ou probabilistes.									
Co - évaluation : 5 Excellent 4 Très bon 3 Bon 2 Passable 1 Médiocre 0 Nul		Promotion : _____								
		Remarques : _____								

		Moyenne								
						100				
						100				
						200				
						100				

Prénom :		Nom :	
Programme de : second cycle, sec. V			
OBJECTIF GÉNÉRAL	N° 3	INITIER l'élève à l'analyse de données statistiques ou probabilistes.	
OBJECTIFS TERMINAUX			
3.1	RESOUDRE des problèmes où le dénombrement intervient.		A
3.2	RESOUDRE des problèmes issus de situations fournissant une distribution statistique ou probabiliste à un caractère.		
3.3	RESOUDRE des problèmes issus de situations fournissant une distribution statistique ou probabiliste à deux caractères.		
			n = 0,27
			x n
			Moyenne

Co - évaluation :

- 5 Excellent
- 4 Très bon
- 3 Bon
- 2 Passable
- 1 Médiocre
- 0 Nul

Remarques : _____

		Co - évaluation	Examen	Examen final	B
Prénom :	Nom :				
Programme de : second cycle, sec. V					
OBJECTIFS GÉNÉRAUX					
1	FAVORISER chez l'élève l'application des connaissances arithmétiques ou algébriques.				
2	FAVORISER chez l'élève l'analyse de situations géométriques.				
3	INITIER l'élève à l'analyse de données statistiques ou probabilistes.				
Co - évaluation : 5 Excellent 4 Très bon 3 Bon 2 Passable 1 Médiocre 0 Nul Promotion : _____ Remarques : _____ _____		Moyenne			100
					100
					200
					100

MATERIEL DIDACTIQUE

L'enseignement de la mathématique, pour être valable, doit se fonder sur la découverte et l'utilisation par l'élève de certains concepts de base: classification, nombres, numération, mesure, opérations ou formes géométriques. Or, dans cette démarche, la manipulation revêt une importance telle qu'on ne saurait s'en passer. En effet, c'est à partir de situations quotidiennes, de tâches motivantes et d'expériences diverses, grâce à des jeux, à des codes ou à des représentations, que l'enfant construit ses propres concepts et peut opérer ses propres abstractions.

Pour favoriser une telle démarche, maître et élèves doivent recourir à un matériel didactique abondant, varié et facile d'accès. A cause des contraintes multiples imposées par le coût du matériel, le nombre d'usagers et les problèmes d'entreposage, une organisation pédagogique et physique de l'utilisation de ce matériel devient une nécessité.

Voici une liste non exhaustive de matériel didactique qui ne comprend ni les documents écrits (manuels, cahiers d'exercices, cahiers de réponses, guide du maître) ni les documents audio-visuels.

MATERIEL POUR UNE CLASSE

QUANTITE	DESCRIPTION
<u>Mesure d'angle et de longueur</u>	
1	Compas pour tableau, bois, longueur 420 mm, pivot double, caoutchouc-acier.
1	Courbe flexible, barre de plomb, monture de vinyle, longueur 600 mm.
1	Equerre pour tableau, plastique ou bois, 30° - 60°, droite-gauche, hauteur 500 mm, graduée, poignée.
1	Equerre pour tableau, plastique ou bois, 45°, droite-gauche, longueur 400 mm, graduée, poignée.
1	Rapporteur pour tableau, plastique ou bois, 180°, droite-gauche, longueur de la base 500 mm.
1	Règle pour tableau, plastique ou bois, largeur 64 mm, longueur 1000 mm, graduée, poignée.
1	Té pour tableau, plastique ou bois, longueur 900 mm, poignée.
3	Clinomètre, type revolver, plastique avec plomb.
3	Compas à calibrer, plastique ou bois, longueur 300 mm, mesures intérieures et extérieures.
3	Micromètre (0-25) mm ou 0,01 mm, acier inoxydable.
3	Pied à coulisse, longueur 900 mm à 1000 mm, gradué, mesures intérieures et extérieures.

QUANTITE	DESCRIPTION
----------	-------------

Mesure d'angle et de longueur (suite)

- | | |
|---|---|
| 3 | Roue à mesurer, plastique, circonférence 1000 mm, graduée, déclic sonore, manche. |
| 3 | Ruban à mesurer, fibre de verre, longueur 20 000 mm, graduée en millimètres. |

Volume et surface

- | | |
|----|---|
| 1 | Centimètres cubes (1000), masse 1 gramme, plastique, couleurs assorties, emboitables. |
| 1 | Litre, plastique clair, cube de 100 mm d'arête, gradué en millimètres. |
| 35 | Grille transparente, plastique, 200 mm x 200 mm, mesure de surface. |
| 1 | Mètre cube squelettique, démontable, 3 tiges peintes au décimètre. |
| 1 | Récipient plastique, 1000 ml, gradué 50 ml, bec verseur et anse. |
| 1 | Solides évidés, plastique, hauteur 150 mm, trou de remplissage, jeu de 14. |

Géométrie et algèbre

- | | |
|----|---|
| 1 | Angle au centre et angle inscrit, matériel aimanté. |
| 17 | Géoplan, planche, 300 mm x 300 mm, chevilles, bandes élastiques, couleur. |

QUANTITE	DESCRIPTION
----------	-------------

Géométrie et algèbre (suite)

- | | |
|---|---|
| 1 | Parallèles coupées par une sécante, matériel aimanté. |
| 1 | Théorème de Pythagore, matériel aimanté. |

Matériel complémentaire

- | | |
|----|---|
| 1 | Boussole, type Brunton "Cadet", miroir de visée, graduation 0-360, droite-gauche. |
| 35 | Calculatrices scientifiques à logique algébrique. |
| 1 | Droite numérique, tableau magnétique, largeur 200 mm, longueur 1500 mm, disques. |
| 1 | Initiation, probabilité, statistique, (trousse). |
| - | Niveau inclinable, angles horizontaux, grossissement 18X. |
| 1 | Planimètre polaire compensateur, plastique, loupe. |
| 10 | Polyformes, assemblage de cartons rigides, bandes élastiques. |
| 10 | Volumes à construire, pailles plastiques, liens, noeuds de jonctions. |
| 35 | Miroirs, (Mira ou autres). |
| 1 | Blocs multibases (1 ensemble). |
| 2 | Réseaux logiques et blocs logiques. |

QUANTITE	DESCRIPTION
----------	-------------

Matériel complémentaire (suite)

2	Trimath et quadrimath.
1	Tableau à coordonnées polaires et à coordonnées rectangulaires (recto-verso). Jeux mathématiques divers.
8	Micro-ordinateurs.

MATERIEL FOURNI PAR L'ECOLE

QUANTITE	DESCRIPTION
----------	-------------

	Colle de résine, blanche, bidon de 5 kg.
	Jeu de cartons, couleurs variées.
	Papier millimétrique quadrillé.
35 par classe- atelier	Ciseaux tout usage, acier, longueur 200 mm, (droite, gauche).

MATERIEL ACHETE PAR L'ELEVE

QUANTITE	DESCRIPTION
	Compas à crayon, laiton, longueur 150 mm, vis de blocage ou pince.
	Equerre de dessinateur, plastique clair, hauteur 150 mm, 30° - 60° , droite-gauche.
	Equerre de dessinateur, plastique clair, hauteur 150 mm, 45° , droite-gauche.
	Rapporteur d'angles, plastique, 150 mm, demi-circonférence, double échelle, mire.
	Règle à mesurer, plastique ou bois, 300 mm, graduée en millimètres.
	Calculatrice scientifique à logique algébrique.

Voici une bibliographie non exhaustive qui peut être source de suggestions d'activités.

A noter que, règle générale, n'apparaissent pas dans cette section les livres agréés par le ministère de l'Education ainsi que les matériels (fiches) qui existent dans les commissions scolaires.

OBJECTIF GENERAL 3

INITIER l'élève à l'analyse de données statistiques ou probabilistes.

-
-
- Adler, I. Probability and Statistics for Everyman, How to Understand and Use the Laws of Chance. Signet Science Library, T 2850.
- Adler, I. Statistiques et probabilités pour aujourd'hui. HMH, 1969.
- Alalouf, S. et autres. Statistique descriptive, fascicule général. PERMAMA, (PMM-3007), Télé-université, 1977.
- Alalouf, S. et autres. Statistique descriptive, cahier de fiches. PERMAMA, (PMM-3007), Télé-université, 1977.
- Alalouf, S. et autres. Probabilités, fascicule général. PERMAMA, (PMM-3008), Télé-université.
- Alalouf, S. et autres. Probabilités, cahier de fiches. PERMAMA, (PMM-3008), Télé-université.
- Alalouf, S. et autres. Variable aléatoire, fascicule général. PERMAMA, (PMM-3009), Télé-université, 1976.
- Alalouf, S. et autres. Variable aléatoire, cahier de fiches. PERMAMA, (PMM-3009), Télé-université, 1976.
- Allard, J. et Quintin, M. Eléments de mathématiques modernes, Matech III, Arithmétique et algèbre. Lidec, Inc.
- Ayer, A.J. "Chance, Mathematics in the Modern World", dans Readings from Scientific American. October, 1965.
- Baillargeon, G. et Rainville, J. Introduction à la statistique appliquée. Editions SMG, Trois-Rivières, 1976.
- Banwell, C.S. et autres. Points de départ. Adapté de l'anglais par Dubail, F. et autres, éditions Cédic, HMH, 1974.

- Barbut. Mathématiques des sciences humaines, I - Combinatoire et algèbre, II - Nombres et mesures. Collection SUP, Presses universitaires de France.
- Bastien, H., Bélisle, J.P., Ouellet, R. Statistique descriptive. 1980 (HEC).
- Bergamini, David. Les mathématiques. Collections Time-Life, Life le monde des sciences, 1969, 200 pages.
- Bergeron, A., Bordier, J., Warisse, M. Utilisation de la calculatrice pour l'enseignement des mathématiques au secondaire, recueil de problèmes. PERMAMA, (PMM-5026), Télé-université, 1981.
- Berkeley, E.C. Initiation aux statistiques et aux probabilités. Dunod.
- Bordier, J. et autres. "Simulation et phénomènes aléatoires", "La statistique", dans Enseignement de la mathématique et réalité. PERMAMA, (PMM-5010), Télé-université, 1978.
- Boursin, J.L. Les structures du hasard. Le Rayon de la Science, tome 24.
- Bouvier, A. et autres. Dictionnaire des mathématiques. Presses universitaires de France, Paris, 1979, 832 pages.
- Breny, H. Théorie des probabilités.
- Cluzel, R., Vissio, P. et autres. Mathématique et statistique. 1ère D, tome 2, Delagrave.
- Collin, F. et Renaud, P.-P. Probabilité, Statistique. M.E.Q.
- Engel, A. A Short Course in Probability; An Introduction to Probability; Topics in Probability and Statistics; Introduction to Computer Programming. CEMREL, Missouri, dans le cadre du CSMP (Comprehensive School Mathematics Program).
- Exner et autres. Finite Probability Spaces. Book 9, CEMREL, CSMP.
- Fehr, H. Unified Modern Mathematics. SSMCIS, Columbia University, N.Y.

- Fielker, D.S. Statistics. Topics from Mathematics, CUP.
- Filion, P. Probabilité et statistique. S.O.E.M., 1973.
- Glaxman, M. et Varga, T. Les probabilités à l'école. Cédic, HMH, 1973.
- Groupe Probabilités et Statistiques. Pourquoi enseigner la probabilité et la statistique? Session GRMS, juin 1979.
- Harper et Row. Statistics for Math Haters. Lovejoy Elijah P, 1975.
- Harris, J. et al. The School Mathematics Project (SMP), Books C, E, F, G, CUP.
- Hays, William L. Statistics for Psychologists. HRW, 1963.
- Jacobs, H.R. Mathematics A Human Endeavor. Freeman.
- Johnson, D. et autres. Activities in Mathematics, Statistics. Scott, Foresman.
- Kay, M. "Probability, Mathematics in the Modern World" dans Readings from Scientific American. January, 1964.
- Kemeny, J.G. et autres. Algèbre moderne et activités humaines. Dunod.
- Lanouette, C. P-2: Les oiseaux classifiés, Partitions. SMTE.
- Lennart, R. The Teaching of Probability & Statistics. Wiley Interscience Division, John Wiley & Sons Inc., N.Y., Library of Congress Card Number 77-129972.
- Leurion, J. Statistique descriptive. Les mathématiques aux B.E.P., Foucher-Paris.
- Lovejoy, P. Statistics for math laterers. Harper & Row, 1975.
- Moroney, M.J. Comprendre la statistique, vérités et mensonges des chiffres. Marabout Université, Belgique, 1970.

- Mumford, R. An Introduction to Probability. The Copp Clark Publishing Company.
- N.C.T.M. Arrangements and Selections. Experiences in Mathematical Discovery, no 5.
- N.C.T.M. Teaching Statistics and Probability. 1981 Yearbook, National Council of Teachers of Mathematics, Virginia, 1981.
- The Open University. Probability and Statistics I, II, III, Mathematics Foundation Course. Units 16, 18, 21, The Open University Press.
- Paquette, G. "Etude de réseaux routiers", dans Bulletin de l'A.M.Q., vol. 14.
- Paquin, R. et autres. Probabilité et statistique. Livre 15, Eléments de mathématiques modernes, Lidec Inc.
- Piaget, J. et autres. La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant. Bibliothèque de philosophie contemporaine, PUF.
- Reniy. Calcul des probabilités. Collection universitaire de mathématiques, Dunod.
- Savard, J.G. Statistiques. H.R.W., Montréal, 1978.
- Spiegel, M.R. Théorie et applications de la statistique, dans série Schaum. McGraw-Hill, Montréal, 1972.
- Tanur & al. Statistics: A Guide to the Unknown. Holden-Day Inc., San Francisco.
- Tricot et autres. Ensembles et statistiques. McGraw-Hill.
- Varga, T. et Dumont, M. Combinatoire, statistiques et probabilités de 6 à 14 ans. (Elève et maître), O.C.D.L., (HMH), 1973.
- Wallis, W.A. et Robert, H.V. The Nature of Statistics. Glencol, The Free Press, Illinois, 1965.
- Warusfel, André. Dictionnaire raisonné de mathématiques. Editions du Seuil, Paris, 1966, 514 pages.
- Willerding, M. Probability: the Science of Chance. The Franklin Mathematics Series.
- Winer, B.J. Statistical Principles in Experimental Design. McGraw-Hill, 1962.

