Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation
Direction générale
du développement pédagogique

16 — 2300 — 07

GUIDE PÉDAGOGIQUE

• Primaire

MATHÉMATIQUE

Fascicule G
Mesures

Direction des programmes
Service du primaire

Novembre 1980

MATHÉMATIQUE

FASCICULE G

MESURES

ISBN 2 – 550 – 00677 – 1

Dépôt légal – deuxième trimestre 1980
Bibliothèque nationale du Québec

TABLE DES MATIÈRES

PRÉSENTATION

L'avènement récent du Système international d'unités (SI) dans nos écoles a contribué à redonner un nouvel élan à la pédagogie de la mesure. La parution de ce fascicule ne manquera pas d'imprimer à cet élan un dynamisme encore plus poussé en provoquant chez tous les agents d'éducation une prise de conscience plus grande des réalités mathématiques cachées dans l'apprentissage de la mesure.

Beaucoup plus que la simple utilisation technique d'unités ou d'instruments, la mesure constitue un élément important pour ne pas dire capital de l'apprentissage du nombre et de celui de la géométrie. Il est superflu d'insister ici sur le rôle de la mesure dans la démarche expérimentale mise de l'avant dans l'enseignement des sciences de la nature à l'école primaire.

Estimer avant de mesurer, choisir l'unité la plus appropriée à la mesure de telle ou telle grandeur, déterminer les limites supérieures et inférieures à l'intérieur desquelles une mesure doit se situer, procurent à l'enfant de nombreuses occasions d'affiner son jugement, de mieux juger de la valeur des choses et de donner plus de rigueur à ses démarches d'apprentissage.

Dans ce contexte, l'initiation à la mathématique de l'aléatoire vient pondérer cette belle rigueur en lui ajoutant un caractère relativiste qui cadre, beaucoup plus souvent qu'autrement, avec la réalité quotidienne. Voilà pourquoi il est question également de probabilités et de statistiques.

Puisse ce document aider les enseignants dans l'accomplissement de leur tâche.

1. Introduction

L'histoire de la mesure, s'il fallait l'écrire, raconterait l'histoire de l'homme et de la communication tant la mesure a toujours été présente dans tous les secteurs de l'activité quotidienne. Il est permis de croire que c'est là un des thèmes les plus anciens de la mathématique à l'école. C'est un élément universel dans les programmes scolaires. S'il arrive que l'on reproche aux concepteurs de programmes de suivre des modes en développant, d'une façon temporaire et exagérée, des sections de programme, il est permis de croire qu'un tel reproche n'a jamais été adressé relativement à la mesure.

La mesure rejoint toutes les disciplines de l'enseignement. Dans un souci d'intégration et de coordination, l'enseignant choisira ses applications de mesures dans diverses disciplines, tout comme il verra à faire un bon usage du langage mathématique au moment de l'apprentissage des autres disciplines. Dans leur action quotidienne, l'enseignant et ses élèves sont constamment en contact avec la mesure.

Ainsi en est-il durant la leçon de sciences, lorsque l'enfant, dans des expériences, utilise (au besoin) une règle graduée, une balance, un contenant gradué, un thermomètre, une boussole, etc. D'ailleurs, les sciences elles-mêmes se sont développées au même rythme que les instruments de mesure qu'elles se sont donnés.

Les sciences humaines utilisent les mesures dans l'étude qu'elles font du milieu et dans les considérations qu'elles émettent sur les échanges entre les peuples.

Les arts plastiques, avec les notions de contraste et d'équilibre qu'ils véhiculent, utilisent implicitement des mesures. De même, grâce à la perspective, l'artiste recrée l'illusion du paysage et bâtit, pour ainsi dire, une troisième dimension.

La mesure est présente dans la musique. On peut reproduire les notes de la gamme en faisant vibrer une corde dont la longueur varie dans des proportions fixées à l'avance. Le métronome établit le rythme par des battements qui mesurent le temps.

L'éducation physique utilise la mesure pour établir la fiche anthropométrique d'un individu à l'entraînement. Elle l'utilise aussi pour délimiter les espaces requis par un jeu ou pour quantifier des records dans la pratique du sport.

Dans la langue, la mesure est aussi présente. Ainsi, en poésie, chaque syllabe d'un vers est mesurée par l'unité appelée le pied. Par ailleurs, les comptines que l'on retrouve dans les jeux d'enfants ont une relation directe avec la mesure. Il suffit d'être attentif au moment d'une conversation pour voir jusqu'à quel point le rythme dans notre élocution et la précision dans notre langage se caractérisent par la présence d'une métrique ou d'autres éléments de mesure.

Il semble donc que l'on puisse faire des apprentissages de la mesure à partir de bon nombre de situations scolaires et qu'il n'y a pas toujours lieu d'inventer des prétextes à cet apprentissage.

Cette présence et cette importance de la mesure se situent encore davantage hors de l'école. Chaque pays s'est défini des unités et voit à assurer une surveillance adéquate des normes établies. Un système de poids et mesures, selon l'expression consacrée, est essentiel à la bonne marche du commerce. Depuis près de deux siècles, un mouvement d'unification à l'échelle mondiale a fait que le système métrique s'est répandu à travers le monde. Le Québec utilise déjà dans plusieurs domaines les unités reconnues par le Système international d'unités (SI).

Une révision du programme de mesures est souhaitée depuis longtemps. Si l'apparition des unités métriques à l'école demande des ajustements dans le contenu du programme, il n'en demeure pas moins que plusieurs sont conscients de la nécessité d'un renouvellement des approches didactiques dans ce domaine. Nous allons essayer de préciser les limites d'un nouveau contenu. Nous tenterons aussi, dans ce fascicule, d'expliciter cette pédagogie qui assurera l'apprentissage de la mesure.

2.
Mesure et Programme

L'enseignement de la mesure à l'école primaire peut difficilement être dégagé de tout contexte et traité pour lui-même. Il est presque toujours lié à des activités dans d'autres disciplines ou dans d'autres sections du programme de mathématiques.

> «Le but des activités relatives à ce thème est de permettre, en liaison avec certaines activités du programme de sciences à l'école primaire et à la classe maternelle: l'exploration, l'abstraction et l'utilisation progressives de certains concepts associés à la mesure de grandeurs, dans des contextes variés et en relation avec la vie courante; la mise au point et l'entretien de moyens d'expression et de certaines habiletés (mesurage, estimation) correspondant à ces concepts; une initiation complète à la notion du hasard et à quelques notions statistiques de base, en relation avec le vécu de l'enfant.»[1]

Pour atteindre cet objectif général, l'élève est amené, tout au cours de l'enseignement primaire, à réfléchir sur plusieurs questions, à utiliser des outils et à rendre compte de ses observations.

Sans que l'enfant ait à formuler de théorie, si simple soit-elle, sur le sens et l'objet de la mesure, il n'en est pas moins amené à distinguer l'objet à mesurer de l'instrument de mesure tout comme il est appelé à différencier la mesure, de l'unité de mesure. Ces notions se préciseront tout au cours de l'enseignement primaire.[2]

Nous utilisons des nombres naturels pour compter les objets d'un ensemble; d'autres utilisent les mêmes nombres pour autre chose. Nous utilisons le mètre en bois pour mesurer les dimensions du local; d'autres utilisent une roue graduée d'un mètre de circonférence pour faire le même travail. C'est le même «mètre».

L'enfant devra savoir choisir l'unité convenable. Cette exigence pourra venir d'une association première entre l'objet à mesurer et l'instrument utilisé ou de la rigueur demandée dans la précision de la mesure. Il est normal de mesurer une table en centimètres. Le recouvrement de la table, à l'aide d'une vitre que l'on fera couper, exigera une précision au millimètre près. Cette exigence amènera l'enfant à utiliser la notion d'encadrement.

Dans son apprentissage, il devra, et cela est fondamental, être capable d'estimer, c'est-à-dire évaluer approximativement des mesures avec une précision définie par ses capacités et par les unités qu'il aura expérimentées. Cette habileté est rattachée aux techniques d'arrondissement du nombre et aux transformations en multiples et en sous-multiples d'unités. Cette table mesure approximativement 44 centimètres, soit 4 décimètres si on demande une précision au décimètre près. À l'aide d'une règle graduée, la mesure trouvée est de 43,2 centimètres et on pourra dire qu'elle mesure 432 millimètres. Toutes ces techniques d'estimation, d'arrondissement ou de conversion se retrouvent parfois dans une même activité bien qu'elles fassent appel à des habiletés différentes.

Ces objectifs d'ordre mathématique et ces habiletés à développer influenceront la pédagogie, ce qui se traduira par certaines exigences quant aux interventions auprès des enfants, à la présentation du sujet et à la didactique en général.

---

1. (Programme-cadre, Ministère de l'Éducation, page 12, document 16-2313)
2. Le nouveau programme (1980) endosse entièrement les objectifs énoncés ici.

3. Mesure et autres parties du programme

3.1 Interdépendance des thèmes mathématiques

Dans chaque discipline, en ce qui concerne l'analyse, on utilise les principes de la mesure pour comparer des éléments de même nature, exprimer des fréquences, quantifier des différences, etc. À l'intérieur même du programme de mathématiques, les relations entre ses parties sont multiples. Le choix que l'on fait dans l'introduction intuitive ou formelle d'une notion permettra d'aborder ou non telle autre notion. Le moment choisi pour introduire et organiser un programme sur la mesure pourra ainsi varier selon les options prises.

Tous les aspects qui caractérisent le contenu de l'étude de la mesure tels les concepts d'encadrement, de bornes supérieure et inférieure, d'unités conventionnelles ou non, d'estimation, de précision, etc. ainsi que tout ce qui touche le rôle de l'enfant et l'attitude de l'enseignant dans les options didactiques retenues seront traités largement dans ce fascicule.

Par ailleurs, l'étude de plusieurs de ces concepts se retrouve aussi dans d'autres fascicules. Ainsi, les nombres naturels constituent en soi un système de mesure: les nombres naturels servent à compter des objets, les éléments d'un ensemble; ils nous permettent de placer cet ensemble dans une classe et ainsi de trouver sa cardinalité. On dira, par exemple, «cet ensemble contient trois éléments». Le modèle mathématique des nombres naturels s'applique parfaitement au problème de l'évaluation quantitative d'un ensemble d'objets distincts. Dans une classe, 10 enfants font partie de l'équipe de ballon et 10 de l'équipe de hockey. Le nombre total d'enfants occupés à ces activités sportives sera de 20 enfants ou moins selon qu'aucun ou quelques-uns font partie des deux équipes; dans ce sens, le calcul sur les mesures de quantités distinctes s'apparente à des opérations sur les nombres naturels.

De même, examinons les problèmes suivants:

> J'ai 125 enfants qui constitueront des équipes de 12. Combien d'équipes pourra-t-on former?
>
> J'ai 125 enfants qui voyageront en minibus. Chaque minibus peut recevoir 12 enfants au maximum. Combien de minibus devront être loués?

Le contexte suggère dans chaque cas des réponses différentes; le calcul ainsi que l'interprétation des résultats nécessitent des habiletés inhérentes à la résolution de problèmes. Ces applications ne relèvent pas exclusivement de ce fascicule et, vu leurs connexions avec plusieurs aspects des mathématiques, elles peuvent se retrouver dans plus d'un fascicule selon le traitement qu'on en fait.

Une autre situation intéressante nous est amenée par les mesures de segments et l'étude des relations entre ces mesures qui mettent nécessairement l'enfant en contact avec les nombres irrationnels.

Ainsi en est-il lorsque l'enfant mesure la diagonale d'un carré qui a comme mesure la longueur du côté multipliée par la racine carrée de deux. De même, si l'enfant évalue des rapports de longueurs de circonférences avec les longueurs des diamètres correspondants, il sera en présence de valeurs se rapprochant du nombre. La meilleure expression de ces valeurs se fera en créant un encadrement et, dans ce cas, la valeur de $\sqrt{2}$ sera comprise entre 1 et 2, ou mieux, entre 1,41 et 1,42. Notons qu'avec la découverte des irrationnels, l'enfant se dirige vers l'identification de tous les points de la droite numérique. Bien que l'étude des irrationnels ne fasse pas partie du programme de l'enseignement primaire, on peut profiter d'occasions analogues à celles présentées plus haut pour éveiller l'enfant à l'existence de ces nombres, sans pour autant en faire un enseignement formel.

Ainsi des thèmes seront longuement présentés dans ce fascicule, d'autres ne seront qu'abordés pour être davantage développés dans d'autres documents. Les relations multiples entre tous ces thèmes constituent la trame de la toile mathématique et pourraient facilement nécessiter de vastes développements. Nous ne pouvons que souhaiter que chacun en fasse un objet de réflexion personnelle, sachant qu'il n'en sera pas traité ici du moins d'une façon systématique.

3.2 Tableau de références

Nous présentons, à titre indicatif, une énumération de quelques thèmes dont il sera question, souvent d'une façon plus complète dans d'autres documents. Le tableau qui suit donne ces renseignements en indiquant les thèmes visés et les renvois pertinents.

THÈMES	RENVOIS AU PRÉSENT FASCICULE	RENVOIS À D'AUTRES DOCUMENTS
Dessin à l'échelle	section 8.8	fascicule F
Division (partage et mesure)	section 7.4	fascicules C et E
Figures (congruence, symétrie, similitude)	section 8.7	fascicule F
Fraction		
— nombre décimal et précision de la mesure	chapitres 7, 8 et 9	fascicule E
— couple et probabilité	section 10.3	fascicule E
Mesure à l'unité près (système de numération, valeur de position, valeur approchée)	section 7.4	fascicules C et E
Mesure du discontinu (cardinalité)	section 4.1	fascicule C
Notion ensembliste	(utilisée dans les exemples)	fascicule B
Relation	section 8.7	fascicule B
Repérage	section 9.2	fascicules D et F
SI	sections 4.5 et 11.1	1. guide d'usage du système métrique du Conseil des ministres de l'éducation 2. fascicule du ministère de l'Industrie et du Commerce BNQ 9990 — 911

4. Qu'est-ce que mesurer à l'école?

Comprendre ce qu'est un système d'unités de mesure, saisir qu'il existe des problèmes propres à chaque situation rencontrée, être capable de faire une bonne estimation, savoir utiliser l'instrument adéquat, voilà globalement nos préoccupations et nos objectifs dans l'apprentissage de la mesure à l'école primaire.

4.1 Apprentissage de la mesure

Nos connaissances sur les fondements de l'apprentissage font valoir que, chez l'enfant, le développement de la notion de mesure se fait lentement et s'étend durant tout l'enseignement primaire.

Si, très tôt, l'enfant est préoccupé par les mots «plus», «moins», «égal», il faudrait voir là beaucoup plus l'expression d'une vision globale et qualitative, que la prise de conscience d'une grandeur à mesurer, du choix d'une unité et du comptage systématique d'une unité reportée autant de fois qu'il est nécessaire.

L'enfant très tôt connaît sa taille et sa masse parce que très tôt on lui dit quelle est sa taille et quelle est sa masse. De même, on peut l'entraîner à utiliser un outil déjà gradué: pensons à la lecture de la graduation d'un cadran sur une horloge ou d'une échelle sur un thermomètre. Ce n'est cependant que sur une longue période que va s'établir la notion de conservation de chaque grandeur mesurée.

L'expérience de la mesure débute chez l'enfant bien avant son entrée à l'école. Dans cet apprentissage, il est important de prévoir, les premières fois qu'il en est question au programme, une période d'observation qui permettra de connaître où en est l'enfant si globalement cela soit-il. Cette précaution est souvent escamotée soit par oubli, soit parce qu'on ne sait que faire de l'information reçue. Tenir compte du développement de chaque enfant n'est pas simple. Cependant, ces difficultés ne doivent pas nous détourner de cette tâche pour nous précipiter vers des conclusions hâtives qui imposeraient à chacun une poursuite linéaire et rigide des objectifs notionnels du programme.

Nous savons, par la psychologie de l'apprentissage, que la conservation des grandeurs est acquise à différents moments de la vie de l'enfant. Au début de l'enseignement primaire, l'enfant perçoit l'invariance du nombre si on déplace et regroupe différemment l'ensemble auquel il était associé. Par la suite, l'enfant résout des problèmes de conservation de mesure de segments. À la fin du premier cycle, l'enfant a une bonne perception de la conservation des aires auxquelles on fait subir des transformations même si ce n'est qu'au second cycle qu'il pourra utiliser adéquatement une grille pour effectuer des mesures. Dans ce cas, l'opération formelle arrive vers la fin de l'école primaire; il en est de même pour la perception de la conservation du volume. Quant à la notion de temps, ce n'est que vers le milieu du second cycle que l'élève rejoint le stade de l'opération concrète.

Quelles seront nos options didactiques? D'une part, les expériences en psychologie de l'apprentissage nous fournissent là-dessus un certain éclairage tout comme les objectifs pédagogiques du programme le font. D'autre part, la force de l'habitude fait que les programmes évoluent lentement. Il est fort probable que souvent les activités d'apprentissage de la mesure aient été formalisées trop tôt et que nous devions restructurer nos programmes en développant des expériences préalables en vue d'assurer la réussite de certains apprentissages. Ce renouvellement devra être précédé des périodes de réflexion nécessaires.

4.2 Démarche de l'enfant

Compte tenu de ce qu'est l'enfant et de ce qu'est l'apprentissage — du moins ce que nous en savons —, nous croyons essentiel que l'enfant participe d'une façon très active à son apprentissage. Nous n'allons pas reprendre ici un thème qui a été longuement développé dans la documentation pédagogique de ces dernières années et dont on retrouvera des commentaires dans le fascicule général du guide pédagogique sur la mathématique.

Pour tous renseignements concernant ce type de pédagogie, nous suggérons le film «Les dimensions de la classe» produit par le Service général des moyens d'enseignement (SGME) avant l'entrée en vigueur du Système international d'unités. Ce document conserve toute sa valeur autant vis-à-vis des moyens suggérés pour l'étude des longueurs que pour les observations qui peuvent être faites sur le comportement des enfants d'une même classe qui sont à des stades différents de cet apprentissage.

Les objectifs de contenu touchés par les enfants dans le film sont peu nombreux. Leur nombre reste cependant suffisant pour que nous puissions observer qu'une activité étant lancée, chaque enfant s'y insère avec ce qu'il est et qu'il pourra, selon son développement, atteindre un objectif particulier différent de celui de son voisin. Nous croyons, de plus, qu'il est facile de transposer dans d'autres exemples (aires, volumes et mesure d'angles) les activités suggérées sur les longueurs.

4.3 Variété du matériel

Reconnaître une grandeur comme une caractéristique mesurable demande que l'enfant ait abstrait cette idée de grandeur, de l'objet à mesurer. La longueur d'une baguette, l'aire d'une table, le volume d'une salle, l'angle formé par deux murs adjacents, la masse d'une chaise sont autant de caractéristiques que nous pouvons regrouper sous ce même titre de «grandeur». Pour amener l'enfant à associer, au mot grandeur, des significations distinctes et à appliquer l'instrument de mesure adéquat, nous croyons nécessaire de faire varier les objets à mesurer et les objets choisis comme unités.

Mesurer la table en la couvrant de livres, de pièces de carton ou d'une nappe, mesurer le bord du tableau en y appliquant des bâtons de craie, des brosses ou une règle graduée, mesurer une boîte en la remplissant de balles, de livres ou de blocs, etc. sont autant de situations où, ayant choisi un objet à mesurer, nous y avons appliqué plusieurs objets pris comme unités. Ce choix de l'objet à mesurer et cette variété des instruments utilisés constituent un cadre propice à la saisie, par l'enfant, de la compatibilité essentielle entre la grandeur à mesurer et l'unité de mesure.

Par ailleurs, à l'aide d'une brosse à tableau, d'un ballon ou d'un livre, mesurer la hauteur d'une armoire, l'aire de ses portes, son volume intérieur sont autant de situations où l'objet à mesurer est fixé et où l'outil qui servira à faire la mesure varie. Cette variation est double: d'abord, nous suggérons quelques objets comme unités; ensuite, la propriété retenue de l'objet change selon la mesure à effectuer. Ces situations présentent l'apprentissage de la mesure dans des conditions différentes et enrichissent l'expérience de l'enfant vis-à-vis de la compatibilité de la grandeur à mesurer et de l'unité choisie.

La variété du matériel tout comme la diversité des actions de l'enfant dans un apprentissage particulier nous semblent essentielles.

À un moment donné, l'enfant arrivera à évaluer une aire ou un volume en n'utilisant que des unités de longueur. Cette étape ne viendra qu'à la fin de son apprentissage puisqu'elle n'est véritablement accessible à l'enfant qu'à la fin de l'enseignement primaire ou même plus tard.

4.4 Unités non conventionnelles et unités conventionnelles

Nous qualifions d'unités conventionnelles des unités conformes à des étalons. Ainsi le mètre en bois d'utilisation courante, ordinairement gradué en centimètres et en millimètres, est conforme au mètre-étalon. Le rapporteur semi-circulaire d'angles est étalonné ou gradué en 180 degrés. Bref, les instruments de mesure sont gradués selon les unités que nous voulons utiliser.

Nous attribuons l'expression «non conventionnelles» aux unités utilisées au cours de l'apprentissage et qui ne sont pas conformes à un étalon. Mesurer la hauteur de la chaise avec une ficelle, mesurer une durée par l'intermédiaire d'un rythme, mesurer le volume d'une bouteille à l'aide d'une autre bouteille sont des activités où nous utilisons des unités dites «non conventionnelles» même si elles sont l'objet d'une entente momentanée de la classe.

Au moment des activités sur la mesure, une variation dans les objets à mesurer autant que dans les unités utilisées nous oblige donc à nous servir d'unités conventionnelles et d'unités non conventionnelles. Nous ne faisons que nous répéter lorsque nous insistons sur la nécessité d'une vaste exploration dans ce domaine pour amener l'élève à percevoir le sens de la mesure et, par après, la cohérence d'un système d'unités de mesure.

Il n'y a pas lieu d'articuler l'enseignement de la mesure en deux temps où nous retrouverions d'abord un usage exclusif d'unités non conventionnelles et, ensuite, un usage aussi exclusif d'unités conventionnelles. Selon les situations, nous ferons un choix des unités. Dans des activités quotidiennes, nous préférons utiliser des unités non conventionnelles. Ainsi en est-il si nous devons partager un gâteau, servir une consommation, emballer un cadeau, faire un mélange de terres, préparer un potager, etc. Par contre, nous préférons les unités conventionnelles si l'activité demande plus de précision ou si nous voulons facilement noter des mesures et les transmettre. C'est ce que nous faisons si nous voulons acheter un tapis, dresser un horaire, faire couper une vitre, etc. Les unités conventionnelles ou non conventionnelles pourront être utilisées concurremment suivant la méthodologie proposée.

4.5 Système international d'unités (SI)

Dans nos écoles, le Système international d'unités définit nos unités conventionnelles. Nous pourrions nous demander quels sont les avantages et les inconvénients d'un tel système dans l'apprentissage de la mesure.

Le SI est un système rationnel, simple, cohérent et précis. Les sessions de sensibilisation et de recyclage réalisées auprès du personnel ont démontré qu'autant de qualités pouvaient constituer un défi à l'apprentissage. En effet, la compréhension du Système international d'unités exige la capacité de comprendre la structure de notre système de numération puisque le SI utilise la même structure de valeur de position. Nous pouvons nous attendre à ce que l'élève y rencontre les mêmes difficultés.

Il est important que l'enseignement de la mesure se fasse selon l'éclairage didactique actuel pour arriver, à la fin, à un usage plus exclusif des unités SI. Cependant, l'apprentissage d'une notion par une exploration de tout ce qui touche son application et par une action soutenue de l'enfant ne saurait être remplacé par un usage trop hâtif d'unités SI. Nous ne voulons pas d'une réflexion abstraite sur un système de notation qui s'appuierait sur une expérience insuffisante.

Tout ce que nous souhaitons, c'est que l'introduction du SI favorise une nouvelle prise de conscience des exigences d'un bon apprentissage de la mesure et devienne ainsi l'occasion d'un renouveau dans cet enseignement.

5.
La mesure, outil de communication

Le langage mathématique a ses symboles, ses constructions, ses règles d'écriture. Il a son alphabet, ses mots, sa grammaire. Un bon usage de ce langage permet d'exprimer clairement des idées, de rapporter d'une façon précise des faits, des expériences. Le langage mathématique est universel. La mesure participe à cette universalité. Elle utilise le langage mathématique et ajoute, aux valeurs numériques et aux symboles relationnels utilisés, des unités conventionnelles ou non conventionnelles.

L'étude de la mesure deviendra l'occasion de développer un langage et de le faire d'une façon précise. Si l'enfant a à relever une observation, s'il a à transmettre une dimension, il devra choisir des unités adéquates, prendre la mesure et formuler son message.

Très souvent, le message que nous livrons est exprimé clairement à l'aide d'une courte phrase où apparaît un nombre accompagné de l'unité appropriée. «Je mesure 1,45 m». «Je dois marcher 1,5 km pour me rendre à l'école». «La pointe de mon stylo mesure 8 mm». «Mon manuel mesure 15 cm sur 22 cm». «La température est de 15°C». Par ailleurs, dans un contexte plus général, le mot «mesure» revient dans plusieurs locutions: «à la mesure de . . .», «dans la mesure de . . .», «au fur et à mesure . . .», «prendre la mesure (d'un objet)», «avoir le sens de la mesure», «s'habiller sur mesures», «dépasser la mesure», «prendre des mesures (de circonstances)», «battre la mesure», «être en mesure de . . .». L'apprentissage de la mesure pourra être l'occasion de faire un relevé des usages courants du mot lui-même et de ses applications afin d'en mieux cerner le sens.

Cette maîtrise du langage est importante. Nous voulons que l'étude de la mesure dépasse le stade de l'expérimentation et de l'écriture de données pour rejoindre celui de la communication sous toutes ses formes. C'est là une tâche qui exige du maître une grande vigilance tant dans son langage que dans celui de l'enfant.

L'enfant aura à préciser à un moment ou l'autre la localisation d'un objet dans l'espace, d'un évènement dans le temps, la fréquence d'un fait, les dimensions d'un objet ou toute autre mesure. Nous ne saurions trop insister sur la précision du langage alors utilisé. Cette préoccupation ne pourra que faciliter un enrichissement du langage de l'enfant.

6.
Mesure et répartition du programme

6.1 La mesure, une opération complexe

Nous aimerions apporter quelques commentaires sur les options à prendre dans l'application d'un programme de mesures et sur la place à réserver à cette étude. Nos préoccupations sont directement rattachées au fait que l'apprentissage de la mesure fait appel à une grande diversité d'habiletés et de connaissances. Il faut donc être vigilant autant dans l'identification des habiletés que dans la reconnaissance des notions et des relations qui les unissent.

L'expression d'une mesure demande l'établissement de relations entre des nombres et des espaces, des probabilités, des durées, des températures, etc. De plus, dans un même domaine de grandeur, il existe des relations d'équivalence qui permettent d'établir plusieurs expressions d'une même mesure. La mesure se concrétise par l'application de notions connues à une situation donnée ainsi que par l'utilisation d'habiletés déjà développées.

Pour effectuer une mesure, l'enfant doit savoir choisir un instrument, savoir l'utiliser, savoir lire une graduation, comprendre la notation utilisée, percevoir un intervalle, etc. C'est ce qu'il fait lorsque, devant mesurer une dimension de son pupitre, il choisit un ruban à mesurer, décide de la direction à donner à son ruban, fixe le point de départ, détermine la mesure en trouvant l'intervalle où se situe la longueur, etc.

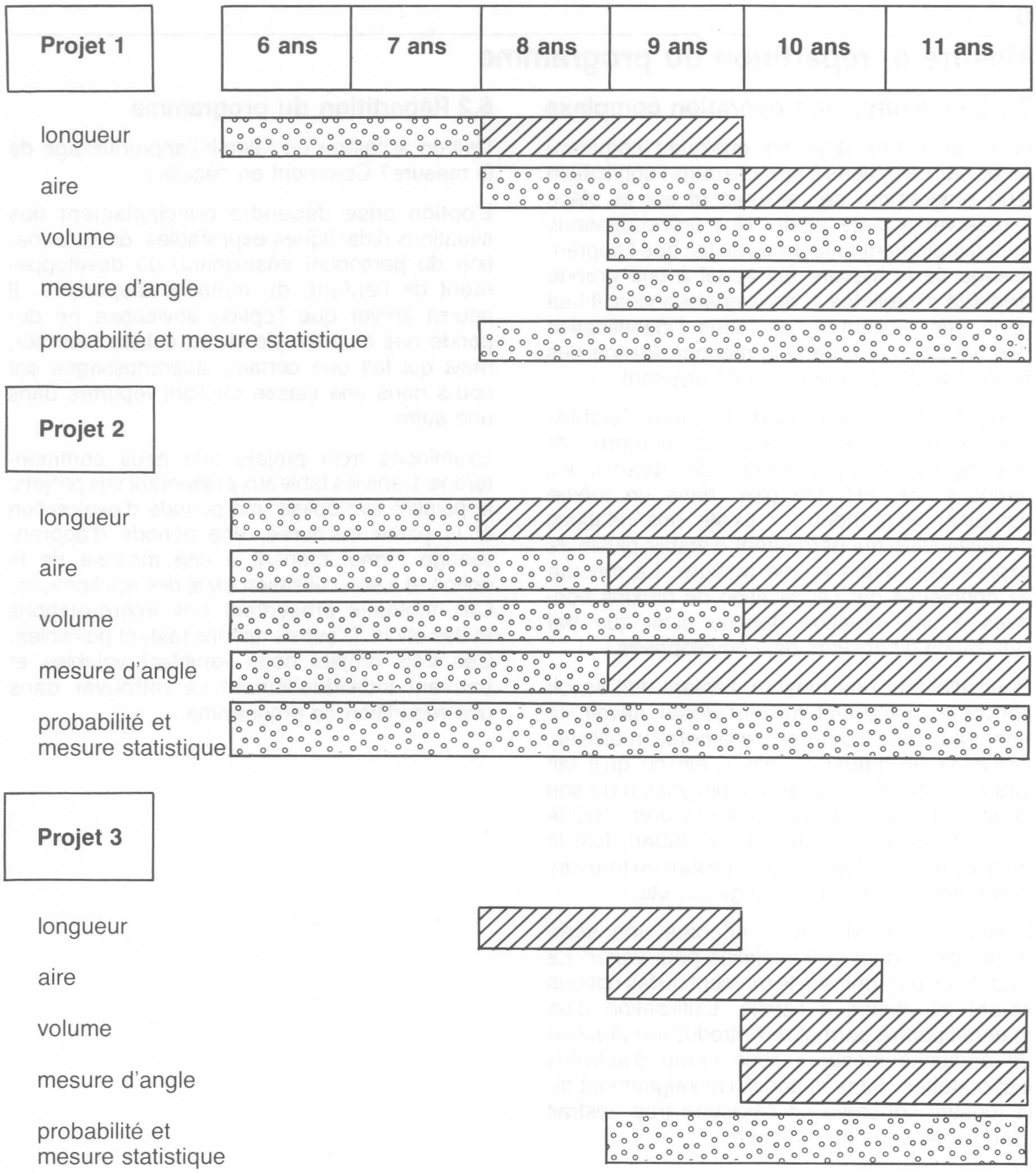
Mesurer demande qu'on effectue une série d'opérations dont la complexité peut varier. La didactique déterminera le moment où les notions seront introduites à l'école. L'utilisation d'un matériel pourra permettre l'introduction précoce de certaines mesures sous forme d'activités exploratoires. Sans matériel, l'enseignement de la mesure conserve un caractère trop abstrait pour l'enseignement primaire.

6.2 Répartition du programme

Doit-on accélérer ou ralentir l'apprentissage de la mesure? Comment en décider?

L'option prise dépendra principalement des situations didactiques exploitables, de la formation du personnel enseignant, du développement de l'enfant, du matériel disponible. Il pourra arriver que l'option envisagée ne dépende que d'un simple choix, éclairé bien sûr, mais qui fait que certains apprentissages ont cours dans une classe ou sont reportés dans une autre.

Examinons trois projets que nous commenterons. Dans les tableaux présentant ces projets, le pointillé symbolise une période d'exploration et la partie hachurée, une période d'apprentissage formel menant à une maîtrise de la notion et à son utilisation dans des applications. Ces tableaux présentent des interprétations et des choix. D'autres options restent possibles. Ces trois projets nous semblent valables et peuvent individuellement se retrouver dans une répartition de programme.



Dans le premier projet, au moment de l'apprentissage de chaque grandeur, des périodes d'exploration sont prévues. Tous les apprentissages ne commencent pas au même moment. Par ailleurs, l'étude des mesures de longueur doit être complétée à la fin de la classe des 9 ans.

Dans le second projet, toutes les grandeurs sont explorées dès le début de l'enseignement primaire alors que l'enseignement formel commence et se poursuit surtout au deuxième cycle. L'étude de la mesure n'est complétée qu'à la fin de l'école primaire.

Dans le troisième projet, la phase exploratoire est réduite au minimum: c'est pourquoi il n'en est pas fait mention au tableau. L'enseignement formel est concentré sur un nombre limité d'années et certaines notions sont acquises avant la fin de l'école primaire.

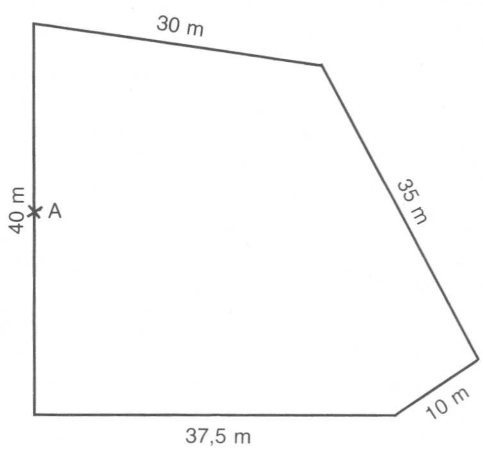
Dans tous les cas, sur l'ensemble de l'enseignement primaire, pas plus de 10% du temps réservé à l'apprentissage des mathématiques ne devrait être retenu pour l'étude de la mesure. Ainsi, dans le projet 2, de 6 à 8% du temps pourrait être utilisé, chaque année, à l'apprentissage de la mesure. Dans les projets 1 et 3, vu qu'on réserve très peu de temps à cet apprentissage au premier cycle, on pourra réserver environ 10% du temps à cette étude pour chaque année du second cycle. Ces pourcentages délimitent d'une façon exclusive l'étude même de la mesure et ne couvrent pas les applications multiples que l'on en fait au moment de l'étude des autres sections du programme. Ces pourcentages n'ont qu'un caractère indicatif et pourraient être différents. Nous voulons cependant inciter ceux qui sont chargés de l'application des programmes dans les commissions scolaires à bien situer l'enseignement de la mesure dans le contexte général de l'enseignement des mathématiques en fixant certaines limites.

Les modalités dans la structure d'un programme de mesures peuvent varier selon les options prises dans l'application de ce programme.

Par ailleurs, si les choix dans cette démarche peuvent être arrêtés assez facilement, il devient plus délicat de fixer des limites dans la progression de l'apprentissage. Dans le cas où on a prévu un apprentissage des longueurs échelonné sur une période de quatre ans, il faut décider des activités auxquelles participera l'enfant et d'une séquence des acquisitions à évaluer. Il n'y a pas lieu de reprendre constamment des apprentissages à partir d'un point où l'on suppose que l'enfant a tout oublié ou est ignorant totalement du sujet. Ainsi, si l'enfant a mesuré la longueur du tableau ou du pupitre à l'aide de bâtonnets ou de l'empan en troisième année, il n'y a pas lieu de revenir sur cette activité en quatrième, cinquième et sixième année. Trop souvent, l'enfant refait, à peu de choses près, les mêmes expériences avec les mêmes instruments que celles faites une année ou deux auparavant. C'est sans doute là une mauvaise application d'un développement en spirale des concepts. Il faut donc se préoccuper de cette situation. Les sections suivantes du fascicule jetteront un éclairage sur ce mode d'approche des concepts. Le tableau synoptique de la section 8.2 pourra guider une réflexion sur ce sujet.

6.3 Retour au concret

S'il arrive que l'étude du nombre et de la géométrie rejoigne un niveau d'abstraction peu souhaitable, l'étude de la mesure permet d'appliquer dans le concret ces notions déjà abordées. Ainsi, la notion d'angle est une notion abstraite qui souvent se clarifie le jour où on décide d'en construire, d'en mesurer la grandeur et d'opérer sur leur valeur.



Jacques se déplace sur le contour de son terrain. Il part de A et note chaque changement de direction en prenant soin d'en mesurer l'angle. À son retour en A, de quel angle aura-t-il tourné? Quelle distance aura-t-il parcouru?

On doit initier l'enfant à d'autres types de problèmes et, en particulier, en le faisant participer à des activités de mesures ou de relevés de données, et ceci, afin de susciter une motivation plus grande de sa part.

6.4 Commentaires particuliers

Dans les projets présentés plus haut, il n'est pas fait mention de certaines grandeurs. Ainsi en est-il du temps. L'étude de cette grandeur, qui consiste au départ non pas à évaluer des durées mais à identifier des repères dans la journée, commence souvent dès l'entrée à l'école primaire par la lecture de l'heure. Le travail arithmétique qui consiste à opérer sur des durées n'est ordinairement entrepris qu'à la fin du second cycle. Il en est de même pour la mesure des températures qui s'associe, au premier cycle, à la lecture d'une graduation et à des expériences, au second cycle. L'étude de la masse suit un développement analogue. Ces mesures relèvent davantage de programmes de sciences. Nous nous occuperons des aspects mathématiques de ces grandeurs au chapitre 9.

7. Didactique de la mesure

7.1 Démarche générale

L'apprentissage de la mesure s'étend sur une longue période où les caractéristiques observées, les unités choisies, les instruments utilisés vont se spécialiser pour répondre aux exigences plus grandes de la communication. On dit parfois que cet apprentissage va du qualitatif au quantitatif. Cet énoncé est en partie vrai si nous interprétons que, dans un premier contact avec la mesure, les unités ne sont pas toujours apparentes et sont assez mal définies. Quand nous disons que la table est plus haute que le banc et moins haute que le comptoir, nous établissons des comparaisons sur des longueurs entre des objets pris deux à deux. Nous nous en tenons alors à une observation immédiate sans définir d'unités qui nous permettront de quantifier et de dire jusqu'à quel point le comptoir est plus haut que la table.

Cette vue globale, suffisante au début, va nous permettre de comparer des objets situés dans un même environnement. Déjà, pour comparer deux objets qui ne peuvent être saisis d'un même coup d'oeil, il faudra consciemment ou non se donner un élément de comparaison qui sera, à toutes fins utiles, une unité. Je m'aperçois qu'une table est plus basse qu'une autre parce qu'en m'y installant, je le sens. C'est mon livre qui est plus bas qu'à l'ordinaire, c'est mon bras qui s'y appuie différemment, ce sont mes genoux qui s'y accrochent, etc. Je m'aperçois qu'il y a une différence et, par un élément extérieur aux deux tables, j'établis une comparaison entre celles-ci. À la longue, l'unité la plus pertinente va se fixer et on arrivera à comparer la hauteur de toutes les tables en mesurant, par exemple, en centimètres cette hauteur. C'est dire qu'à un moment donné est apparue une règle graduée en centimètres puis, pour arriver à une classification plus fine, apparaîtra une règle graduée en millimètres. À partir d'une comparaison globale et physique, l'apprentissage de la mesure amène l'enfant à préciser la grandeur à mesurer, à décider de l'unité la plus adéquate, à choisir judicieusement l'outil gradué. C'est donc à un raffinement que l'on assiste. Cette dernière étape semble si naturelle qu'il arrive à l'opérateur, dans son désir de précision, de dépasser la précision de l'outil. Ainsi en est-il lorsque l'enfant fait une interpolation entre deux lignes voisines d'une graduation d'une règle dans la lecture d'une mesure.

Cette démarche s'est toujours faite dans nos classes; il peut cependant arriver qu'elle soit indûment accélérée pour rapidement se cristalliser dans l'utilisation d'outils choisis à l'avance et dans la mémorisation d'unités privilégiées. Il y a donc lieu de repenser nos programmes de mesure en réfléchissant sur les démarches proposées.

7.2 Réflexion sommaire sur les consignes, les attitudes et les notions

Afin de fixer des points sur lesquels pourra porter notre réflexion, nous allons regarder sous trois angles différents une classe de mathématiques où des élèves s'initient à la mesure. Nous ferons quelques observations rapides qui pourront servir de points de départ à une discussion plus profonde. Ces observations sont présentées dans un certain ordre. Il ne faut pas y voir une démarche rigide définissant un modèle d'enseignement, mais véritablement trois regards distincts sur une même classe.

La première observation cherche à mettre en évidence les indications fournies par le maître directement ou par l'intermédiaire d'un texte à un enfant ou à un groupe d'enfants. La seconde observation porte sur quelques actions suscitées par les consignes précédentes. La troisième observation relève des notions mathématiques que le maître présente de façon explicite ou non au moment de l'apprentissage de la mesure.

7.2.1 Consignes

Dans notre communication quotidienne, nous utilisons beaucoup d'éléments de comparaison qui ont un rapport direct avec la mesure. Que cette communication se fasse entre adultes ou entre enfants ou entre maître et enfants, elle comporte toujours de façon implicite une unité. Cette unité peut-être clairement définie ou non.

Passe-moi le plus long? Sont-ils congrus? Je m'adresse au plus grand? Lequel est le plus grand? Je veux les deux plus légers? Lequel est le plus lourd? Lequel est le plus beau?

Place ces marionnettes par ordre de grandeur? Situe-moi ces événements dans le temps. Qui vient en premier? Quelle est la masse de ce stylo au gramme près. Je veux des bâtons d'au moins un mètre. Je veux des cartons d'au plus vingt centimètres sur trente centimètres. Quel est le minimum prévu pour la nuit prochaine?

Comment se subdivise le mètre? Dans vingt-cinq centimètres cubes, il y a combien de décimètres cubes? Il y a combien de mètres cubes? Prends un contenant d'au moins un litre.

Dans tous ces cas, nous exprimons ou nous demandons à quelqu'un une mesure à partir d'un repère défini ou non.

7.2.2 Attitudes

Dans l'enseignement, pour amener l'enfant à préciser sa communication, la question posée et la mesure donnée se rattachent à des situations didactiques. Ainsi, l'enfant établit des comparaisons entre deux objets. Il compare plusieurs objets à un seul. Il compare plusieurs objets à l'aide d'une unité choisie, normalisée ou non. Il classifie selon un critère de mesure. Il détermine un encadrement explicitement ou non. (La réflexion: «je veux des bâtons d'au moins un mètre», fixe une limite inférieure et tacitement une limite supérieure qui sera précisée au besoin). Il opère sur des mesures par exemple en trouvant le périmètre, l'aire ou le volume. Il utilise des graduations de plus en plus fines. Il compare deux unités en mesurant l'une à l'aide de l'autre. (Dans un mètre, il y a dix décimètres; dans un décimètre, il y a un dixième de mètre).

Voilà quelques-unes des activités dans lesquelles l'enfant est engagé, de façon à répondre aux consignes exprimées précédemment.

7.2.3 Notions

Dans ces échanges sur la mesure, nous utilisons des notions mathématiques. Ces notions ne sont pas toujours particulières à la mesure vu qu'on les retrouve dans les autres domaines de la mathématique. Il devient nécessaire que notre réflexion dépasse le cadre de la classe pour analyser, même si ce n'est que globalement, les notions mathématiques touchées.

Ainsi, dans notre communication, dans l'apprentissage à l'école, au moment où l'on utilise la notion de mesure, on fait appel aux notions de congruence, d'ordre, de classe, d'invariance, de limite, de bornes supérieure et inférieure, d'opérations sur des unités, de formules, de structuration d'un système d'unités, de système de mesure. Aucun de ces termes ne sera défini formellement à l'école primaire. Il n'en demeure pas moins que l'enfant se livre alors à des activités mathématiques et que, dans sa démarche, il est mis en contact, éloigné peut-être, avec des notions fort abstraites et pas toujours faciles à définir.

L'apprentissage de la mesure à l'école primaire peut s'analyser de bien des façons. Nous avons fait, sous trois angles différents, des observations ponctuelles sans donner de cheminement détaillé. On peut cependant facilement déceler de courtes séquences qui amènent l'enfant à préciser son langage, à affiner sa communication. Ces séquences varient selon chaque enfant et l'apprentissage se réalisera rarement à l'école dans un développement linéaire et continu. Des progrès notables pourront être réalisés à l'occasion d'une même leçon ou bien ce n'est qu'au cours de quelques semaines, de quelques mois ou de quelques années, qu'une progression valable pourra s'effectuer. Il en est ainsi de tout apprentissage.

7.3 Estimation: nécessité ou fantaisie

Lorsque quelqu'un juge facilement de l'ordre de grandeur d'un produit, d'une racine carrée ou de toute autre opération mathématique, nous trouvons souvent des explications simplistes à sa performance. On jugera que cela n'est pas surprenant si la personne en question est un marchand, un professeur ou un bon élève. De même, il nous semble normal qu'un déménageur puisse juger facilement si un meuble peut être transporté en passant par telle porte ou qu'un décorateur puisse décider à l'oeil des dimensions d'un tapis à acheter. De même, il nous semble évident qu'un chauffeur de taxi puisse nous dire, à quelques cents près, le coût d'une course à faire ou, à quelques minutes près, le temps pour l'effectuer. On pourrait multiplier les exemples. C'est là le côté fantaisiste de la chose puisque, dans ce contexte, on se juge toujours amateur en laissant à d'autres, selon le métier qu'ils exercent, le rôle de spécialiste. Alors nos estimations, si justes soient-elles, sont jugées comme autant d'effets du hasard.

Il y aurait beaucoup à dire sur ces cas particuliers où des individus ont pu, dans leur sphère d'activités ou ailleurs, assimiler plusieurs variables et où ils réussissent avec peu d'information à donner une bonne réponse. Si la personne nous est sympathique, on ira jusqu'à la complimenter en lui disant qu'elle est une vraie machine, comme si les machines étaient pensantes. Nous aimerions apporter quelques remarques propres à démystifier ce qu'on appelle estimation et à préciser sa place dans notre didactique. Nous croyons que, d'un point de vue pratique, l'estimation d'une grandeur est une des activités les plus courantes. Ainsi on dira:

> «Deux mille personnes participent à la fête».
>
> «Nous attendons cent vingt-cinq personnes.»
>
> «C'est une armoire de deux mètres.»
>
> «Pour aller au centre de la ville, il faut compter vingt minutes en voiture, si ce n'est pas l'heure de pointe.»
>
> «Il demeure à deux kilomètres de chez moi.»
>
> «Attends-moi deux minutes.»
>
> «Ce voyage nous coûtera cinq cents dollars.»

Dans toutes ces situations qui caractérisent nos activités, nous décidons, par estimation, d'un certain encadrement. «Attendre cent vingt-cinq personnes» signifie que, s'il y en a moins de cent, on sera déçu ou on ne couvrira pas les dépenses faites et que, s'il en vient plus de cent cinquante, on ne pourra donner les services attendus. «Demeurer à deux kilomètres» est une expression qui supporte facilement une tolérance de un ou deux dixièmes de kilomètre. Dans chaque cas, il serait facile de faire une interprétation sur le sens de cette estimation qui n'est jamais vérifiée, qui n'est qu'une mesure approchée et qui pourtant est suffisamment précise. — Nous reviendrons plus loin sur cette idée d'encadrement et de précision dans la mesure —.

L'estimation, comme habileté, est une constante qui a toujours accompagné l'activité humaine et l'on peut croire que sa présence est essentielle à un bon calcul, à une bonne mesure.

Est-ce que les techniques de calcul que l'on a apprises à effectuer avec un crayon et du papier sont importantes? Dans le monde actuel, il semble que oui. Mais avant que les algorithmes existent, les marchands faisaient leurs calculs sur des abaques ou des bouliers-compteurs. L'élaboration de techniques de calcul et leur diffusion sont historiquement des réalités récentes. Et quand, demain, l'usage de la calculatrice sera répandue, les algorithmes d'aujourd'hui seront dépassés. Les utilisateurs d'abaques, d'algorithmes ou de calculatrices, ont cependant une caractéristique commune. Leur habileté a toujours été rattachée à une capacité d'évaluer l'ordre de grandeur du résultat, c'est-à-dire la capacité d'estimer ce résultat avec une marge d'erreur fixée implicitement selon le problème à résoudre. Si une planche doit mesurer cinquante centimètres, pour le charpentier, une erreur d'un millimètre est sans conséquence, tandis que, pour l'ébéniste, c'est un désastre.

L'estimation d'une mesure, dans notre approche didactique, nous semble essentielle pour plusieurs raisons. On a déjà signalé que l'évaluation approximative d'une mesure est certainement la plus utilisée dans tous les secteurs d'activités, qu'elle est souvent suffisante pour exprimer ce résultat et qu'elle permet de déceler les erreurs grossières qui pourraient se produire en effectuant des calculs.

Par ailleurs, l'estimation permet à l'enseignant de détecter chez l'enfant sa compréhension dans le choix d'une unité de mesure et dans l'organisation d'un système d'unités. Elle renseigne l'enseignant sur le développement psychologique de l'enfant et sur sa perception de la conservation de la mesure. Elle exige de l'enfant la connaissance du sens des opérations à effectuer et la maîtrise des sommes et produits fondamentaux.

De plus, chez l'enfant, la capacité à estimer se développera dans la mesure où il sera mis en situation de le faire, et cela constitue un aspect important de notre pédagogie puisque nous désirons, avant tout, la participation active de l'enfant à son apprentissage.

Nous sommes conscients que cette habileté à estimer des mesures pourra varier en qualité selon le temps et l'intensité des périodes réservées à cet apprentissage. Ce qui importe, c'est que l'on soit préoccupé par le développement de cette habileté qui n'est que le développement d'une perception plus éveillée ou d'une intuition plus fine et qui, à ce titre, dépasse le contenu de notre discipline.

L'estimation exige la mémorisation de certains repères. Il sera utile, dans ce sens, d'observer avec les enfants et de garder, dans son environnement, des objets dont la mesure est d'un mètre, d'un décimètre ou d'un centimètre, des masses étalonnées, des graphiques sur la température, des contenants jaugés, etc. De toutes façons, il est essentiel de créer un décor mathématique et l'observation de mesures peut en être un élément important.

7.4 Précision de la mesure

Tout ce que nous avons dit de l'estimation peut-être développé analogiquement en ce qui touche la précision d'une mesure.

Une mesure est bonne lorsqu'elle donne clairement une borne inférieure et une borne supérieure, en nombre d'unités, de l'objet à mesurer. Cet encadrement, pour être utile, pourra être augmenté en précision en réduisant l'intervalle qui le définit. Ainsi, dire qu'un enfant de sixième année mesure entre un mètre et deux mètres est une bonne mesure. Son imprécision peut cependant la rendre inutile. Dire qu'une fille de dix ans mesure en moyenne cent trente-cinq centimètres ou que sa taille se situe entre cent trente et cent quarante centimètres sont des mesures suffisamment précises. Nathalie, qui a dix ans, devra connaître mieux ses mesures au moment de l'achat d'un vêtement ou procédera par essais et erreurs.

Lorsque l'enfant dit qu'il y a douze dizaines dans 124, on comprend qu'il y a entre douze et treize dizaines. Quand il arrondit un nombre naturel à 120 à la dizaine près, on sait que la quantité originale est un des nombres de l'ensemble {115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124}.

La mesure «à l'unité près» demeurera certainement la plus utilisée. Ainsi, au moment de l'établissement d'une fiche anthropométrique, nous inscrivons les mesures «au centimètre près». C'est dire que, d'un encadrement fixé, nous retenons, selon certaines règles, la borne inférieure ou la borne supérieure de cet encadrement. Si le bras de Sophie a une longueur «L» telle que 55,1 cm $< \ell <$ 55,2 cm, on dira que son bras mesure 55 cm. Si son pied a une longueur «L» telle que 19,5 cm $< \ell <$ 19,6 cm, on dira que son pied mesure 20 cm. En général, si la demie de l'unité est atteinte ou dépassée, on complète l'unité et si cette demie n'est pas atteinte, on retranche la fraction.

C'est donc toute une série de contraintes qui décidera si la précision apportée à une mesure est suffisante sans être excessive. Il n'y a pas lieu de mesurer la longueur d'un tapis «au millimètre près». Dans l'écriture de la mesure et pour avoir le niveau de précision désiré, on utilisera, selon le contexte, les formes suivantes:

> «Ma table de travail mesure moins d'un mètre.»
>
> «Ma table mesure environ 80 centimètres.»
>
> «La mesure de ma table: 80 cm $< \ell <$ 80,5 cm.»
>
> «Ma table mesure 80 centimètres au centimètre près.»
>
> «La surface de ma table mesure environ 50 décimètres carrés.»
>
> «L'aire de ma table: 48 $dm^2 < A <$ 51 dm^2.»
>
> «Pour couvrir ma table, j'aurai besoin d'une nappe qui aura des dimensions supérieures à 80 cm × 100 cm.»

7.5 Unités de base

Dans l'utilisation d'un outil gradué, on ne peut mesurer un objet avec une précision supérieure à celle de la graduation. Ainsi avec un bâton gradué en décimètres, on pourrait dire que la fenêtre mesure en largeur entre onze et douze décimètres et écrire:

$$11 \text{ dm} < \ell < 12 \text{ dm}$$

Notre expérience nous apprend que l'enfant est tenté d'imaginer une graduation plus fine et essaie ainsi d'évaluer sa mesure avec une plus grande précision. Ce n'est pas là une intuition à encourager puisqu'elle va contre le sens même de l'apprentissage de la mesure, contre cette perception par l'enfant de l'utilité et de la nécessité d'avoir recours à un outil réellement gradué d'une façon plus fine pour arriver à une mesure plus précise. Dans l'exemple suggéré, si l'enfant dispose d'un outil gradué en centimètres et en millimètres, il peut réévaluer la largeur de la fenêtre et trouver comme mesure:

$$1112 \text{ mm} < \ell < 1113 \text{ mm}$$
$$111{,}2 \text{ cm} < \ell < 111{,}3 \text{ cm}$$

L'enfant, dans ses activités, est en contact avec plusieurs unités que l'homme, à la suite d'ententes internationales, a choisies comme unités de base. Ces unités sont regroupées en unités plus grandes, ou divisées en unités plus petites, constituant ainsi un système formé d'unités de base, de leurs multiples et de leurs sous-multiples. On doit sensibiliser l'enfant au choix de ces unités pour les grandeurs sur lesquelles il doit travailler.

L'organisation de ces unités en un système ne sera pas détaillée ici. Si cette organisation des unités demande un traitement didactique, cela sera fait aux chapitres suivants au moment de l'étude des divers types de grandeurs à mesurer. Quant à nos préoccupations touchant le symbolisme et le vocabulaire, nous les mentionnerons au chapitre 11.

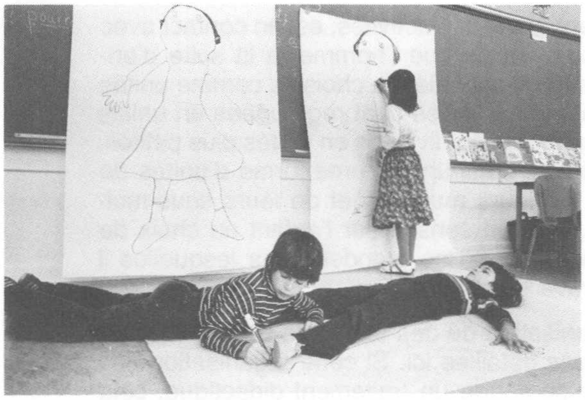
8.
Applications de la mesure à l'espace

8.1 Applications courantes

Dans la description d'un espace, dans la fixation de repères et de chemins à parcourir, dans l'emballage de paquets, dans la disposition d'un ameublement, dans maintes activités de la vie courante, interviennent des mesures de segments, de surfaces, de solides et d'angles. Ces mesures sont faites soit approximativement, soit à l'aide d'instruments gradués selon le contexte ou la précision désirée. C'est de ces grandeurs: longueurs, aires, volumes et angles qu'il est question ici.

Nous allons tenter de poser des jalons dans l'organisation de l'enseignement de chacun de ces types de mesures. Nous traiterons aussi des relations immédiates qui existent entre longueur, aire et volume et, par le fait même, de leur différenciation.

Dans l'équipe de Pierre, chacun a maintenant sa silhouette tracée sur papier d'emballage. Ce sera un nouveau matériel et un nouveau départ pour une leçon sur la mesure.



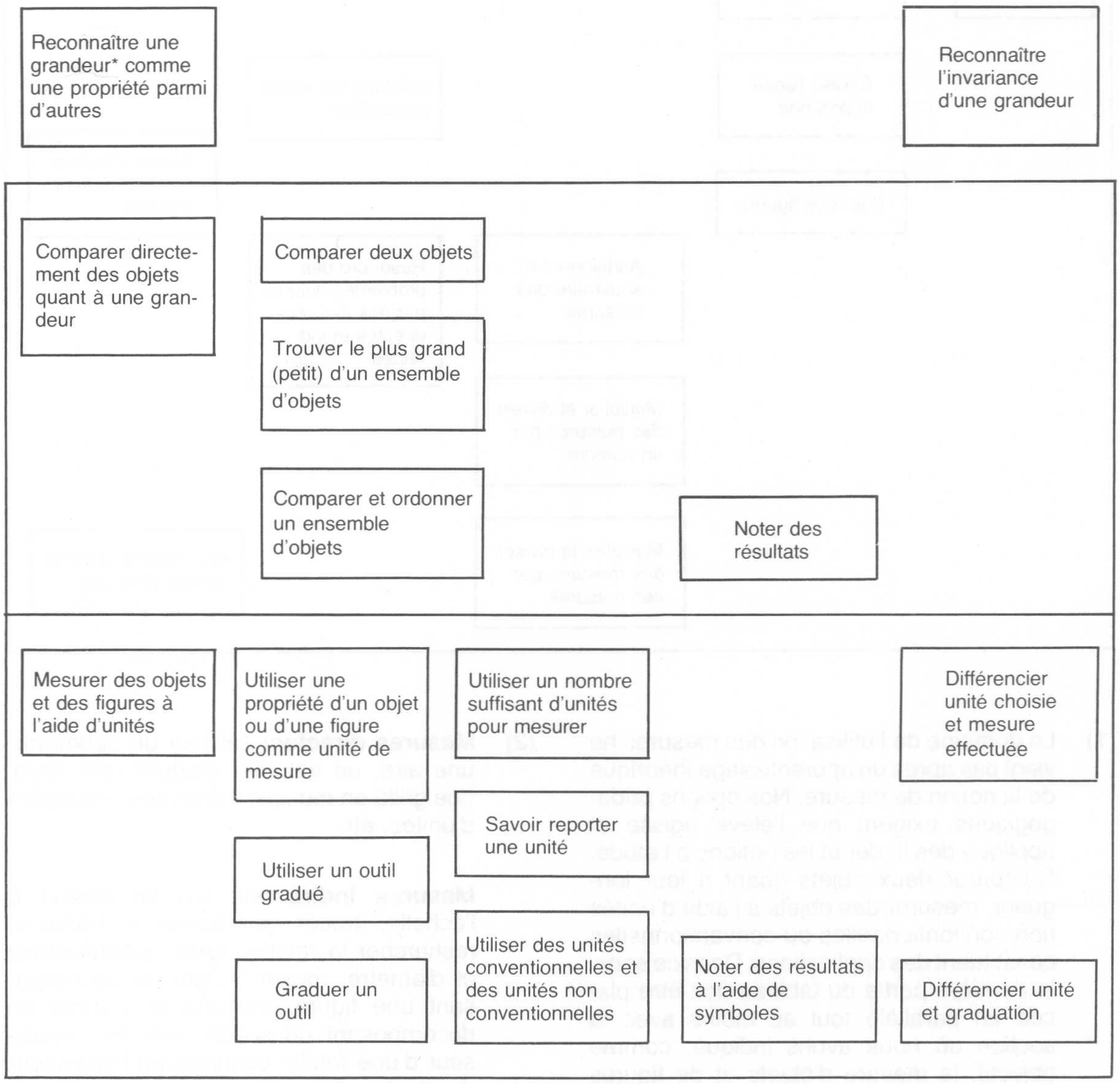
8.2 Tableau synoptique (objectifs)

La didactique dans l'enseignement des divers types de mesures appliqués à l'espace suit ordinairement un même modèle. Pour en avoir les principaux éléments à l'esprit, nous vous présentons un tableau synoptique des objectifs que vise l'enseignement primaire.

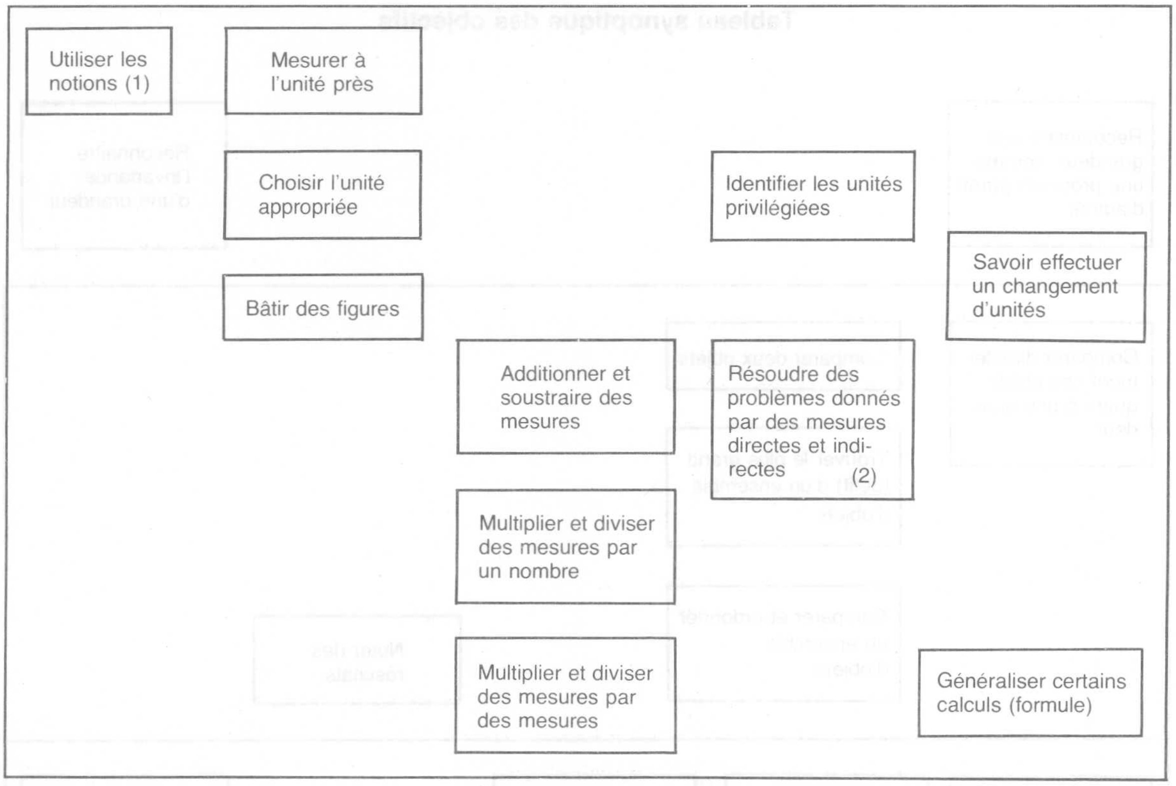
À la lecture de ce tableau, vous verrez que, de haut en bas, sont notés chronologiquement les objectifs selon leur apparition dans l'apprentissage. De gauche à droite, il faut voir que ces objectifs, qui sont d'ordre plus concret ou plus formel, sont poursuivis en même temps et sont difficilement séparables les uns des autres.

Les options prises ici montrent une organisation des objectifs. On peut envisager aussi d'autres types d'organisation. Quant à nous, dans les commentaires que nous ferons sur les diverses grandeurs, nous retiendrons ce tableau comme référence.

Tableau synoptique des objectifs



*Le mot grandeur est pris ici dans le sens d'une propriété mesurable, c.-à-d., la grandeur d'un segment, d'une surface, d'un solide, d'un angle.



(1) Le domaine de l'utilisation des mesures ne vient pas après un apprentissage théorique de la notion de mesure. Nos options pédagogiques exigent que l'élève agisse et applique dès le début les notions à l'étude. Comparer deux objets quant à leur longueur, mesurer des objets à l'aide d'unités non conventionnelles ou conventionnelles constituent des applications. Dans ce sens, la dernière partie du tableau doit être placée en parallèle tout au moins avec la section où nous avons indiqué, comme objectif, la mesure d'objets et de figures à l'aide d'unités. Les étiquettes utilisées représentent à la fois le contexte concret ou abstrait de mise en situation, l'interprétation du problème et sa résolution par l'utilisation adéquate des unités de mesures.

(2) **Mesures directes:** calculer un périmètre, une aire, un volume, graduer une règle, une grille en multiples et en sous-multiples d'unités, etc.

Mesures indirectes: lire un dessin à l'échelle, tracer un dessin à l'échelle, rechercher la relation entre circonférence et diamètre, mesurer l'aire en décomposant une figure, mesurer le volume en décomposant un solide, calculer l'épaisseur d'une feuille connaissant l'épaisseur de plusieurs, etc.

8.3 Mesures de segments: les longueurs

Pour faire suite à ce que nous avons déjà dit sur le rôle de l'enfant et sur les exigences didactiques (V. chapitres 4 et 7 et tableau synoptique), nous allons ajouter quelques observations sur chacune des grandeurs qui nous intéressent. Nous sommes conscients que cette étude ne sera pas exhaustive: ce fascicule constitue un point d'arrêt fixant une explication du programme. Nous croyons que l'évolution de ce programme et celle de la pédagogie à l'école n'en continueront pas moins et qu'il sera toujours délicat de fixer, dans le temps, une didactique où l'apport de l'enfant varie constamment.

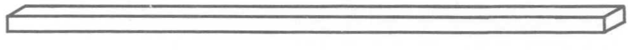
Dans l'apprentissage des mesures de segments, les outils de l'enfant vont du simple bâtonnet utilisé dans d'autres manipulations jusqu'à des instruments spécialisés comme la règle ou le ruban gradué. Il utilise aussi divers objets en apparentant une dimension à un segment pris comme unité. Ces objets peuvent être des stylos, des brosses à tableau, des livres, des ficelles, etc.

Jacques croit qu'il faudra entre 4 et 5 baguettes pour mesurer le bord du tableau. Diane se dit qu'il en faudra entre 6 et 7. Leurs estimations faites, ils vérifient.

L'enfant peut se servir de l'empan ou de la coudée pour évaluer des longueurs. Établir, en termes de longueur, sa fiche anthropométrique est une activité qui fournit à l'enfant des repères excellents, même s'il doit les réviser compte tenu de sa croissance.

La variation dans les unités utilisées amène l'élève à constater qu'une augmentation (ou une diminution) dans la dimension de l'unité choisie se traduit par une diminution (ou une augmentation) de la quantité exprimant la mesure.

Le bâtonnet mesure
8a ou 4b
a: ├──┤
b: ├──────┤



(unité a):	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(unité b):	0		1		2		3		4		5

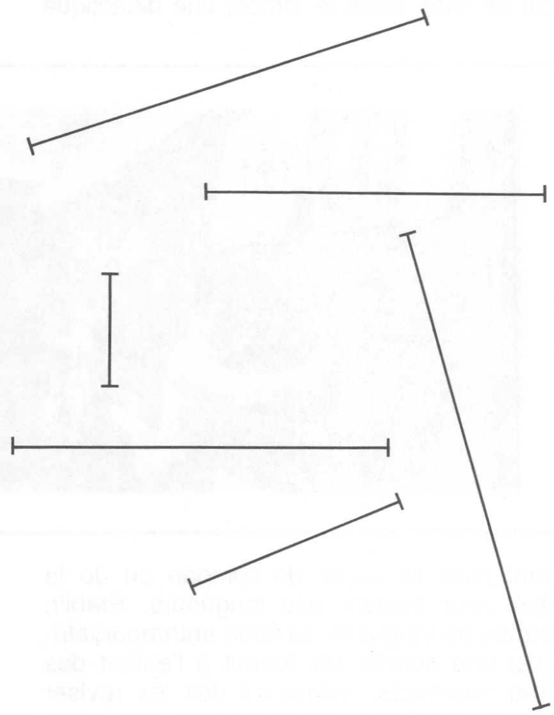
Chez l'enfant, cette observation est d'abord globale. Il dira «plus l'unité est grande, plus le nombre exprimant la mesure est petit». Cette expression, ou toute autre du genre, sera significative au moment où l'enfant aura atteint le stade de la conservation des longueurs. À la fin de l'apprentissage de la mesure des segments, l'enfant qui aura abordé l'étude des rapports et des proportions sera sensibilisé au fait que le rapport entre les longueurs de deux unités choisies pour effectuer une mesure est inversement proportionnel au rapport entre les longueurs trouvées.

Effectuer une mesure, c'est décider d'un encadrement. Il en a été question au chapitre précédent. Nous revenons sur cette idée parce que nous croyons qu'il est important de s'y arrêter et d'y sensibiliser l'enfant.

Une façon simple d'y arriver consiste à ne pas aller trop rapidement vers des unités petites. Mesurer un pupitre à l'aide du décimètre ou du centimètre met en évidence la nécessité d'exprimer un résultat au moyen d'un encadrement en utilisant ou non la double inégalité.

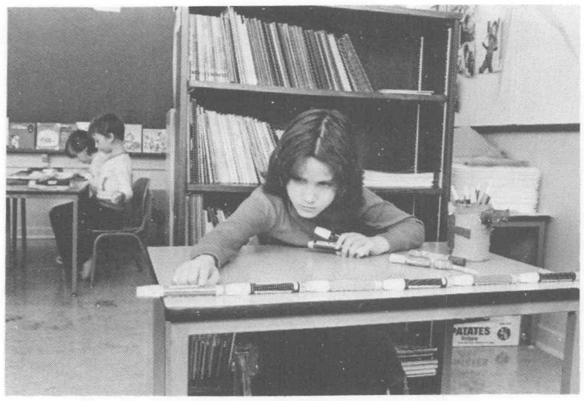
Mon pupitre mesure approximativement 8 décimètres. Mon pupitre mesure entre 82 et 83 décimètres. La mesure de mon pupitre: $82 \text{ cm} < \ell < 83 \text{ cm}$. Ces expressions font valoir le sens de la mesure.

Quels segments ont comme longueur, «ℓ»?
$5 \text{ cm} < \ell < 6 \text{ cm}$



Nous utilisons occasionnellement une double inégalité pour exprimer une mesure. Cette écriture symbolise bien un encadrement. De plus, elle est facile d'accès pour l'enfant, vu qu'il utilise le signe d'inégalité depuis son entrée à l'école et que l'ordre d'écriture respecte l'ordre des nombres sur la droite numérique. Il serait normal qu'à la fin de l'enseignement, l'enfant sache exprimer une mesure à l'aide d'une double inégalité.

Mesurons le pupitre dans sa plus grande dimension en prenant des «stylos» comme unités. Cette mesure se situe entre 6 et 7 «stylos».



Cette attention que nous portons à une expression correcte de la mesure selon les outils utilisés et le lien qui existe entre le Système international d'unités de mesure et notre système de numération positionnel, nous amènent à parler des changements d'unités. Dans un premier temps, l'enfant utilisera séparément des unités de mesures comme le mètre, le décimètre, le centimètre. Il y a même lieu, au début de l'apprentissage, d'avoir des règles différentes pour chaque graduation. Ce n'est que plus tard que s'établiront des équivalences telles que:

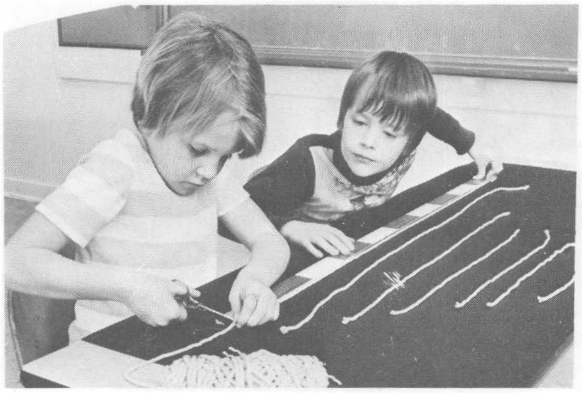
1 m et 10 dm expriment la même mesure;
1 dm et 10 cm expriment la même mesure;
1 cm et 10 mm expriment la même mesure.

La compréhension de la mesure et des équivalences étant assurée, le maître pourra utiliser un tableau qui synthétise l'expression d'une mesure et sa conversion en d'autres unités.

Dans le tableau ci-contre, une mesure étant notée, il devient facile de l'exprimer en d'autres unités. Ainsi, l'expression «123 centimètres» peut se lire «1,23 mètre» ou «1230 millimètres» et l'expression «5225 mètres» devient «5,225 kilomètres». Quant à «5 millimètres», nous pourrions lire «0,5 centimètre». Dans tous les cas, il suffit de placer la virgule décimale immédiatement après l'unité choisie et de compléter l'écriture, si nécessaire, à l'aide de zéros. Ce tableau est d'une abstraction aussi grande que l'écriture que nous utilisons dans notre système de numération. C'est, à toutes fins utiles, le même modèle. Son usage ne doit en aucun cas précéder l'expérimentation et la compréhension. Sinon, ce tableau devient en soi une machine dont l'avantage est de minimiser, au moment des conversions, les éléments de compréhension en ramenant le tout à une application mécanique. De plus, notons que les nouvelles mesures exprimées soit en ajoutant des zéros, soit en déplaçant la virgule, soit en faisant les deux changements ne sont pas plus précises que la mesure originale.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			1	2	3	
5	2	2	5			
						5

Pour les mesures de longueur, les unités retenues sont le kilomètre, le mètre, le centimètre et le millimètre. Pour des raisons d'ordre didactique, il est important d'utiliser au début le décimètre. Par ailleurs, sur les routes où les bornes métriques sont installées, nous observons qu'elles apparaissent pour fin de repérage routier à chaque kilomètre et à chaque dixième de kilomètre ou à chaque hectomètre. On pourra toujours en faire une application dans les problèmes.



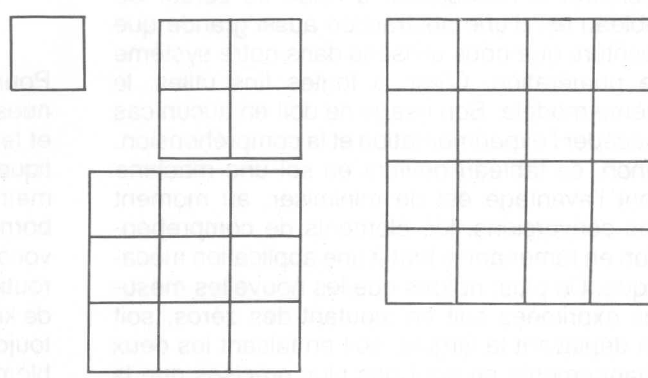
L'équipe de Pauline prépare des bouts de ficelle qui serviront à attacher des bâtonnets. La consigne est de les couper en longueurs de quarante centimètres. Quel encadrement peut-elle se permettre?
Est-ce que des longueurs de 33, 36, 39, 42 ou 45 centimètres sont acceptables?

La mesure utilise avant tout les nombres naturels. Nous effectuons une mesure en comptant combien de fois une unité, fixée à l'avance, peut-être reportée sur l'objet à mesurer. Cependant, l'expression de la mesure et de la conversion de celle-ci nous amène à utiliser parfois des décimales. Dire qu'une salle est large de cinq mètres et demi, c'est mesurer au demi-mètre près et c'est dire que nous avons relevé onze demi-mètres. Il est plus simple d'écrire 5,5 m. De même, si quelqu'un mesure 180 centimètres, nous dirons que sa taille est de 1,80 m. Donc, même si la mesure se fait à l'aide d'une unité fixée à l'avance et en soi indivisible, l'usage nous amène à redéfinir une nouvelle unité soit pour augmenter la précision, soit pour rejoindre une forme d'expression plus courante.

8.4 Mesures de surfaces: les aires

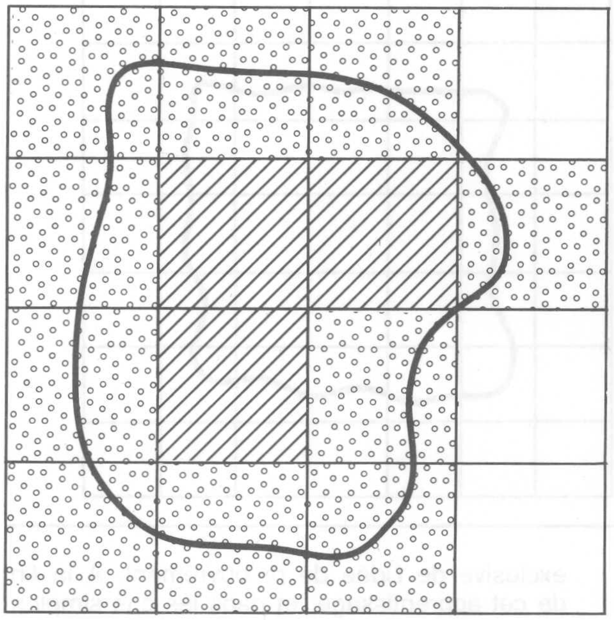
L'apprentissage de la mesure des surfaces se fera aussi en partant d'unités non conventionnelles. Cette mesure se fera à l'aide de livres, de brosses à tableau, de boîtes, de feuilles, etc. dont nous aurons privilégié une des faces comme unité de surface. L'élève utilisera des morceaux de carton de formes variées pour ne retenir par la suite que celles qui peuvent former des mosaïques. Il progressera dans son apprentissage et utilisera du papier quadrillé et des grilles graduées. Le «géoplan» est aussi un bon outil pour l'apprentissage de l'aire et ses applications y sont multiples.

On a assemblé des carreaux pour former des carrés de plus en plus grands.
Comment varie l'aire? Certains carreaux ne touchent pas au contour extérieur.
Comment varie leur nombre?
Comment varie le périmètre?



La diversité des unités choisies amène l'enfant à faire des observations analogues à celles déjà retenues sur la mesure des segments. Si nous effectuons une mesure de surface avec un carré-unité de 2 centimètres de côté et si nous reprenons la mesure avec un carré-unité de 1 centimètre de côté, la première mesure sera en apparence quadruplée. Encore là, les premières expériences de l'enfant ne l'amènent pas à saisir ce facteur «4» exprimant l'ordre de grandeur de la variation. Il peut difficilement en être autrement surtout si nous considérons que, dans notre démarche, l'enfant mesure, au début, des figures irrégulières. Celui-ci est alors davantage préoccupé par une mesure qui se fait à l'aide d'une unité fixée d'avance que par des changements d'unités. Il fera sans doute l'observation générale qu'une unité plus petite amène une mesure en apparence plus grande. Ceci est suffisant au départ.

Dans l'exemple qui suit, l'enfant doit évaluer l'aire de l'intérieur d'une figure limitée par un trait curviligne. Il peut procéder en recouvrant la figure à l'aide de carrés-unités pour déterminer une borne inférieure et une borne supérieure.



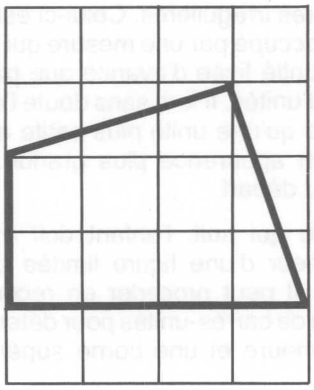
L'aire, A, se situe entre 3 et 13 carrés-unités comme le montrent les régions hachurées et pointées: 3 carrés-unités $< A <$ 13 carrés-unités. Par un travail de décomposition de la figure, nous pouvons facilement augmenter la précision en réduisant l'encadrement: 4 carrés-unités $< A <$ 8 carrés-unités.

En utilisant d'autres carrés de dimensions plus réduites (un centimètre de côté) ou encore une grille graduée au centimètre carré, nous pouvons obtenir:

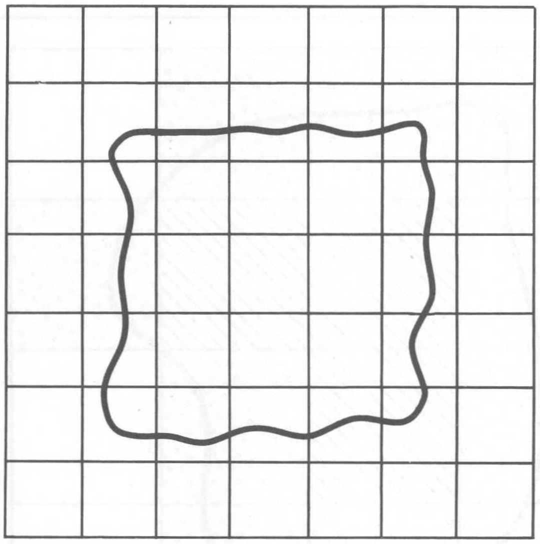
$$24 \text{ cm}^2 < A < 30 \text{ cm}^2$$

Cette mesure est beaucoup plus précise que la première. Dans le premier cas, l'encadrement présente un intervalle de 3 carrés-unités ou 12 centimètres carrés. Dans le deuxième cas, l'intervalle est de 6 centimètres carrés. Dans la mesure de surface, l'encadrement est régulièrement plus large qu'un carré-unité contrairement à la situation observée dans les longueurs où l'intervalle est à peu près toujours égal à une unité.

Cette approche de l'aire accepte d'autre expressions de la mesure. Nous en donnons quelques-unes.



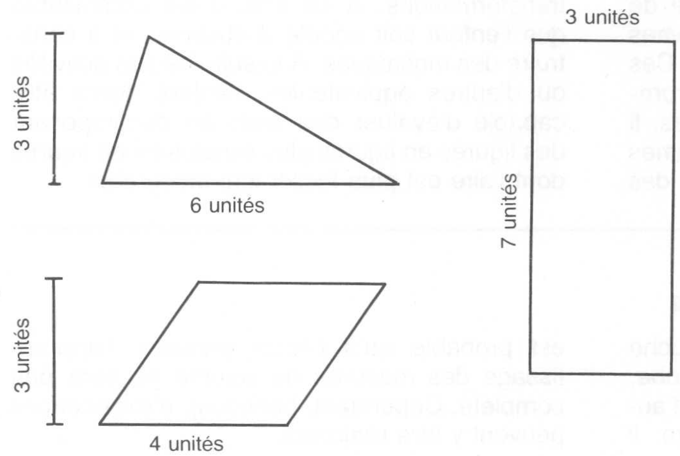
L'aire de la figure est de 9 centimètres carrés.



Ici, l'aire est d'environ 16 centimètres carrés.

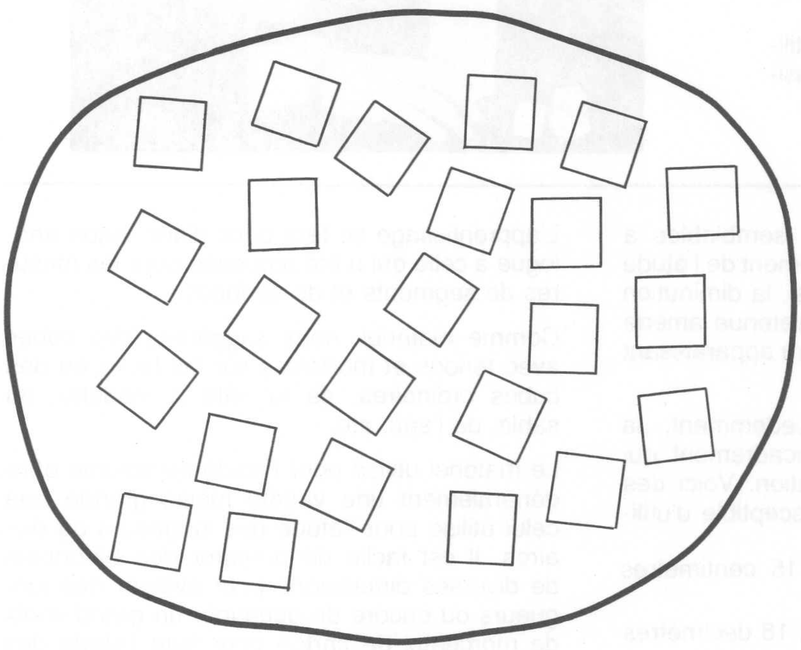
La conversion d'unités d'aire en unités plus grandes ou moins grandes présente des difficultés. Il faudra, tout comme au moment de l'étude des longueurs, s'en tenir à des unités distinctes. Ce n'est qu'après une vaste exploration que l'enfant pourra faire des changements d'unités sans le support concret d'une mesure qu'il vient d'effectuer; cette habileté ne pourra se développer qu'à la fin du second cycle.

Dans l'approche suggérée précédemment, l'étude de l'aire se fait par une exploitation exclusive de l'idée de recouvrement. À la fin de cet apprentissage, et dans les cas simples du rectangle, du triangle, du parallélogramme, du carré, l'enfant pourra évaluer rapidement des aires, par un travail sur les nombres associés aux dimensions des figures. Cette habileté ne devrait être développée qu'à la fin de l'apprentissage et seulement si l'enfant a une bonne notion de la surface et, de sa grandeur, l'aire.



Quelle est l'aire
de chaque figure?

Les unités retenues dans l'étude de l'aire seront le mètre carré, le centimètre carré et le millimètre carré. Pour des raisons d'ordre didactique, le décimètre carré sera utilisé au moment des activités. Pour la mesure de grands espaces, il pourra arriver que l'hectare, équivalent à un carré de cent mètres de côté et le kilomètre carré soient mentionnés; en classe, leur usage doit rester occasionnel.



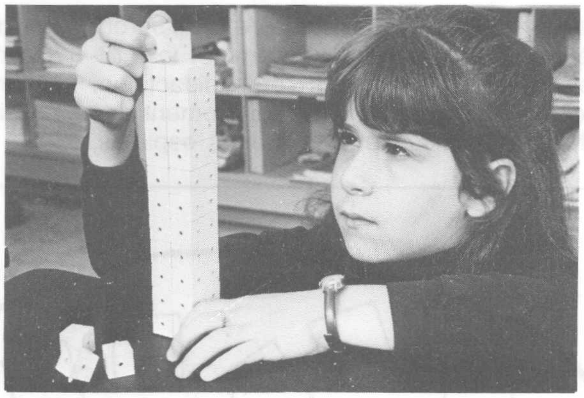
Voici un ensemble de carrés. Plaçons-les pour former des rectangles. Lequel aura la plus grande surface? Lequel aura le plus grand périmètre?

Dans les applications rattachées à l'étude de la surface et à la conservation, les problèmes de mosaïques ont un intérêt particulier. Ces applications dépassent cependant une interprétation restrictive du programme de mesures. Il n'en demeure pas moins que ces problèmes touchent à la fois l'aire et la géométrie des transformations. À ce titre, il est souhaitable que l'enfant soit appelé à observer et à construire des mosaïques. À la suite de ces activités ou d'autres équivalentes, l'enfant devra être capable d'évaluer des aires en décomposant des figures en figures plus simples ou en figures dont l'aire est plus facilement mesurable.

8.5 Mesures de solides: les volumes

L'apprentissage de la mesure des solides touche à la fois à des unités telles que le mètre cube, le décimètre cube, le centimètre cube et à d'autres unités telles que le litre et le millilitre. Il est probable qu'à l'école primaire, l'apprentissage des mesures de volume ne sera pas complété. Cependant, beaucoup d'expériences peuvent y être réalisées.

Un édifice de 48 logements est représenté par 48 blocs à agencer. Comment faire pour que chaque logement ait des fenêtres?
Qu'arrive-t-il si le zonage exige des édifices à deux étages?
Comment procéder pour utiliser le moins de terrain possible?



L'enfant fera des observations semblables à celles qui ont été relevées au moment de l'étude des longueurs et des aires. Ainsi, la diminution dans les dimensions de l'unité retenue amène une augmentation dans le nombre apparaissant à la réponse.

Comme on l'a suggéré précédemment, la mesure est donnée par un encadrement qui pourra varier dans sa présentation. Voici des expressions que l'enfant est susceptible d'utiliser.
«Cette boîte mesure près de 15 centimètres cubes.»
«Cette boîte mesure entre 12 et 18 décimètres cubes.»
«Ce vase contient entre 5 et 6 litres.»
«Il y a un litre de fraises dans ce contenant.»
«Mon pupitre peut entrer dans une boîte de moins d'un mètre cube.»

L'apprentissage se fera donc d'une façon analogue à celle qui a été proposée pour les mesures de segments et de surfaces.

Comme matériel, nous suggérons des cubes avec tenons et mortaises sur les faces ou des cubes ordinaires, de la pâte à modeler, du sable, de l'eau, etc.

Le matériel utilisé pour l'étude du volume offre généralement une variété moins grande que celui utilisé pour l'étude des longueurs ou des aires. Il est facile de préparer des bâtonnets de diverses dimensions pour évaluer des longueurs ou encore de découper un grand choix de morceaux de carton pour faire l'étude des aires. Il est assez rare que l'on ait à notre disposition une grande variété de cubes ou d'autres formes permettant de reconstituer un solide pour en mesurer le volume. Cependant, comme l'étude du volume commence à devenir formelle à la fin du second cycle, certains enfants pourront sans doute parvenir à déterminer le volume d'un solide à partir de ses autres dimensions, tout au moins dans les cas simples.

À la suite des commentaires faits sur l'apprentissage des mesures de segments, de surfaces et de solides, nous reconnaissons que le modèle de la longueur est le plus important. En effet, les dimensions en profondeur, largeur et hauteur d'une boîte nous permettront de trouver aire et volume. Il n'en demeure pas moins que nous croyons essentiel que l'enfant maintienne, au cours de son apprentissage, un lien immédiat entre la mesure à effectuer et l'unité de mesure: ainsi, il utilisera, selon le cas, des segments-unités, des carrés-unités ou des cubes-unités pour effectuer ses mesures.

8.6 Mesures d'angles

La didactique de la mesure d'angles a évolué depuis peu de temps. Elle s'associe ordinairement à des activités sur les rotations où l'unité de mesure choisie est de un tour, pour être immédiatement divisée en quarts de tour et en huitièmes de tour. Ces activités font aussi intervenir les notions de «droite» et de «gauche».

Le maître, au cours d'une leçon, demande à l'enfant de tourner sur lui-même de ¾ de tour vers la droite puis de ¼ de tour vers la gauche. L'enfant doit alors décrire son point d'arrivée. Ou encore, le maître demande à l'enfant de pivoter de ⅝ de tour vers la droite et, à nouveau, de ⅝ de tour vers la droite. L'enfant décrit sa position finale par rapport à sa position initiale, ou par rapport à une autre position. Ce travail d'orientation est quantifié par le repérage d'une ligne de départ, d'une ligne d'arrivée et la mesure de l'angle formé par ces deux lignes. À chaque tour, l'angle devient nul: on y voit une application de l'arithmétique modulaire analogue au calcul des heures à partir du cadran de l'horloge.

Nous reproduisons une table d'addition que l'élève pourra compléter à partir d'expériences concrètes.

Dans la table,

$\frac{3}{8} \oplus \frac{5}{8} = 0$

$\frac{3}{4} \oplus \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{5}{8} \oplus \frac{3}{8} = 0$

Quel est le sens de $\frac{3}{8}$?

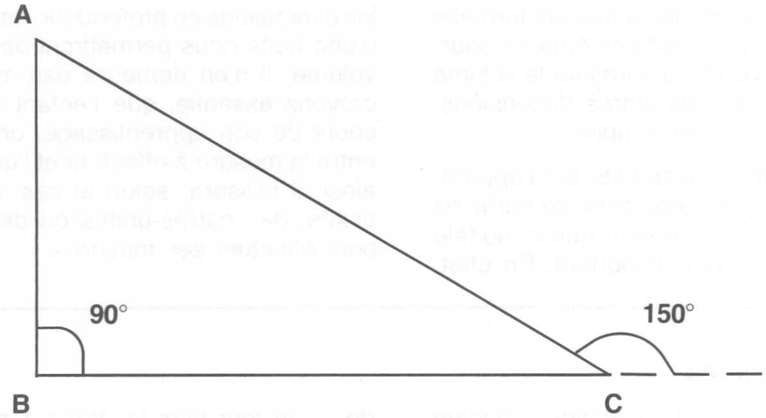
Que signifie $\oplus$?

Complète la table.

$\oplus$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$
0								
$\frac{1}{8}$								
$\frac{1}{4}$								
$\frac{3}{8}$						0		
$\frac{1}{2}$								
$\frac{5}{8}$				0				
$\frac{3}{4}$							$\frac{1}{2}$	
$\frac{7}{8}$								

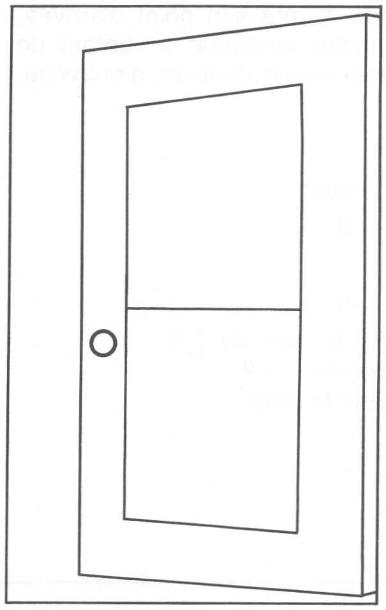
Comme outil de mesure, l'enfant pourra avantageusement utiliser une feuille d'acétate de forme carrée divisée en huit parties: un carré sur lequel apparaissent les axes de symétrie constitue un appareil simple et valable. Par la suite, nous introduirons le rapporteur d'angles divisés en 180 degrés.

Ces explications peuvent laisser croire que l'apprentissage de la mesure d'angles est rattachée exclusivement à la mesure de rotations en un point donné. Il n'en est rien puisque l'étude des polygones ainsi que celle des translations fournissent de multiples occasions de mesurer des angles.



Dans le triangle ABC, il peut arriver que l'on soit davantage intéressé par la mesure des angles intérieurs; ainsi, l'angle droit B me permet de classer ce triangle parmi les triangles rectangles. Par ailleurs, un déplacement de B vers C, puis vers A, exigera en C un changement de direction égal à 150° vers la gauche, soit la mesure de l'angle extérieur. La diversité dans les exercices est essentielle à l'apprentissage. L'usage de la boussole dans la leçon de sciences permet des activités sur les mêmes notions.

Où se placer pour mieux voir dans l'autre pièce?
Quel est l'angle d'ouverture de la porte?

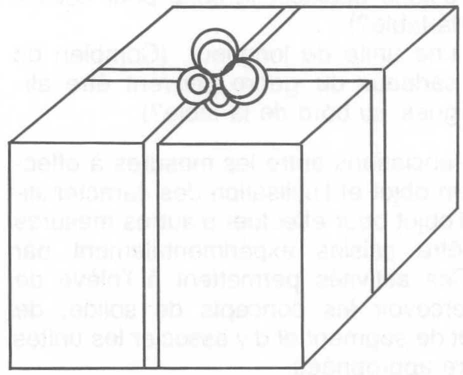


Le coin d'un carreau, le coin de la table, la rencontre du mur avec le sol sont des représentations de l'angle droit souvent utiles. L'usage d'unités non conventionnelles comme les fractions de tour ou d'une unité conventionnelle comme le degré suffisent dans les situations vécues à l'école. À titre d'information, notons que l'unité retenue par le SI est le radian, le degré étant quand même une unité permise par le SI.

Tout travail proposé dans cette section se fera dans des activités d'orientation et de repérage autant dans la salle de classe qu'à l'extérieur. En parallèle ou à la suite, l'enfant s'exercera dans des applications simples exigeant des additions ou des soustractions d'angles ou des multiplications et des divisions de mesures d'angles par un nombre.

8.7 Relation entre longueur, aire et volume

«Jean reçoit un cadeau qui lui semble énorme. L'emballage est des plus attrayants, y compris ce ruban si bien choisi et qui est pour ainsi dire la clé du mystère et de la surprise.»



Cette situation, ou toute autre analogue, nous semble des plus appropriées pour mettre en évidence plusieurs types de mesures. Ce n'est là qu'un exemple, mais examinons-le de plus près.

Jean veut voir son cadeau et se préoccupe peu des éléments de mesures qui l'entourent. Jouons le jeu si fictif soit-il.

Le cadeau est-il gros? Est-il petit? Est-il de dimensions moyennes? Est-ce que Jean peut le porter facilement? Peut-il le glisser dans un sac? Pourrait-il en glisser plusieurs? Le papier qui a servi à l'emballage est-il grand? Couvre-t-il complètement la boîte? Couvre-t-il plus que la boîte? Est-il aussi grand que le dessus de la table? Le ruban fait-il plusieurs fois le tour de la boîte? Pour la boucle, a-t-on utilisé beaucoup de ruban? S'il avait été plus large, aurait-il fallu le prendre plus long? Le ruban est-il très long? Dans cette situation, on met en évidence, à partir d'un même objet, des longueurs, des aires, des volumes. La longueur du ruban, l'aire du papier d'emballage, le volume de la boîte sont les grandeurs mises en évidence. Nous espérons créer une situation où l'enfant sera amené à différencier plusieurs types de mesures à partir d'un objet.

Un autre point de départ nous amènera à nous demander si, en utilisant la boîte elle-même, il est possible d'effectuer des mesures. Pouvons-nous différencier certaines dimensions de la boîte pour les considérer comme des unités de mesure? Procédons à nouveau par questions.

Combien de boîtes du genre peuvent être alignées au bord de la table? Si j'empilais des cadeaux semblables, combien m'en faudrait-il pour rejoindre la hauteur de la table? Est-ce que je peux couvrir le dessus de la table à l'aide de la boîte posée sur le fond? Combien de fois dois-je la reporter? Posée sur une de ses extrémités, combien en faudrait-il pour couvrir un pupitre? Combien pourrait-on en placer dans l'armoire de la classe? Quel rapport existe-t-il entre la longueur du ruban et la plus grande dimension de la boîte? Quel rapport existe-t-il entre l'aire du papier d'emballage et l'aire de la plus petite des faces?

Dans chaque cas, nous avons privilégié un aspect. Nous avons abstrait du cadeau de Jean soit une grandeur à mesurer, soit une unité de mesure. Sur l'objet, nous avons fixé notre attention différemment chaque fois. Nous avons vu dans la boîte . . .

. . . un volume à mesurer, (Est-il gros?)
. . . une surface à mesurer, (Le papier couvre-t-il plus que la boîte?)
. . . une longueur à mesurer, (Le ruban est-il long?)
. . . une unité de volume, (Combien pourrait-on en placer dans l'armoire de la classe?)
. . . une unité de surface, (Combien de fois dois-je déplacer la boîte pour couvrir la table?)
. . . une unité de longueur, (Combien de cadeaux du genre peuvent être alignés au bord de la table?)

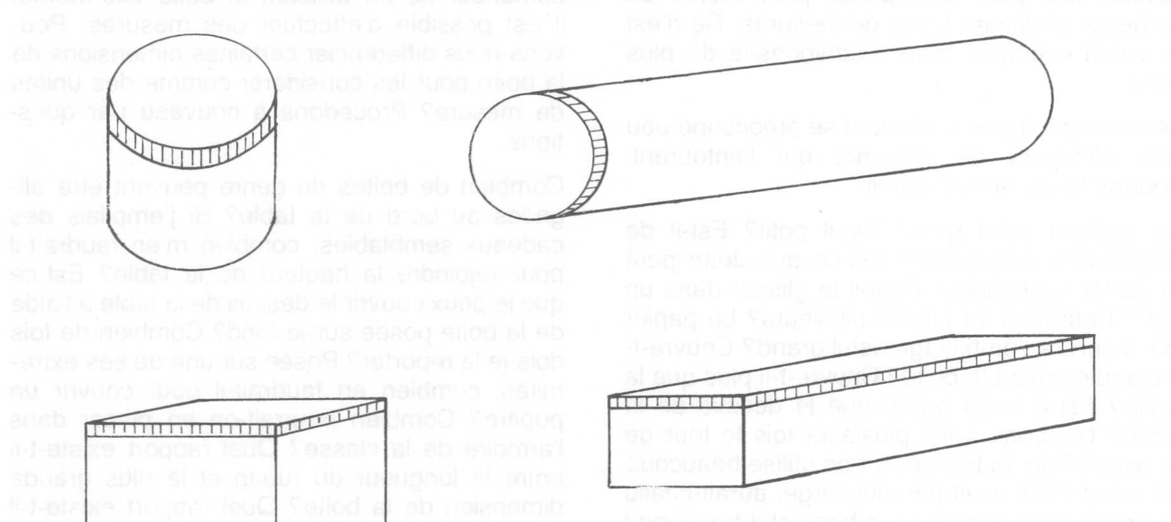
Ces différenciations entre les mesures à effectuer sur un objet et l'utilisation des caractéristiques de l'objet pour effectuer d'autres mesures doivent être saisies expérimentalement par l'élève. Ces activités permettent à l'élève de mieux percevoir les concepts de solide, de surface et de segment et d'y associer les unités de mesure appropriées.

À partir du «cadeau de Jean», on aurait pu parler de mesure d'angles, de masse ou d'autres grandeurs (monnaie nécessaire à l'achat du cadeau et de l'emballage, fréquence d'échanges de cadeaux dans une année, etc.). L'exploration plus détaillée de cette situation amène l'enseignant à découvrir d'autres relations et d'enrichir sa démarche et celle de ses élèves.

Revenons aux relations entre longueur, aire et volume et formulons le problème autrement pour préciser notre position.

> Pierre doit emballer des cadeaux. Il a devant lui plusieurs paquets de formes différentes et des feuilles de papier d'emballage aux dimensions variées. Par essais et erreurs, il arrive à associer cadeaux et feuilles de papier en faisant un bon emballage et en minimisant les pertes.

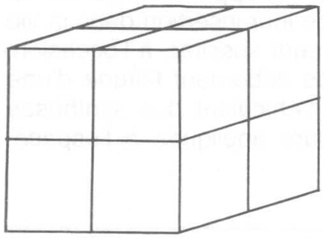
Ce problème comporte plusieurs facettes. Il s'agit d'établir une relation entre des feuilles de papier et l'aire totale d'un solide. L'organisation du solide et les dimensions fixes du papier compliquent le problème.

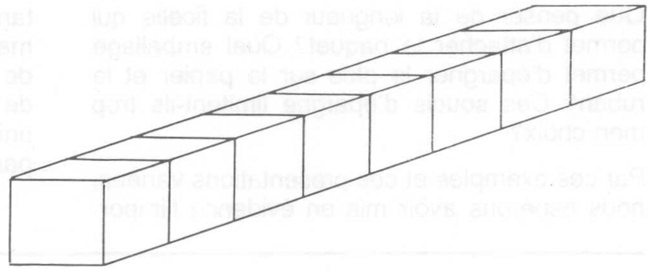


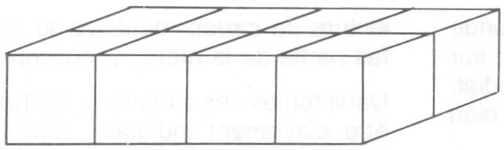
Quel cadeau nécessite le plus de papier? Que veut-on dire par «le plus de papier»?

La conclusion «plus le paquet est gros, plus il nécessite de papier» semble juste à priori. L'exploration de cette situation fera ressortir d'autres contraintes et obligera l'élève à préciser son jugement.

Cette situation pourrait être simulée à l'aide de gros blocs regroupés de plusieurs façons. L'enfant procède à leur emballage.

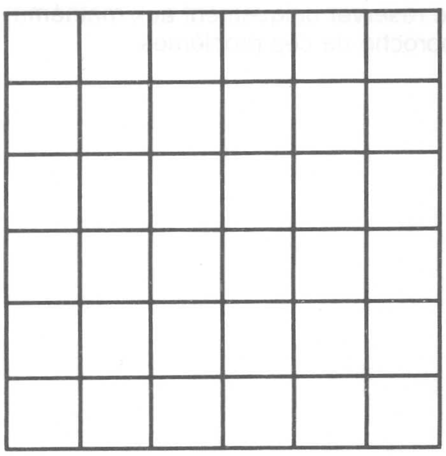


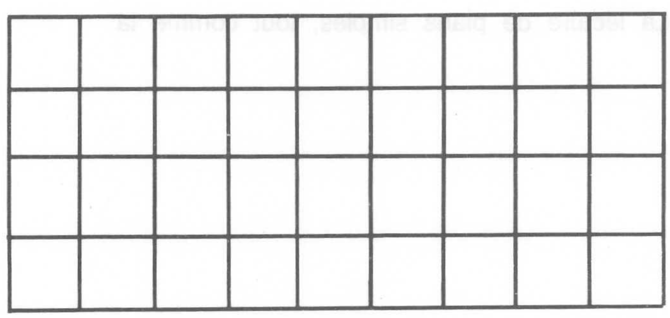


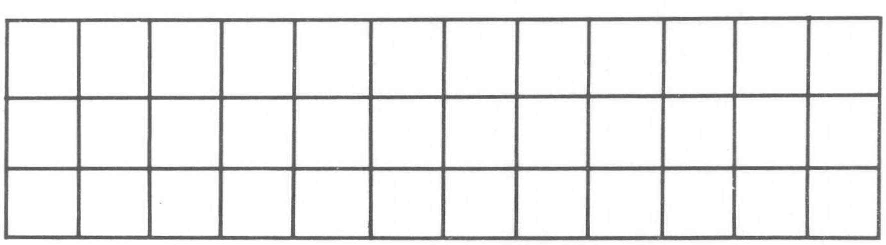


Le volume est maintenu constant. On met en évidence le lien existant entre le volume d'un solide et son aire totale.

Inversement, on peut se donner des feuilles de papier de même aire mais de dimensions différentes et se demander s'ils permettent l'emballage de plusieurs blocs parmi ceux qui ont été utilisés précédemment.







Que penser de la longueur de la ficelle qui permet d'attacher le paquet? Quel emballage permet d'épargner le plus sur le papier et le ruban? Ces soucis d'épargne limitent-ils trop mon choix?

Par ces exemples et ces présentations variées, nous espérons avoir mis en évidence l'importance de l'unification des apprentissages de la mesure à l'école et de leur insertion dans la vie de chaque jour. On peut susciter, à l'occasion, de petites recherches débordant l'étude d'une unité de mesure et véhiculant des synthèses partielles de la mesure appliquée à l'espace.

8.8 Activités d'intégration

Vu le contact quotidien de l'enfant avec le monde physique, il est intéressant de transposer sur papier l'organisation de cet univers immédiat. C'est ainsi que l'enfant est appelé à faire le plan de la classe ou à bâtir une maquette.

Ces activités peuvent compléter à merveille un apprentissage de la mesure. Selon les exigences que l'on définit, elles pourront se dérouler partout où il est question de mesures.

Dans un premier temps, l'enfant se préoccupe davantage d'une organisation de son dessin, par exemple, qui soit proportionnelle à la réalité d'une façon visuelle. Plus tard, sa capacité à mesurer et à transformer ses mesures s'affine et il peut produire un véritable dessin à l'échelle.

La lecture de plans simples, tout comme la lecture de cartes routières ou topographiques, fait partie de la même préoccupation.

Dans toutes ces situations, l'échelle utilisée doit être clairement indiquée. Ainsi, on dira: «Un centimètre représente un mètre» ou «1 cm $\triangleq$ 1 m».

Nous croyons qu'assez souvent ces activités s'inscrivent naturellement dans les préoccupations d'autres matières. Ainsi, un plan de la classe peut relever d'une étude du milieu tout comme un plan de la cour de récréation peut être demandé par la nécessité de planification d'activités sportives. Dans ces cas, il n'y aurait pas lieu de réserver uniquement aux mathématiques l'approche de ces problèmes.

9.

Autres types de mesures

9.1 Temps et durées

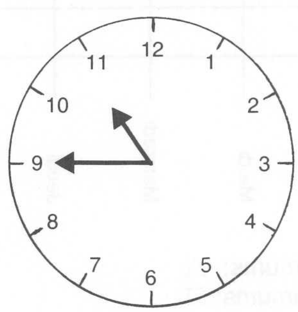
La fixation de repères dans le temps comme les années, les mois, les jours, les heures, les saisons ou les anniversaires fait partie des connaissances que l'enfant acquiert dès son jeune âge. C'est ainsi qu'il sait retenir des dates précises, l'horaire relatif à son activité scolaire, le jour et l'heure de ses émissions télévisées préférées. Tous ces relevés sont d'abord retenus de mémoire et ce n'est qu'après plusieurs années que l'enfant arrive à avoir une perception suffisante du temps et de la durée pour classifier chronologiquement des événements.

Les rudiments de ces connaissances sont souvent acquis hors de l'école vu qu'elles sont couramment véhiculées dans le langage quotidien. Par ailleurs, ces notions relèvent avant tout des programmes de sciences humaines et de sciences de la nature.

L'intérêt de la mathématique pour ce sujet vient du fait que l'élève est en contact avec un ensemble fini lorsqu'il opère sur des durées en utilisant le cadran horaire comme référence. Opérant sur un ensemble fini contenant les quantités 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, l'enfant rencontre des expressions telles que $8 \oplus 8 = 4$, $2 \otimes 8 = 4$, $12 \oplus 7 = 7$, etc.

De même, s'il travaille sur des horaires, il peut arriver que compter cinq jours après mardi donne dimanche, lundi ou mardi comme réponse selon que l'ensemble de départ est une semaine d'activité de sept, six ou cinq jours. Par ces ensembles, les opérations définies et les propriétés observées, l'enfant est à ses premiers contacts avec des structures algébriques.

Le réveil électrique de Pierre s'est arrêté à cause d'une panne de courant qui a duré 1 heure 25 minutes. Il veut ajuster son réveil. À quelle heure devra-t-il le placer?



C'est pour l'enfant une occasion d'aborder l'arithmétique modulaire, tout comme il peut l'avoir fait au moment de l'étude des angles.

Les ensembles finis sur lesquels l'enfant opère sont principalement l'ensemble des saisons, l'ensemble des mois de l'année, l'ensemble des jours de la semaine, l'ensemble des heures de la journée, soit douze heures, soit vingt-quatre heures, selon le cas.

Quant aux durées plus courtes, la division de l'heure en soixante minutes, et de la minute en soixante seconde, permet à l'enfant de travailler sur des groupements autres que dix.

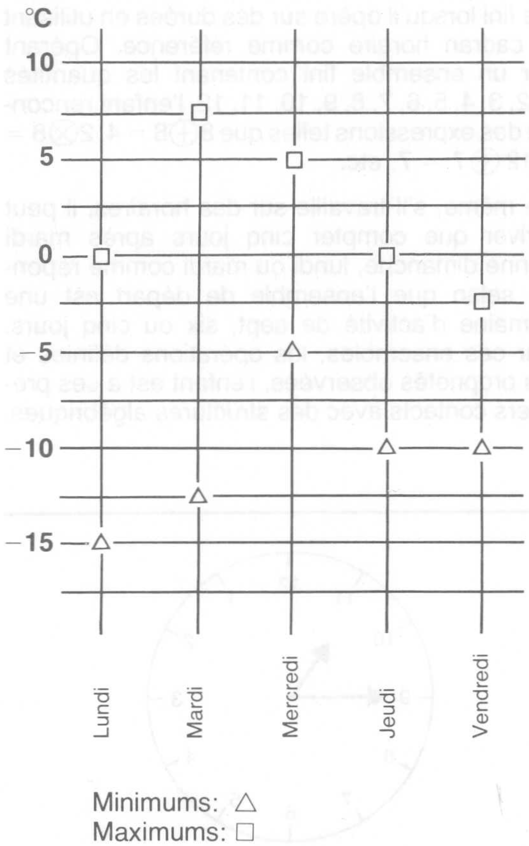
Tout ce domaine de la mesure du temps permet de revenir sur la notion de groupement et, si cette démarche est bien faite, on pourra jeter un éclairage nouveau sur l'écriture des nombres. Le fascicule sur les nombres naturels développe davantage cet aspect. Ce travail peut être réservé au second cycle quand l'élève a une meilleure perception des durées. Il restera occasionnel.

Quant à la lecture de l'heure, elle peut très bien se faire selon l'échelle de 12 heures ou de 24 heures; nous croyons que l'usage déterminera les moments privilégiés pour l'une ou l'autre de ces graduations.

9.2 Température

Bien que les expériences sur la température relèvent d'abord du programme de sciences, elles sont accompagnées de données numériques et constituent, à ce titre, des activités intégrées utilisant la mathématique.

Les relevés de lecture du thermomètre, le repérage sur l'échelle de valeurs positives et négatives, les opérations simples sur ces valeurs et les calculs de moyennes nous intéressent plus directement.



Quand a-t-on enregistré le plus haut minimum?
Quel est-il?
Quelle est la moyenne des maximums?
Quelle est la moyenne des minimums?

9.3 Masse

L'étude de la masse n'apparaît pas au programme de mathématique mais concerne le programme de sciences.

Notons que le modèle mathématique des mesures de masse et des équivalences est le même que celui des longueurs.

10.

Activités particulières: relevés statistiques et probabilités

10.1 Introduction

Dans le monde qui nous entoure, il est souvent question de relevés statistiques à partir desquels sont émis des avis à caractère probabiliste. La publicité dans la presse écrite ou parlée en donne maints exemples.

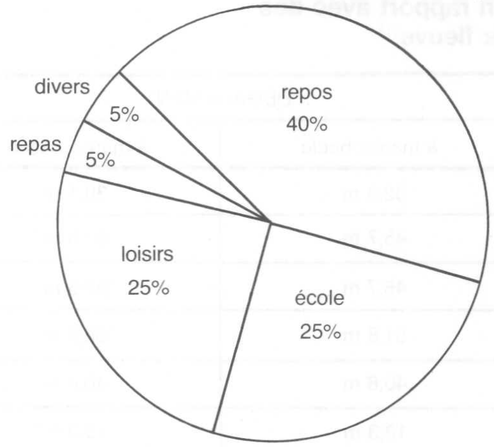
L'enfant vit dans ce monde et il devient intéressant de le sensibiliser à la cueillette de données, à leur organisation graphique, à certains calculs statistiques et aux calculs de probabilités simples. Ces notions sont nouvelles dans l'enseignement primaire et font partie avant tout d'activités exploratoires. Les habiletés de calcul exigées ne dépassent pas celles des autres sections du programme et tout ce domaine de la mathématique de l'aléatoire devient l'occasion d'applications de ces habiletés à d'autres concepts déjà connus.

10.2 Relevés statistiques

Les relevés statistiques facilitent la concentration d'une grande quantité de renseignements dans un espace restreint, souvent dans des tableaux ou des graphiques, et permettent ainsi un accès facile à l'information retenue.

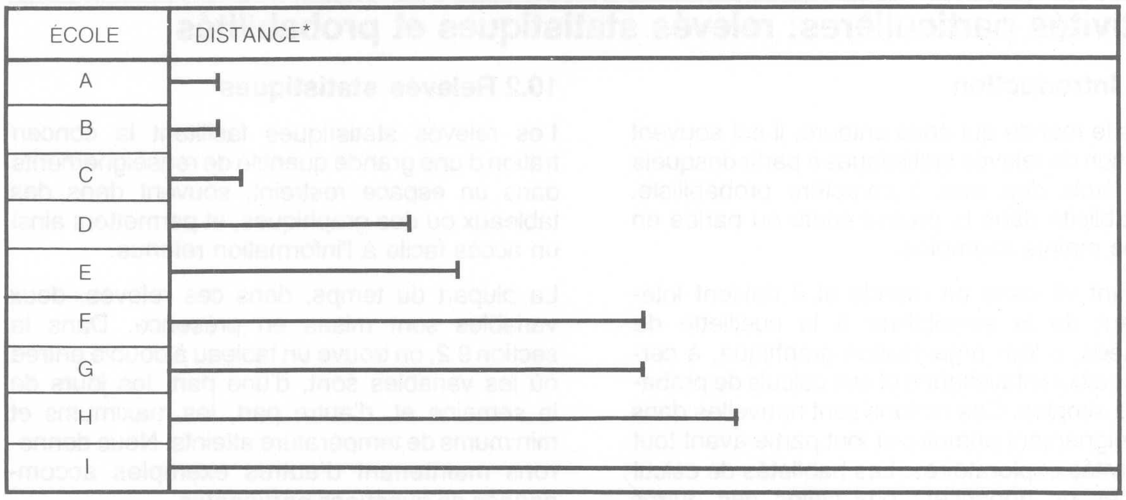
La plupart du temps, dans ces relevés, deux variables sont mises en présence. Dans la section 9.2, on trouve un tableau à double entrée où les variables sont, d'une part, les jours de la semaine et, d'autre part, les maximums et minimums de température atteints. Nous donnerons maintenant d'autres exemples accompagnés de questions pertinentes.

Utilisation du temps dans une journée



Quel est le rapport entre le temps réservé aux loisirs et celui réservé à l'école? Combien de minutes sont utilisées pour le repas?

Distance des écoles au centre administratif



* (├─┤ représente 1 km)

Quelle est la distance moyenne?
Si on enlève l'école I, quel est la nouvelle moyenne?

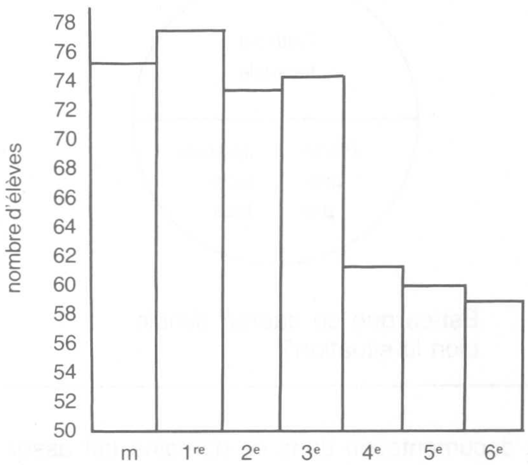
Quelques données en rapport avec des ponts sur le fleuve(1)

NOM	LONGUEUR TOTALE	DÉGAGEMENT	
		à marée haute	à marée basse
de l'Île d'Orléans	1 738 m	32,3 m	39,1 m
de Québec	988 m	45,7 m	52,5 m
Pierre-Laporte	1 040 m	45,7 m	52,5 m
Laviolette	2 707 m	51,8 m	56,4 m
Jacques-Cartier	2 688 m	40,6 m	40,6 m
Victoria	2 010 m	18,3 m	18,3 m

Quel est le pont le plus long?
Quelles sont les variations de marée que l'on peut observer?
Quels sont les ponts le plus éloignés de l'océan?

"Statistiques extraites de diverses pages du volume **Ponts de Québec**, Direction des communications, ministère des Transports du Québec. Reproduction autorisée par l'Éditeur officiel du Québec."

Population scolaire de mon école



Quel rapport existe-t-il entre le nombre d'enfants au premier cycle et le nombre d'enfants au second cycle?
Peut-on s'attendre à ce que la population secondaire augmente l'année suivante? Pourquoi?

Les relevés porteront sur les températures, les résultats scolaires, les émissions préférées, les voitures en circulation ou en stationnement, ou sur tout objet facilement accessible dans l'environnement scolaire.

Le développement récent des programmes de sciences met l'emphase sur la communication de données à l'aide de représentations graphiques construites à partir de relevés statistiques. Ce sera donc l'occasion d'activités intégrées.

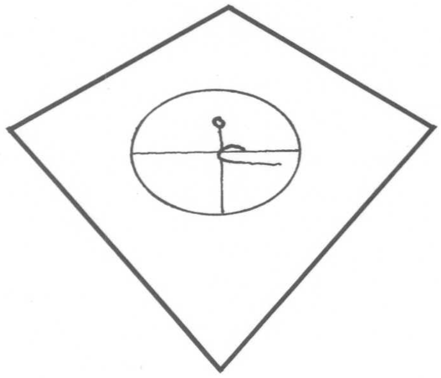
La mesure statistique la plus fréquemment utilisée est la moyenne arithmétique lorsque la situation s'y prête. On s'intéresse aussi à des points particuliers: le plus haut, le plus bas, la mesure la plus fréquente, etc.

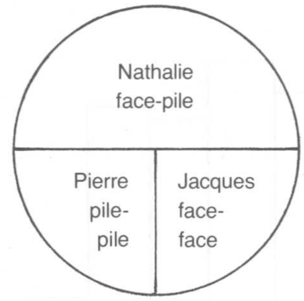
10.3 Probabilités

Il arrive qu'une étude d'éléments statistiques permette de dégager un modèle probabiliste à partir duquel sont faites des prédictions. Plus le modèle reflétera la réalité, plus les prédictions s'avéreront justes. Notre objectif consiste à mettre l'enfant en contact avec des activités simples qui l'amènent à préciser l'idée de hasard et les limites des prédictions que l'on peut faire.

Examinons une situation. Pierre, Jacques et Nathalie s'aperçoivent que si on lance deux pièces de monnaie, elles peuvent tomber de trois manières différentes; ils observent que l'on a soit pile-pile, soit face-face, soit pile-face. Si Pierre est gagnant lorsque la situation pile-pile se présente et que Jacques associe sa chance à face-face, est-ce que Nathalie aura autant de chance de gagner?

L'expérience de Pierre, Jacques et Nathalie a été simulée à l'aide d'un cadran.





Est-ce que ce cadran simule bien la situation?

Ce problème peut très bien être abordé à l'école primaire dans une approche expérimentale.

Une probabilité s'exprime à l'aide d'une quantité qui se situe entre 0 et 1. Ainsi la probabilité que Nathalie gagne est de (1,2) ou 0,5 ou 50%. Ce sont trois façons d'exprimer une même réalité.

La documentation dans ce domaine est assez restreinte. Nous vous recommandons dans un premier temps de consulter la chronique intitulée «Probabilités et statistiques» parue dans la revue *Instantanés Mathématique,* en 1974-1975 et 1975-1976. Cette revue est une production de l'Apame (Association des promoteurs de l'avancement de la mathématique à l'élémentaire).

11. Vocabulaire et symbolisme

11.1 Précision du langage

Dans le présent fascicule, nous avons utilisé un vocabulaire simple et précis. Nous croyons que l'enseignement de la mesure demande peu de vocabulaire mais exige une très grande cohérence dans les termes utilisés ainsi que dans les symboles qui les représentent. Dans ce sens, ce domaine de la mathématique n'est pas différent des autres et un usage correct du vocabulaire et du symbolisme, s'il y a lieu, ne peut que faciliter cet enseignement. Nous ne saurions trop insister sur la nécessité d'un bon usage par l'enseignant du vocabulaire et du symbolisme dans les normes définies implicitement par notre didactique et par notre attitude tout au long de ce fascicule.

Pour des raisons d'ordre méthodologique, il est souvent intéressant et parfois nécessaire d'utiliser des unités que l'on définit momentanément en classe. C'est ainsi que l'enfant peut être appelé à mesurer la longueur d'une salle en comptant le nombre de pas qu'il fait au moment où il la traverse ou, encore, à mesurer l'aire d'un local en comptant le nombre de carreaux couvrant le sol. On peut multiplier les exemples de ce type.

Lorsque l'enseignement de la mesure devient plus formel, il est essentiel d'utiliser des unités du Système international d'unités (SI) en respectant l'usage des symboles et des règles d'écriture qui le caractérisent. Nous vous suggérons à titre de référence le *Guide d'usage du système métrique* du Conseil des ministres de l'éducation (Canada) de même que la norme du ministère de l'Industrie et du Commerce du Québec BNQ 9990 - 911.

Au début de l'apprentissage et durant toute la période réservée à l'exploration, il nous semble important d'utiliser un vocabulaire complet sans abréviation et sans symbole. L'élève écrira s'il y a lieu:

> «Ma table mesure huit bâtonnets»
> «La longueur de ma table est de 127 centimètres.»

L'utilisation des symboles fait partie d'un enseignement plus formel de la mesure et doit apparaître plus tard dans l'apprentissage. Les symboles utilisés à la fin de l'apprentissage peuvent se limiter aux suivants:

Longueur:	km, m, dm, cm, mm
Aire:	m^2, dm^2, cm^2
Volume:	m^3, dm^3, cm^3, l, ml
Temps:	h, min, s
Angle:	(symbole du degré)
Température:	°C

11.2 Problème des formules

La démarche suggérée dans l'apprentissage de la mesure montre bien que l'habileté à mesurer diffère de l'habileté à appliquer des formules. Ce sont là deux objectifs faisant appel à des habiletés fort distinctes.

L'enfant apprend à mesurer des grandeurs en choisissant bien l'instrument et en l'appliquant correctement. Il peut mesurer un périmètre en utilisant un ruban à mesurer ou calculer l'aire d'une figure en y appliquant une grille graduée comme il l'a fait au moment de son apprentissage. Dès ce moment, les objectifs concernant l'habileté à évaluer un périmètre ou une aire sont atteints.

Si, en plus, nous retenons comme objectifs d'enseignement la mémorisation et l'application de formules, pour le calcul du périmètre ou de l'aire par exemple, il devient nécessaire d'évaluer d'une façon distincte ces objectifs.

Il y a, d'une part, toute la didactique de la mesure qui poursuit plusieurs objectifs et il y a, d'autre part — à la fin de cet apprentissage —, une accession assez normale, pour plusieurs enfants, à l'utilisation de formules. Si valables que soient ces objectifs, il ne faudrait pas croire évaluer les premiers en évaluant les seconds.

Notre insistance sur ce point est motivée par de nombreuses observations faites en classe. Nous croyons anormal qu'un enfant, mis en situation d'évaluer une grandeur, ne sache que se demander: «Quelle est la formule?» L'apprentissage de la mesure doit fournir à l'enfant plusieurs moyens d'effectuer une mesure. L'application d'une formule nous semble le moyen le plus abstrait.

12. Conclusion

Il y a sans doute encore beaucoup à dire sur l'enseignement de la mesure. Nous avons parlé de l'évolution des contenus des programmes. Nous sommes aussi conscients que le rôle de l'enfant à l'école se diversifie. La relation maître-élèves s'établit de plus en plus différemment. Ainsi, plus souvent qu'avant, l'enfant participe à des projets qui nécessitent la cueillette de données dans une documentation mise à sa disposition ou par une enquête faite hors de la classe. Par ailleurs, une prise de conscience de l'importance à attacher à l'étude de l'environnement et des modèles physiques ajoute un sens à l'apprentissage de la mesure. Enfin, ce renouveau dans l'approche didactique et la formulation d'objectifs différents sont aussi rattachés d'une façon significative au fait que l'école primaire n'est plus terminale.

Nous n'allongerons pas cette énumération d'observations souvent reprises tout au long de ce fascicule. Tout ce que nous souhaitons, c'est que ce fascicule puisse avoir suscité, chez le lecteur, un désir de repenser cet enseignement particulier qu'est celui de la mesure et que les commentaires, qui y sont faits, aient pu le soutenir dans sa démarche personnelle.

7879-1309

Réalisé par le Service général des communications
du ministère de l'Éducation