



Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation
Direction générale
du développement pédagogique

16 — 2300 — 06

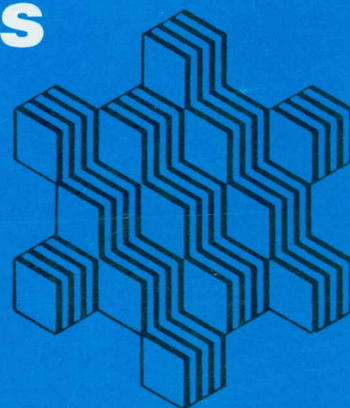
GUIDE PÉDAGOGIQUE

• Primaire

MATHÉMATIQUE

Fascicule F

Activités géométriques



MATHÉMATIQUE

FASCICULE F

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

U.O.A.M.
LABORATOIRES DE
MATHÉMATIQUES ET
D'INFORMATIQUE

MATHÉMATIQUE

FACULTÉ F

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

ISBN 2 - 550 - 00676 - 3

Dépôt légal — quatrième trimestre 1980
Bibliothèque nationale du Québec

© Gouvernement du Québec
Ministère de l'Éducation, 1980

TABLE DES MATIÈRES

Présentation	1
1. Raison d'être et contenu du fascicule	2
2. Philosophie sous-jacente aux activités géométriques à l'école primaire	4
3. Étude de formes et de figures dans l'espace	10
4. Relations entre les formes des objets et les figures géométriques dans l'espace et dans le plan	17
5. Les transformations géométriques dans l'espace et leurs invariants	21
6. Problèmes de repérage: coordonnées et graphiques	28
7. Régularités et structures géométriques	34
Conclusion	32

PRÉSENTATION

Le fascicule F du *Guide pédagogique en mathématique* intitulé *Activités géométriques* vient appuyer le programme proposé pour l'enseignement primaire en reprenant dans un contexte plus particulier et davantage appliqué, les objectifs énoncés dans ce même programme. Il n'a d'autre prétention que d'être un instrument de travail devant soutenir l'action des enseignants et des autres intéressés face à l'apprentissage de la mathématique; il n'est pas parfait, pas plus qu'il n'est exhaustif. On y retrouvera des suggestions, des recommandations, des commentaires, des affirmations, des exemples, des illustrations; cependant, la relativité de tous ces éléments importe plus que la forme — l'esprit prime donc sur la lettre.

Certains problèmes reviennent régulièrement lors de la rédaction d'un tel guide pédagogique; il suffira de mentionner la terminologie et le symbolisme, le lien qualitatif-quantitatif des exemples, les références, les stratégies d'implantation. Or, les solutions aux divers problèmes qui sont posés ne sont pas toujours faciles, à la condition qu'elles existent à priori! Ainsi, bien qu'une terminologie et un symbolisme universels et uniques soient peut-être souhaitables, il n'est pas sûr que ce soit valable; en effet, la réalité indique que la mathématique fait usage de plusieurs termes et symboles relativement à un concept ou qu'un même terme ou symbole puissent s'appliquer à plusieurs concepts. C'est là une richesse certaine de la mathématique.

Dans ce document, il est souvent mentionné que l'on doit utiliser le vocabulaire de l'enfant au lieu du vocabulaire mathématique; cependant, si l'enseignant juge à propos d'utiliser un terme essentiellement mathématique dès le début d'une activité, et si cet usage ne nuit pas à l'apprentissage correct d'une idée mathématique, il peut alors le faire. Il nous semble que cette «solution» est sage, et que ce modèle concret pourrait également s'appliquer face à d'autres situations du même genre.

À cet effet, la lecture des autres documents pédagogiques proposés par le ministère devient non seulement utile, mais elle est essentielle; trop souvent, les préambules et préfaces des textes sont négligés, alors que dans bien des cas ces éléments sont primordiaux.

Puisse ce document aider les enseignants dans l'accomplissement de leur tâche.

1.

Raison d'être et contenu du fascicule

On pourrait croire que l'enseignement de la géométrie à l'école primaire fait partie de récentes préoccupations pédagogiques, que nos programmes subissent un accroissement de contenu, que notre didactique subit de nouveaux contrecoups.

La réalité est tout autre.

S'il fut un temps où la géométrie s'est posée comme une gymnastique de l'esprit, il faut croire que notre perception est différente actuellement.

L'enfant se déplace dans un espace physique, agit et vit dans cet espace. Il faut lui faire vivre des expériences qui lui permettront de mieux observer les éléments de cet espace. Il en dégagera des propriétés, établira des relations, décèlera des variables, etc. Il traduira mathématiquement l'espace dans lequel il évolue et fixera quelques éléments de structure.

L'importance de centrer notre pédagogie sur l'enfant et sur son environnement définit cette obligation de repenser notre action en ce qui concerne l'étude de la géométrie.

1.1 Place de la géométrie dans le programme

La géométrie est un des thèmes constituant le champ d'application du programme. Son importance se précise à mesure que l'on réfléchit sur le sujet et que l'on est mieux expérimenté.

À l'école primaire, le programme devrait prévoir des activités à caractère géométrique pour le quart du temps alloué à l'apprentissage des mathématiques.

Sans donner une définition de la géométrie, on en fera une première description par les considérations qui suivront et par les activités proposées. Si, dans le passé, on a identifié l'enseignement de la géométrie à l'étude du toisé et au calcul de longueurs, d'aires et de volumes, on peut dire que l'on différencie davantage maintenant l'étude de la géométrie de l'étude de la mesure. L'aspect quantitatif de l'espace qui nous entoure apparaît plutôt sous le thème «Mesures», tandis que son aspect qualitatif se caractérise par les activités géométriques proposées dans le programme actuel.

Bien sûr, dans plusieurs activités, l'étude de la géométrie ne pourra être séparée de l'étude de la mesure puisque la mesure consiste le plus souvent à quantifier des observations géométriques. Ainsi, la mesure d'un segment consiste précisément à identifier d'abord le segment à mesurer et le segment qui est pris comme unité, à comparer ensuite ces deux segments pour aboutir à une quantification de cette comparaison. De même que l'étude des transformations isométriques est intimement reliée à la notion de mesure, ainsi peut l'être la relation entre un polyèdre et son nombre d'arêtes ou celle entre la circonférence et son rayon, etc.

Il demeure que, par l'étude de la géométrie, chaque élément de l'espace devient un point de départ pour l'activité de l'enfant. L'aspect qualitatif de la géométrie prend alors une très grande importance tandis que son aspect quantitatif se limite à un champ de préoccupations qu'on appelle le toisé.

Il est donc important d'apporter une attention spéciale à ce type de géométrie qui a une signification différente de celle dont s'occupaient les maisons de formation de maîtres jusqu'à ces dernières années. En effet, nos préoccupations s'éloignent de l'étude d'une géométrie déductive pour se rapprocher davantage d'une géométrie d'exploration.

1.2 Contenu de ce fascicule

Parmi les cinq thèmes généraux du programme, celui qui porte sur la géométrie se caractérise par un ensemble d'activités géométriques.

Toutefois, il est impérieux de faire vivre à l'enfant un grand nombre d'expériences géométriques stimulantes, formatrices et variées. La documentation n'est pas très abondante: la plupart des manuels ne réservent que quelques pages à ce genre d'activités. Cet enseignement doit donc quitter sa position marginale et cesser d'être exclusivement occasionnel.

Quant à la formation des enseignants, elle est malheureusement trop limitée en ce domaine. Il faudra multiplier les activités d'expérimentation et provoquer la réflexion sur le sujet.

On tentera, ici, de préciser la didactique d'un tel enseignement et de fournir un certain nombre de suggestions qui pourront aider les équipes pédagogiques des commissions scolaires à organiser un ensemble d'activités géométriques propre à mieux outiller l'enfant en le faisant participer non pas simplement à l'aspect numérique de l'édifice mathématique, mais aussi à sa dimension spatiale. Nous sommes bien conscients des relations entre le nombre et l'espace. Notre désir est de mettre davantage en évidence cet aspect de la mathématique.

Philosophie sous-jacente aux activités géométriques à l'école primaire

1.1 Introduction

Il y a des idées fortes qui sous-tendent l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Ces idées sont d'ordre philosophique et ont trait à la nature de la connaissance humaine, à la relation entre le monde réel et le monde mathématique, à la place de la géométrie dans l'éducation. Elles sont d'ordre épistémologique et ont trait à la façon dont la géométrie est enseignée, à la façon dont les concepts sont construits, à la façon dont les problèmes sont résolus. Elles sont d'ordre éthique et ont trait à la façon dont la géométrie est utilisée pour former des citoyens responsables et engagés. Ces idées sont d'ordre pédagogique et ont trait à la façon dont la géométrie est enseignée, à la façon dont les concepts sont construits, à la façon dont les problèmes sont résolus. Elles sont d'ordre méthodologique et ont trait à la façon dont la géométrie est enseignée, à la façon dont les concepts sont construits, à la façon dont les problèmes sont résolus. Elles sont d'ordre épistémologique et ont trait à la façon dont la géométrie est enseignée, à la façon dont les concepts sont construits, à la façon dont les problèmes sont résolus. Elles sont d'ordre éthique et ont trait à la façon dont la géométrie est utilisée pour former des citoyens responsables et engagés. Ces idées sont d'ordre pédagogique et ont trait à la façon dont la géométrie est enseignée, à la façon dont les concepts sont construits, à la façon dont les problèmes sont résolus. Elles sont d'ordre méthodologique et ont trait à la façon dont la géométrie est enseignée, à la façon dont les concepts sont construits, à la façon dont les problèmes sont résolus.

2.2 Géométrie expérimentale contre la géométrie axiomatique

Il y a deux façons d'enseigner la géométrie à l'école primaire. La première est la géométrie axiomatique, qui est basée sur des axiomes et des théorèmes. La seconde est la géométrie expérimentale, qui est basée sur l'observation et l'expérience. La géométrie expérimentale est plus adaptée à l'enseignement à l'école primaire, car elle permet à l'enfant de découvrir les concepts géométriques par lui-même, à travers des activités concrètes et ludiques. Elle permet également de développer des compétences telles que l'observation, l'analyse, la synthèse, la communication et la résolution de problèmes.

La géométrie expérimentale est plus adaptée à l'enseignement à l'école primaire, car elle permet à l'enfant de découvrir les concepts géométriques par lui-même, à travers des activités concrètes et ludiques. Elle permet également de développer des compétences telles que l'observation, l'analyse, la synthèse, la communication et la résolution de problèmes. La géométrie expérimentale est plus adaptée à l'enseignement à l'école primaire, car elle permet à l'enfant de découvrir les concepts géométriques par lui-même, à travers des activités concrètes et ludiques. Elle permet également de développer des compétences telles que l'observation, l'analyse, la synthèse, la communication et la résolution de problèmes.

La géométrie expérimentale est plus adaptée à l'enseignement à l'école primaire, car elle permet à l'enfant de découvrir les concepts géométriques par lui-même, à travers des activités concrètes et ludiques. Elle permet également de développer des compétences telles que l'observation, l'analyse, la synthèse, la communication et la résolution de problèmes. La géométrie expérimentale est plus adaptée à l'enseignement à l'école primaire, car elle permet à l'enfant de découvrir les concepts géométriques par lui-même, à travers des activités concrètes et ludiques. Elle permet également de développer des compétences telles que l'observation, l'analyse, la synthèse, la communication et la résolution de problèmes.

2.

Philosophie sous-jacente aux activités géométriques à l'école primaire

2.1 Introduction

Il y a différentes façons d'aborder la géométrie. Le niveau le plus fondamental est celui de la connaissance expérimentale de l'espace physique environnant. Alors se développe et s'affine une connaissance intuitive de l'espace, à mesure que l'on arrive à conceptualiser figures, propriétés et transformations géométriques. Ce sont là les autres niveaux de connaissances qui caractérisent la géométrie abordée dans les classes primaires. Nous devons centrer nos efforts sur une vaste exploration de l'espace si l'on veut, à un stade plus avancé, envisager une connaissance plus structurée d'une géométrie organisée et présentée sous forme déductive. La déduction, en ce domaine — et surtout dans l'enseignement primaire — ne saurait être envisagée comme un mode d'apprentissage. Au contraire, la connaissance expérimentale et intuitive de l'espace doit devenir le sens même de cette étude. On admettra cependant que le fait d'entraîner l'enfant à faire des déductions simples sur un groupe limité de données n'entre pas en contradiction avec cet énoncé.

2.2 Géométrie expérimentale centrée sur des activités vécues par l'enfant

Il s'agit avant tout de faire vivre à l'enfant des activités propres à lui faire prendre conscience de l'espace qui l'entoure et de la position qu'il occupe dans cet espace. Il devra également s'exercer à une représentation mentale de cet espace grâce à des manipulations nombreuses et variées dans lesquelles il apprendra à exprimer les résultats de ses observations.

Cette géométrie expérimentale se fera d'ailleurs à partir de l'environnement de l'enfant et de situations qui lui sont familières. Des périodes intenses de réflexion et d'expérimentation de la part des enseignants et de ceux qui sont responsables de l'enseignement de la mathématique seront nécessaires pour mener à bien l'application d'un tel programme.

Les activités géométriques porteront en particulier sur la forme des objets, leur position relative, les mouvements auxquels on les soumet, les déformations qu'on leur fait subir, etc. Lors de ces activités, l'attention de l'élève se portera

sur les propriétés les plus remarquables et sur certaines relations qui existent entre elles.

L'apprentissage du vocabulaire géométrique viendra s'appliquer à des situations familières, à des formes déjà étudiées, à des propriétés connues et à des transformations maintes fois effectuées.

2.3 Activités dans l'espace

Nous vivons dans un espace à trois dimensions dans lequel nous percevons des objets et les mouvements de ces objets. Constamment, nous sommes en interaction avec ces objets. Les activités géométriques proposées aux enfants doivent respecter cette réalité en évitant de les cantonner prématurément et artificiellement dans le plan.

L'étude des formes, des figures, des mouvements, des transformations, des orientations et des régularités a comme point de départ des objets à trois dimensions et se situe dans un espace à trois dimensions.

Reconnaître des formes cubiques dans ce qui entoure l'enfant ou lui faire observer un cube dans diverses positions sont des éléments d'activités qui doivent précéder ou, tout au moins, être menés en parallèle avec la reconnaissance de formes carrées dans un dessin au tableau ou dans un manuel.

2.4 Activités géométriques variées

En accord avec la philosophie précédemment décrite, il est essentiel que les activités géométriques soient multipliées et diversifiées afin d'atteindre des objectifs pédagogiques variés:

a) Activités dont le but est d'explorer des notions et des faits géométriques. Plusieurs de ces activités aident à développer et à affiner l'intuition géométrique de l'enfant.

b) Activités dont le but est d'apprendre à communiquer de diverses façons à propos de faits géométriques. Ces activités favorisent l'élaboration d'une terminologie, d'un symbolisme et de moyens graphiques d'expression.

c) Activités dont le but est d'appliquer des notions et des faits géométriques et de les relier entre eux. Ces applications peuvent dépasser le caractère restrictif qu'on a donné à la notion de géométrie au début du texte.

d) Activités dont le but est de fixer et d'entretenir certaines acquisitions et habiletés en géométrie.

2.5 Abstraction progressive à partir de perceptions

La perception par l'enfant des objets à trois dimensions et de leurs parties a une influence directe sur l'apprentissage, que cette perception soit, dans une situation donnée, globale ou fragmentaire. Ce n'est qu'à partir de ses perceptions très concrètes que se dégageront peu à peu des notions géométriques. La notion de segment de droite sera dégagée de la rencontre de deux plans finis pour se prolonger beaucoup plus tard dans un infini idéal ou théorique. C'est là une façon de voir comment la notion de ligne droite peut se construire, cette notion étant une abstraction avancée par rapport à l'objet concret ayant servi à une première observation.

C'est par un long processus, dont on ne connaît qu'imparfaitement les phases, que l'enfant passera d'une perception concrète, soit globale, soit fragmentaire, à une conception abstraite et analytique.

Il n'est pas facile de comprendre qu'une figure peut être considérée comme un ensemble de points et qu'une transformation géométrique, qui n'agit en apparence que sur la figure, transforme en fait chacun des points du plan dans lequel se trouve cette figure. Tout ceci nécessite une démarche qui ne saurait être accélérée inconsideramment.

C'est tout au long de l'enseignement primaire qu'un support concret doit être utilisé pour favoriser progressivement la construction de ces concepts.

2.6 Géométrie inductive parsemée de déductions simples

Si l'enseignant a en mémoire des définitions et des théorèmes où la géométrie avait un caractère essentiellement déductif, il est important qu'il oublie ces références ou qu'il les situe dans une nouvelle perspective. La géométrie que l'on fait à l'école primaire est de caractère inductif et se fait à partir d'expériences concrètes. Les

déductions, qui pourront être faites, chercheront à unifier un nombre limité de notions et non pas l'ensemble de la géométrie. À titre d'exemple, l'étude d'un ensemble de figures planes à trois côtés à partir d'un matériel concret créé par les enfants aboutira à cette abstraction que constitue le concept de triangle compte tenu des propriétés observées et des classifications qu'on en fait.

2.7 Utilisation de concepts unificateurs

Comme les énoncés du programme l'indiquent, on se sert de concepts unificateurs comme moyens d'expression et comme outils de la pensée. Les occasions d'utiliser les concepts d'*ensemble*, de *relation* et de *fonction* sont multiples, aussi bien dans les classifications auxquelles aboutissent les observations des enfants que dans les transformations.

L'observation de régularités peut aller jusqu'à l'introduction de structures mathématiques élémentaires appliquées à des exemples déjà étudiés. Ainsi, après l'étude des symétries et des rotations du triangle, l'élève pourra travailler sur cet exemple de structure de groupe que constituent les transformations isométriques du triangle.

2.8 Nécessité d'un matériel diversifié

Pour réaliser les objectifs visés, les élèves ont besoin d'un matériel didactique suffisamment riche et adapté qui leur suggère de nombreuses observations. Naturellement, l'environnement de l'enfant demeure la première source de matériel à exploiter. Il existe aussi du matériel moins répandu, que l'on peut acheter ou qui est facile à construire, et qui s'avère très utile.

2.9 Géométrie et autres matières

La géométrie se révèle une section privilégiée de la mathématique en ce qu'elle permet de poursuivre merveilleusement les objectifs du programme.

Notons, en particulier, l'intégration naturelle d'activités de géométrie, de sciences, d'arts plastiques et de sciences humaines.

Ainsi en est-il dans des projets tels que la construction de la maquette d'un village ou d'un quartier, la préparation d'un système de repérage à l'aide de coordonnées polaires ou cartésiennes, l'observation ou l'organisation d'éléments décoratifs dans une tapisserie, la création et l'observation d'ombres chinoises dans

une activité théâtrale, etc.

2.10 Cinq thèmes d'activités à explorer simultanément

Pour des raisons de commodité, les types d'activités géométriques suggérées dans le programme ont été regroupées sous cinq thèmes qui feront l'objet des chapitres suivants. Normalement ces thèmes doivent se développer simultanément; en effet, une même activité peut toucher plusieurs thèmes en plus d'avoir des relations avec d'autres disciplines.

Il faut éviter, dans l'enseignement de la géométrie, de structurer trop tôt le contenu de cet apprentissage et de le scléroser avant même que les enfants aient fait une exploration assez vaste du sujet.

Dans le programme, en effet, on demande que l'enfant participe à des activités géométriques de type exploratoire. Dans ce contexte, s'il est relativement facile de tracer les grandes lignes d'une démarche pédagogique, l'organisation structurée de cet apprentissage dans le sens d'un cheminement rigoureusement linéaire n'est pas aussi simple. Le domaine est trop vaste et les occasions d'expérimenter trop nombreuses et trop diversifiées pour assécher l'enseignement de la géométrie en le ramenant à un réseau simpliste de quelques notions ou définitions.

Par ailleurs, dans le programme, un certain agencement des objectifs d'apprentissage de la géométrie s'est avéré essentiel afin d'éviter des répétitions superficielles et ennuyeuses des mêmes activités.

3.

Étude de formes et de figures dans l'espace¹

3.1 Introduction

Il s'agit ici d'étudier les formes des objets ou de leurs parties dans l'espace à trois dimensions. Dans le présent fascicule, le mot «forme» caractérise l'espace physique tandis que le mot «figure» s'applique à l'espace géométrique. Ainsi, après avoir observé un solide de forme prismatique, on dira de l'une de ses faces qu'elle est de forme carrée ou de forme rectangulaire, ou de forme triangulaire, etc. Dans ce même contexte, le prisme, le carré, le rectangle, le triangle, etc. sont des figures. En d'autres termes, l'enfant manipule des objets, il étudie des formes et il trace des figures. Cette étude se fera à partir d'un matériel varié ou de situations suffisamment riches pour fournir un vaste champ d'observation dans lequel des comparaisons peuvent facilement s'établir. L'enfant en vient ainsi à saisir divers concepts géométriques dont il affinera la connaissance jusqu'à la fin de l'école primaire. Rattachée à cette étude des êtres géométriques: solides, figures planes, angles, segments, etc., on retrouve également l'étude des propriétés géométriques: parallélisme, congruence, etc.

Dès le début du primaire, l'étude de la géométrie se fera à partir des objets à trois dimensions. C'est à partir de ces solides que seront abordées et étudiées les surfaces, les figures planes et les lignes.

Se limiter à une étude de la géométrie dite plane ne respecterait pas l'esprit du programme. De même, nous croyons prématuré et dommageable de considérer systématiquement, à l'école primaire, les figures géométriques comme des ensembles de points.

Enfin, ce thème est intimement relié aux autres qui sont abordés dans les chapitres suivants et la richesse des situations de départ devrait faciliter l'étude de plus d'un thème à la fois.

3.2 Activités d'exploration des formes dans l'espace

L'exploration de formes dans l'espace rejoint autant les caractéristiques topologiques de l'espace dans lequel vit l'enfant que les attributs plus conventionnels attribués aux solides et à leurs éléments.

1. Voir la section 2.10.

On regroupe sous le titre d'activités topologiques, celles qui ont pour but d'explorer certains concepts fondamentaux en géométrie: notions d'intérieur, d'extérieur, de frontière et de voisinage. On y retrouve aussi les notions de courbes ouvertes ou fermées, de même que l'analyse de réseaux et de leur parcours.

Ces activités peuvent commencer très tôt. D'ailleurs, l'enfant amorce une vaste exploration de ces notions dans ses jeux avant même d'entrer à l'école².

Certains auteurs placent sous ce nom certaines activités comme des déplacements dans des labyrinthes ou sur des cartes géographiques où on trouve îles et lacs ou bien un réseau routier, ou encore la classification de lettres de l'alphabet selon des équivalences topologiques. Ces activités peuvent encore une fois susciter la recherche de régularités sur lesquelles nous reviendront au chapitre 7.

Il arrive que le mot topologie soit mal employé et, dans ce cas, on y associe souvent un vocabulaire à caractère projectif tel gauche, droite, etc. ou à caractère quantitatif tel plus, moins, autant, etc. Pour éviter toute ambiguïté, on peut parler globalement d'activités sur des situations spatiales dans lesquelles peut s'intégrer tout le vocabulaire d'orientation et de quantification tel qu'on l'expérimente au premier cycle.

L'exploration des formes dans l'espace peut d'abord consister à construire des formes. Ces constructions se font à l'aide de pâte à modeler, blocs, cubes, réglettes, en général à l'aide de matériel courant et au cours d'activités spontanées.

L'observation de ces formes à trois dimensions amène l'enfant à faire des descriptions sommaires, à identifier certaines propriétés physiques, à compter le nombre de faces, d'arêtes et de sommets et à établir des relations entre ces nombres.

2. Le film «Safari topologique» produit par le Service général des moyens d'enseignement (S.G.M.E.) en fournit des exemples.

La construction de même que la décomposition de formes amènent l'élève à en faire une exploration plus profonde qui le met en contact avec d'autres formes à trois, à deux ou à une dimensions. Ainsi, la manipulation de blocs permet la transformation d'un solide en un autre solide; les blocs du type Soma en sont un exemple. La décomposition d'un solide selon ses faces et la reconstruction à l'aide de bâtonnets, de pailles, de cure-pipes ou de pièces de jeux de construction permettent d'établir des relations entre ce solide et ses arêtes. L'étude des ombres produites par des solides est une activité qui se situe dans la même ligne de pensée.

Enfin, la reconstitution de formes de l'environnement, grandeur nature ou à l'échelle, constitue un élément important de cette exploration générale de formes de l'espace.

3.3 Activités d'exploration de surfaces et de lignes dans l'espace

L'exploration de formes à deux dimensions pourra se faire avec du matériel concret (bois, carton, plastique, etc.), d'épaisseur négligeable de façon à ce que cette dimension n'interfère pas sur les deux autres qu'on veut mettre en évidence. Cependant, il ne faudra pas laisser croire que la troisième dimension n'existe pas; il est donc important de faire prendre conscience à l'enfant du fait que les figures à deux dimensions sont abstraites à partir de formes à trois dimensions.

Différents travaux de recherche de l'élève sur le «géoplan» ou sur la planchette à trous, de même que sur du papier quadrillé ou triangulé à l'aide de lignes ou de points permettent une exploration enrichissante de l'espace à deux dimensions.

On peut encore ici proposer aux enfants des activités de composition et de décomposition. Dans ce sens, des activités de décomposition de figures ou de dallages d'espace limité ou non, à l'aide de figures régulières ou non, favorisent une exploration intéressante de ce thème.

L'utilisation du «Tangram» et d'autres jeux commerciaux permet la réalisation d'activités reliées à cet aspect de l'exploration du plan.

3.4 Formes et figures géométriques: concepts et propriétés

Des observations faites aux moments des explorations de l'espace à trois dimensions, à deux dimensions ou à une dimension, l'enfant accède

à une première généralisation que constituent les propriétés des formes et des figures.

Ainsi, il dégage les propriétés des solides à partir de leurs représentations: solides pleins (ex.: boule de pâte à modeler), solides vides à l'intérieur (ex.: ballons), ou solides présentés sous forme de squelettes (ex.: cubes faits à l'aide de pailles).

De même, il dégage la propriété de surface plane, de surface courbe en remarquant que les prismes, les cônes, les sphères, les cylindres ont des surfaces soit planes, soit courbes, soit des deux types.

Des mêmes situations, l'enfant peut dégager les notions d'arêtes et de sommets.

Enfin, progressivement, l'enfant en vient à abstraire et à préciser des concepts géométriques fondamentaux tels que ceux de polyèdre, de sphère, de cylindre, de cône, de plan, de portion de plan, d'angle, de polygone, de ligne dans l'espace, etc.

3.5 Amorce de définition de figures et de propriétés géométriques

Au début, l'enfant fait des descriptions plus ou moins précises, redondantes ou insuffisantes, de concepts ou de propriétés géométriques. Des expériences bien choisies et des mises en situations adéquates lui permettent de dégager de plus en plus de propriétés caractéristiques propres à amener des définitions convenables. Il n'y a pas intérêt à ce moment à viser la définition la plus succincte qui court-circuite trop rapidement l'expérience vécue. L'important est que l'enfant sente l'utilité de communiquer son expérience et la nécessité de s'entendre sur certaines définitions, en reconnaissant la possibilité ou l'avantage de la faire de plus d'une façon.

Ainsi, la définition du carré suit chez l'enfant un développement qui s'associe à l'expérience qu'il vit. L'expression de cette définition pourra être insuffisante, juste ou redondante. Tout au long de son apprentissage, l'enfant pourra fournir des définitions semblables aux suivantes:

Le carré est une figure qui a quatre coins. (Insuffisante)

Le carré est une figure qui, par rotation de quarts de tour, se superpose toujours à elle-même. (Insuffisante)

Le carré est une figure qui a quatre côtés congrus. (Insuffisante)

Le carré est un quadrilatère qui, par rotation de quarts de tour, se superpose toujours à lui-même. (Juste)

Le carré est un rectangle qui a quatre côtés congrus. (Juste)

Le carré est un losange qui a quatre angles congrus. (Juste)

Le carré est un parallélogramme qui admet quatre axes de symétrie. (Juste)

Le carré est un rectangle qui a quatre côtés congrus et quatre angles congrus. (Redondante)

Le carré est un rectangle qui a deux côtés consécutifs congrus et qui admet quatre axes de symétrie. (Redondante)

On pourrait facilement en imaginer d'autres.

Toutefois, il est important de faire la distinction entre l'usage courant et la tradition mathématique. À titre d'exemple, dans le langage courant, le carré et le rectangle sont des figures différentes, tandis que, pour le mathématicien, le carré est un rectangle mais non l'inverse.

3.6 Terminologie et symbolisme

Y aurait-il un problème dans l'établissement d'une terminologie et d'un symbolisme? Il y a lieu de croire que oui si on regarde les indications ou l'absence d'indications des dernières années à ce sujet.

Il est certain que l'utilisation systématique et hâtive de la terminologie a toujours comme effet une diminution ou un arrêt de l'observation et de l'expérimentation comme si la connaissance des termes «carré» ou «sphère» mettait un point final à l'étude expérimentale.

On peut utiliser le vocabulaire approprié à mesure que l'exploration des formes et des figures progressera. Le vocabulaire permet de regrouper sous de grandes familles les objets à l'étude. Ainsi, on peut utiliser les termes «solides réguliers», «prismes», «pyramides», «polygones» nommés selon le nombre de côtés, quand l'enfant a suffisamment observé les propriétés communes à ces figures.

Quant au symbolisme, il n'a pas à occuper une place importante et peut se résumer à peu de choses. Par exemple, l'identification des sommets des figures dans l'espace ou dans le plan doit suffire pour nommer les figures dans des expressions ou des phrases complètes. Ainsi, on peut parler d'un carré ABCD ou d'un triangle RST. De même, on n'a pas à introduire de symbolisme spécial pour représenter les congruences.

3.7 Utilisation de matériel didactique

L'étude de la géométrie nécessite l'usage d'un matériel didactique. Ce matériel peut être très simple, mais sa nécessité est telle qu'il serait illusoire de vouloir aborder des activités géométriques par des échanges verbaux.

Le matériel de manipulation utilisé pour l'étude de la géométrie va d'un matériel courant (ficelle, papier de construction, ciseaux) jusqu'au matériel déjà préparé que l'on retrouve sur le marché. L'environnement de l'enfant, autant à l'intérieur de la classe qu'à l'extérieur, fournit de multiples exemples concrets facilitant la poursuite d'activités en rapport avec les cinq thèmes.

4.

Relations entre les formes des objets et les figures géométriques dans l'espace et dans le plan¹

4.1 Introduction

Dans l'espace environnant, l'enfant, par expérience, prendra conscience de toutes sortes de relations qui peuvent exister entre des objets matériels, entre leurs formes, leurs positions, leurs parties, leurs ombres, etc. Par la manipulation, il peut modifier de telles relations et en créer de nouvelles. Toutes ces relations peuvent être discutées à l'aide de gestes, de mots, de schémas, etc.

Cette manipulation d'objets et l'étude des formes qui sont changées ou non se transposent d'une façon analogue dans le monde abstrait des figures géométriques. Un grand nombre de relations peuvent être étudiées. Par la pensée, on peut les concevoir, les changer, en imaginer d'autres. La représentation de ces figures sur papier quadrillé ou autre facilite la manipulation de ces concepts abstraits par les enfants. Il est surtout important que l'enfant décrive dans ses mots les relations observées, parle de ses observations et en discute avec des camarades.

Le concept de relation est omniprésent en mathématique. Il l'est en particulier en géométrie, quoique souvent de façon non explicite. Il est important que l'enfant explore, découvre, crée, décrive, modifie, reproduise diverses relations géométriques. Il est également bon qu'il généralise son idée de relation en s'aper-

cevant qu'en géométrie on rencontre des relations qui sont semblables, par leurs propriétés, à des relations observées sur les nombres ou sur d'autres ensembles.

Les activités mentionnées plus haut portant sur les formes des objets et les figures géométriques, les transformations géométriques, la position des figures ou les régularités en géométrie développent chez l'enfant sa connaissance des principales relations géométriques.

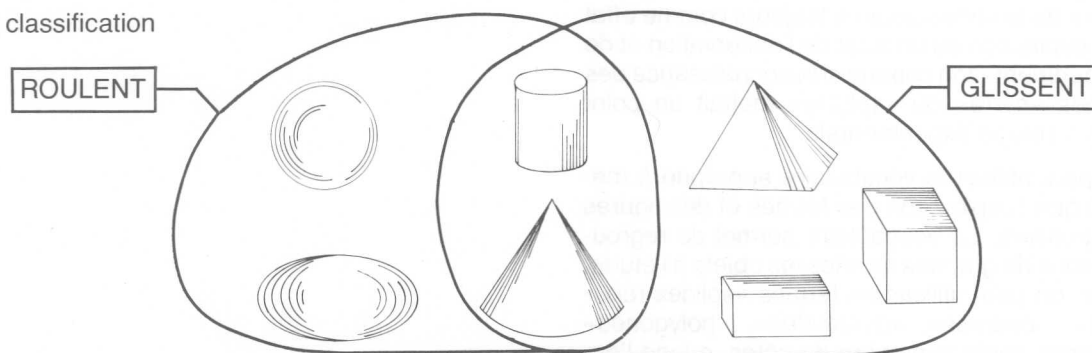
4.2 Relations simples existant entre certaines formes à trois dimensions

L'observation des objets et de leurs formes dans l'espace environnant conduit à la découverte de certaines propriétés physiques ou géométriques. Il est naturel, lorsqu'on veut comparer deux objets, de voir ce qu'ils ont de semblable ou de différent; ces premières observations permettent à l'enfant d'établir des relations entre les formes.

Il en est de même lorsqu'on cherche à former des ensembles de solides ou d'objets selon certains critères géométriques. Dans ce cas, l'enfant est obligé de trouver ou d'identifier une propriété commune aux objets qui vont former l'ensemble. Implicitement, il établit diverses relations entre certaines de ces formes.

Exemples:

a) classification



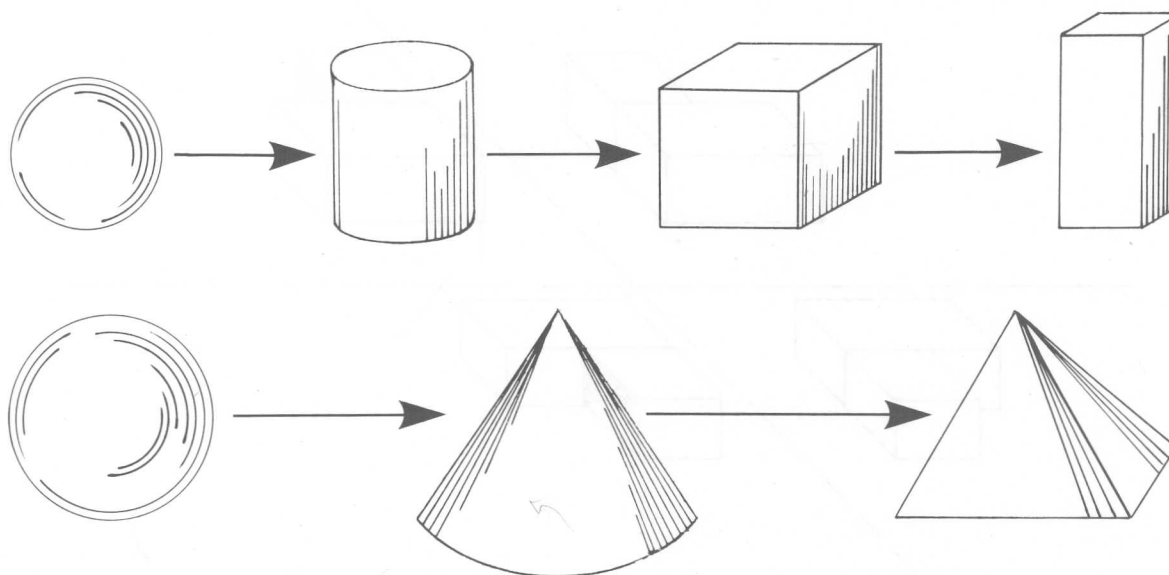
L'observation de propriétés physiques de solides permet à l'élève de faire une première classification. Cette observation l'amène à préciser

les notions de surfaces planes et de surfaces courbes.

1. Voir la section 2.10.

b) transformations

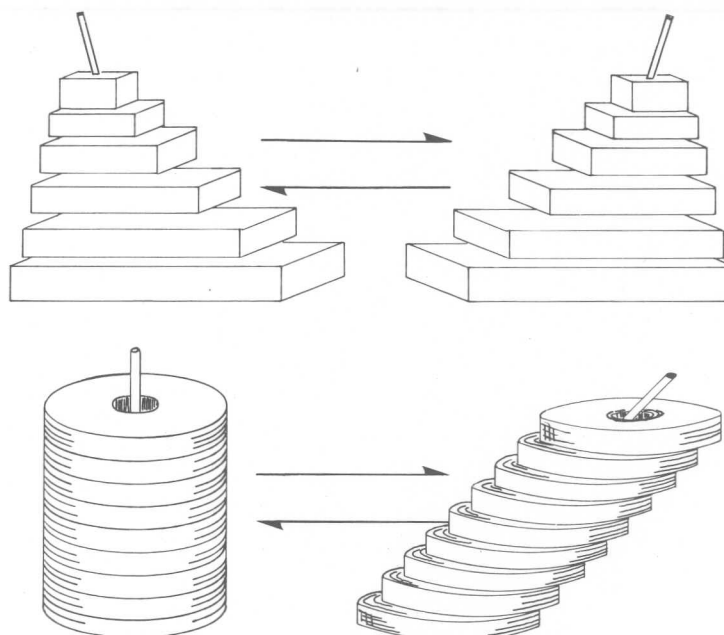
1. modèles faits de pâte à modeler



À l'aide de pâte à modeler, l'élève fait apparaître une suite de solides. Ces transformations et les observations qu'on peut y faire touchent à divers aspects de la géométrie et de la mesure:

transformation topologique, surface plane, surface courbe, face, arête, sommet, volume, masse, etc.

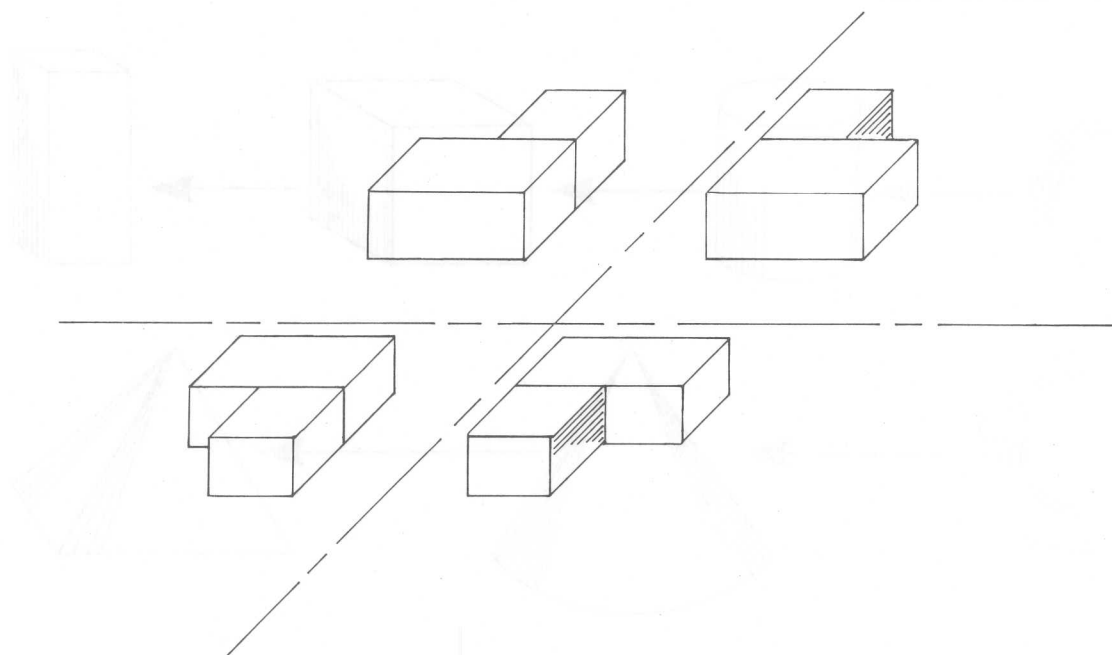
2. cartons superposés



Ces modèles permettent plusieurs des observations soulignées dans l'exemple précédent. De plus, l'élève est mis en présence de la décom-

position d'un solide, de la translation d'un objet, de la notion d'angle, etc.

3. blocs de construction



Les lignes représentent des plans de symétrie. À l'aide de blocs et de miroirs, l'élève s'initie à une forme de transformations isométriques: les

symétries¹. À partir du même modèle, on peut observer des rotations.

1. Le film «Les jumeaux symétriques», produit par le Service général des moyens d'enseignement (S.G.M.E.), présente aux enseignants une application pédagogique qui s'inspire de ces préoccupations.

4.3 Relation de congruence entre figures

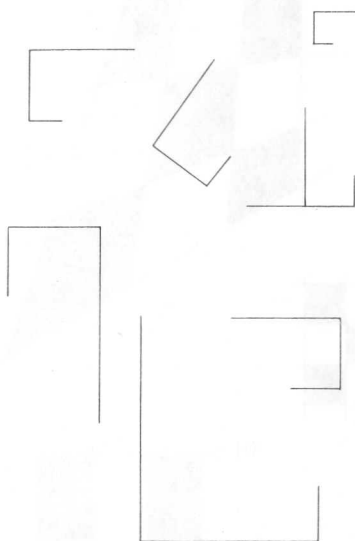
Une des relations les plus couramment observées entre deux figures dans l'espace est la congruence. C'est dans ce sens qu'était utilisé le mot égalité, mais son usage, cause d'ambiguïtés, devrait disparaître.

Dans les espaces à trois dimensions, deux figures sont dites congrues si elles se décrivent comme pouvant sortir d'un même moule réel ou

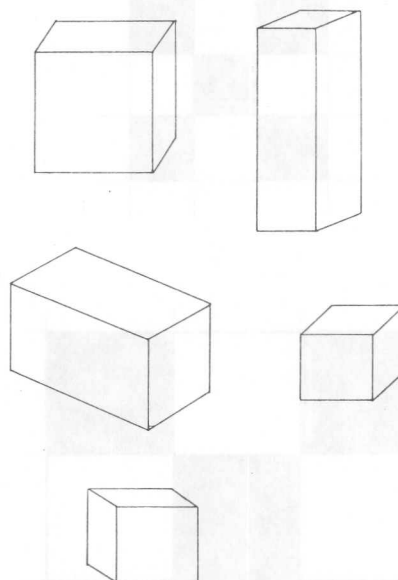
imaginaire. Dans les espaces à deux dimensions, des figures planes sont dites congrues si elles sont superposables. De cette façon, la congruence est, pour ainsi dire, définie concrètement. Mathématiquement, deux figures sont congrues s'il existe entre elles une correspondance biunivoque et si elles ont mêmes mesures.

Exemples: Quelles figures sont congrues?

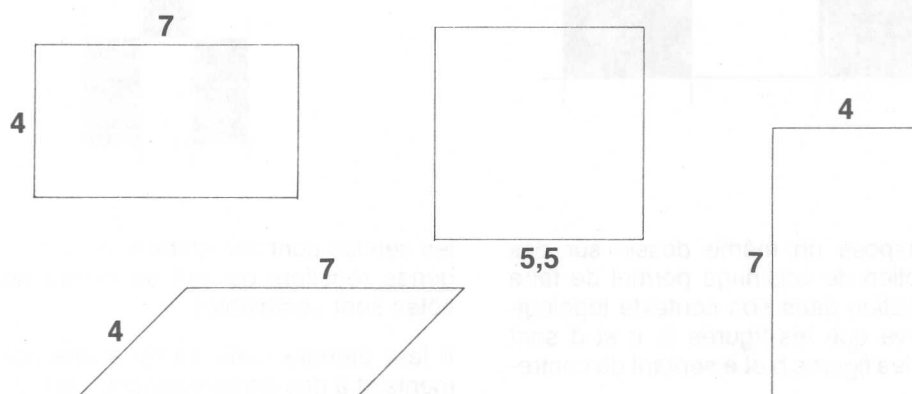
a)



b)



c)



L'enfant regroupe ensemble les figures qui sont congrues. Il pourra vérifier la congruence par un procédé de calquage, par exemple. La mise en

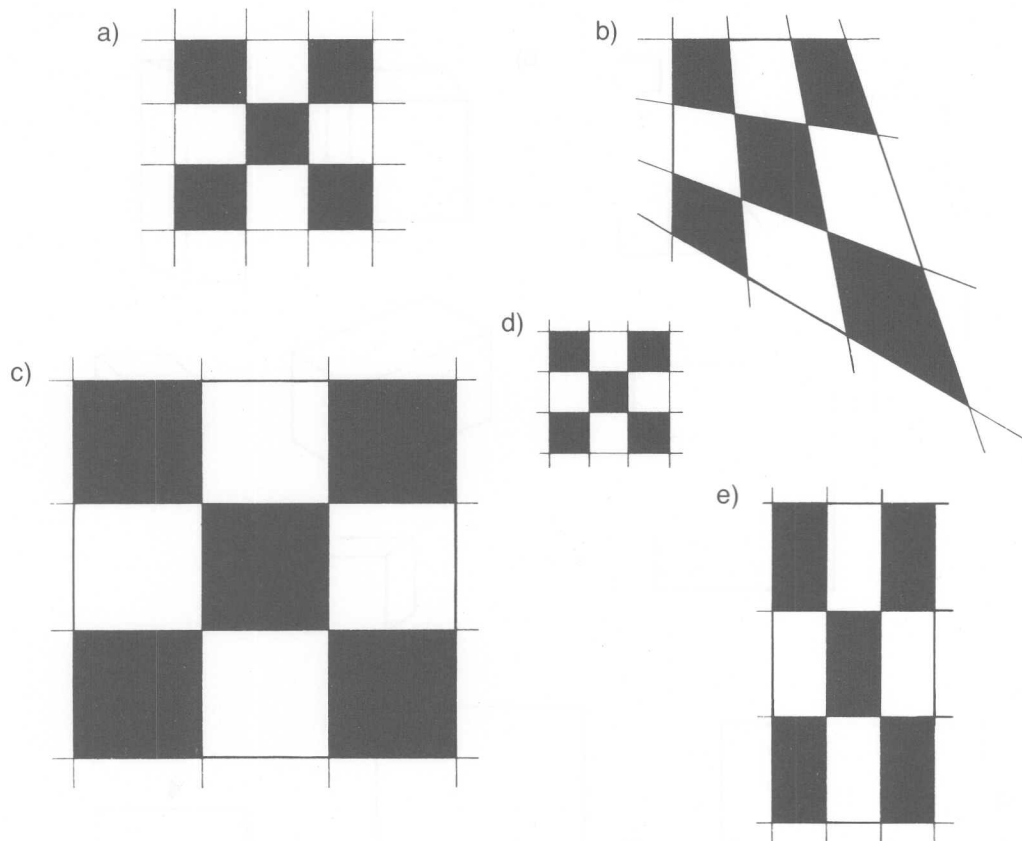
évidence des ressemblances, des différences, le relevé des invariants, etc. permettent de préciser la notion de congruence.

4.4 Relation de similitude entre figures géométriques

La relation «est semblable à», existant entre certaines figures, peut aussi être appelée relation de similitude. C'est là une notion complexe car, pour que deux figures soient semblables, il faut que l'une des deux soit essentiellement un agrandissement de l'autre, toutes proportions gardées. C'est d'ailleurs une relation qui existe

toujours entre un modèle ou un dessin fait à l'échelle et ce qu'il représente. On peut exploiter ce concept par l'observation de l'agrandissement d'une photographie ou de la transposition d'une figure, d'un papier quadrillé à un autre de dimensions différentes.

Exemples:



L'enfant transpose un même dessin sur des grilles. La notion de voisinage permet de faire cette reproduction dans son contexte topologique. Il observe que les figures a, c et d sont semblables¹ les figures b et e servant de contre-exemples.

Par l'exploration de figures, l'enfant découvre que tous les carrés sont semblables, que tous

les cercles sont semblables, que tous les polygones réguliers qui ont un même nombre de côtés sont semblables.

Il faut étendre cette étude à des agrandissements et à des rétrécissements de toutes sortes de figures régulières ou non représentant des formes géométriques.

1. Des figures sont semblables (transformations de similitude) lorsque, dans la transformation qui les relie, on note les deux invariants suivants: congruence d'angles et conservation des proportions dans les côtés des figures.

4.5 Relation d'égalité d'aire ou de volume entre figures géométriques

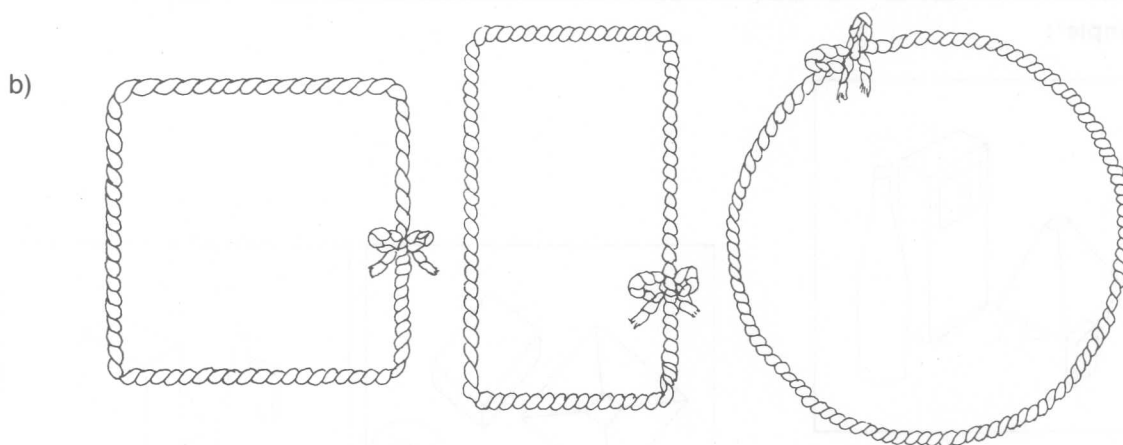
Un autre type bien connu de relation entre figures géométriques, concerne les égalités d'aires ou de volumes. Bien sûr, l'étude de ces relations entre figures demande que l'enfant puisse calculer d'une certaine façon l'aire ou le volume d'un solide. C'est là une des nombreuses occasions où se présentent des liens entre différentes

parties des mathématiques. Notre façon de répartir le programme pour des fins de présentation ne doit pas se transposer dans notre travail en classe même si cette notion de relation rattachée à la mesure est davantage traitée dans le fascicule G portant sur la mesure.

Exemples:

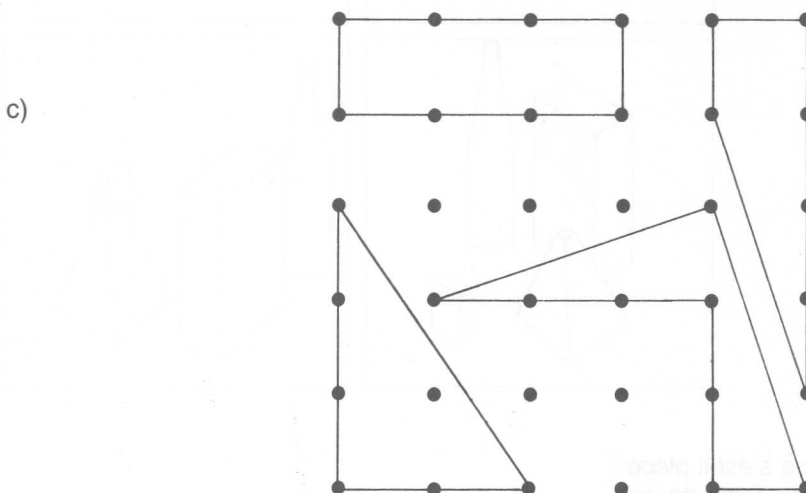
a) À la section 4.2, une activité en rapport avec les transformations d'un solide donne l'occa-

sion de travailler sur cette idée de la conservation du volume.



Une ficelle nouée nous a permis de représenter des figures. Est-ce que l'aire est conservée si

on sait que c'est la même ficelle qui a été utilisée dans les trois cas?



Sur ce «géoplan», une des figures représentées n'a pas même aire que les autres. Laquelle?

Que pourrait-on dire du périmètre?

4.6 Autres types de relations entre figures géométriques

Plusieurs relations peuvent exister plus spécifiquement entre les figures abstraites de solides, que ces figures soient à deux dimensions ou à une seule dimension.

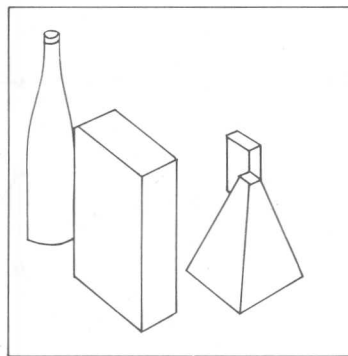
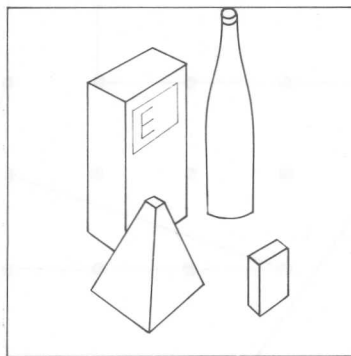
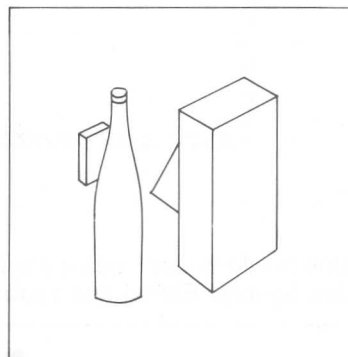
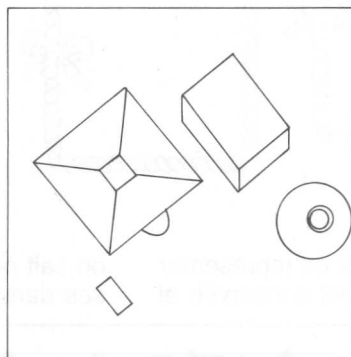
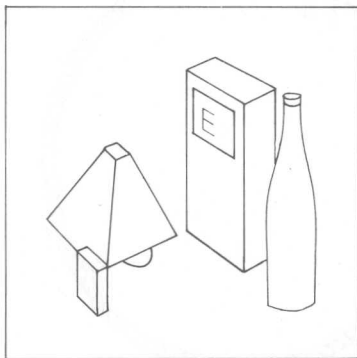
Ainsi en est-il des relations de parallélisme et de perpendicularité entre segments de droites, des relations de congruence entre angles, des relations de similitude entre polygones, des relations d'appartenance d'un point à plusieurs arêtes ou à plusieurs surfaces, etc.

On dira, par exemple, que tel point appartient

ou non à telle ligne ou à telle droite, que tel angle a même sommet que tel autre, que telle droite est parallèle ou non à telle autre, que tel triangle est l'ombre de tel autre, que tel rectangle particulier porte le nom de carré, etc.

Plusieurs autres activités se situent en partie dans cette recherche sur les surfaces et les lignes dans l'espace. Ainsi en est-il de la réalisation de plans à l'échelle ou de dessins faisant voir la position relative des objets et des meubles dans un local.

Exemple¹:



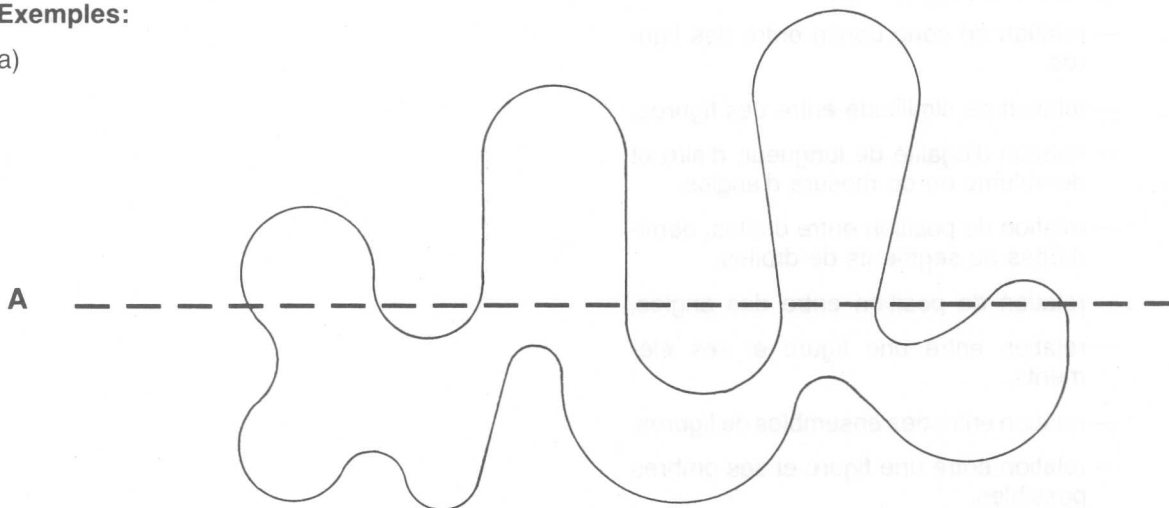
Sous quel angle, le photographe s'est-il placé?
L'élève doit avoir l'occasion de faire de tels montages.

Les déplacements sur les lignes ou à travers des régions permettent un autre type d'exploration rattaché aux relations entre des êtres géométriques. Ces activités peuvent être vécues

dans un labyrinthe en trois dimensions ou encore être présentées à l'aide de dessins ou de réseaux.

Exemples:

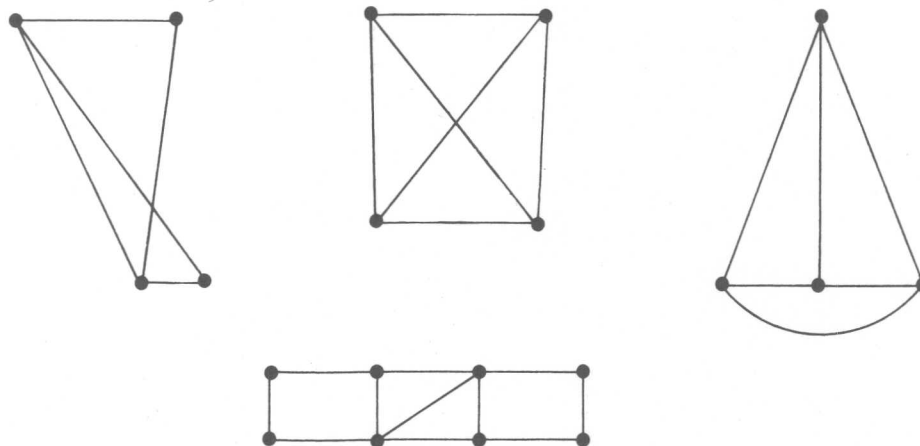
a)



Je pars du point A et je me déplace en suivant le pointillé. Je traverse cinq fois la frontière. Puis-

je revenir en A sans traverser la frontière?

b)



Peut-on parcourir chaque réseau en passant une et une seule fois sur chacune des branches?

L'importance de ce travail sur les relations vient

du fait qu'elles facilitent l'émergence progressive des concepts géométriques reliés aux figures et à leurs propriétés.

4.7 Relations et propriétés à faire dégager progressivement des activités géométriques

En résumé, voici les relations dont il a été fait mention plus haut:

- relation de congruence entre des figures,
- relation de similitude entre des figures,
- relation d'égalité de longueur, d'aire et de volume ou de mesure d'angles,
- relation de position entre droites, demi-droites ou segments de droites,
- relation de position entre des angles,
- relation entre une figure et ses éléments,
- relation entre des ensembles de figures,
- relation entre une figure et ses ombres possibles.

L'étude de quelques-unes des propriétés de ces relations peut compléter cette recherche à la condition que l'expérimentation et l'observation des figures et des relations aient été bien faites. Il n'y a toutefois pas lieu de précipiter cette étude.

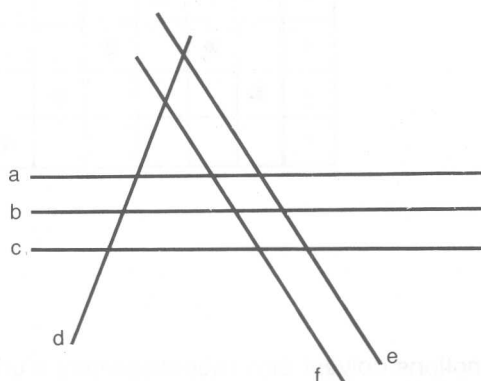


4.8 Notion de relation

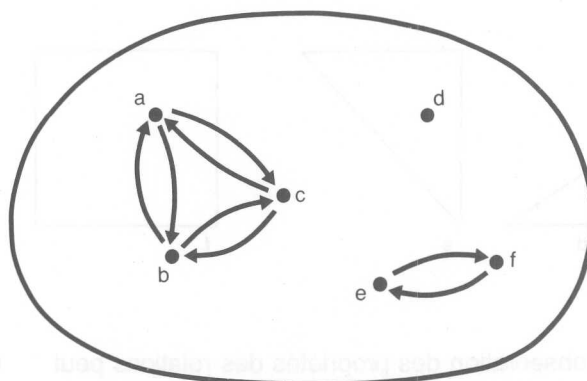
La représentation à l'aide d'un graphique sagittal ou cartésien permet de noter plusieurs observations au sujet d'une relation.

Exemples:

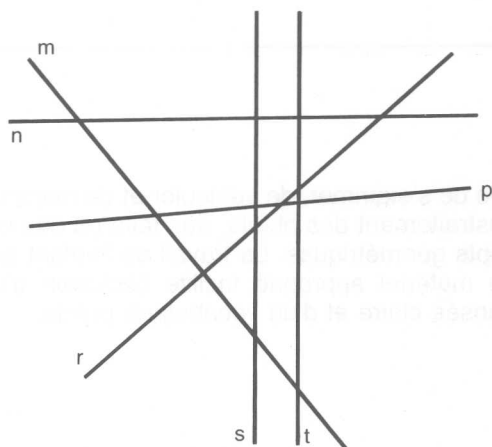
a)



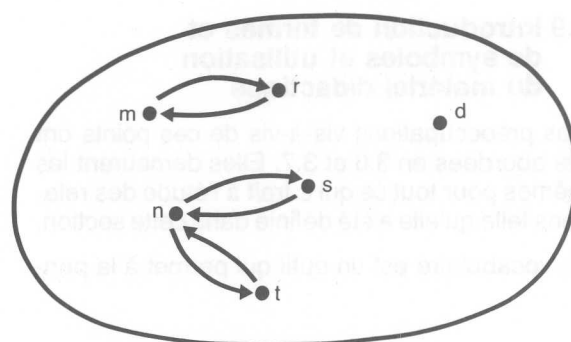
«est parallèle à»¹



b)

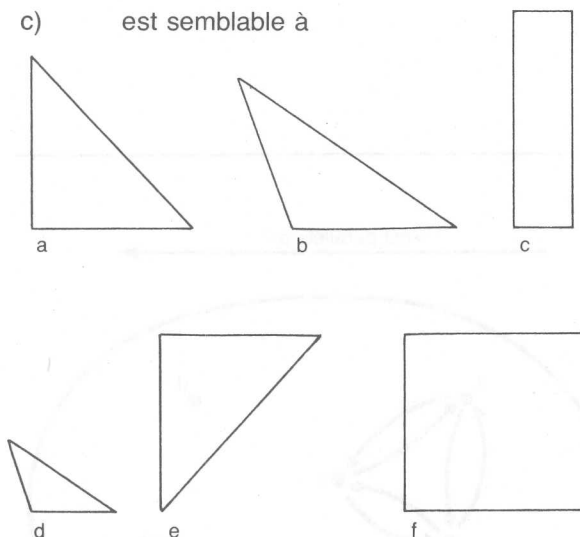


«est perpendiculaire à»



1. Dans cette relation, on a retenu que deux lignes sont parallèles si et seulement si leur intersection est vide.

c) est semblable à



	a	b	c	d	e	f
a	●				●	
b		●		●		
c			●			
d		●		●		
e	●				●	
f						●

L'observation des propriétés des relations peut permettre une certaine généralisation. Il est important de garder un contact immédiat avec les exemples choisis et d'éviter de parler d'une façon trop générale de relation d'ordre, d'équivalence ou de tout autre type de relation.

Ces notions doivent être l'aboutissement d'une vaste exploration des relations et de leurs propriétés. Toute précipitation dans cette étude ne fait qu'assécher ces notions.

4.9 Introduction de termes et de symboles et utilisation du matériel didactique

Nos préoccupations vis-à-vis de ces points ont été abordées en 3.6 et 3.7. Elles demeurent les mêmes pour tout ce qui a trait à l'étude des relations telle qu'elle a été définie dans cette section.

Le vocabulaire est un outil qui permet à la pen-

sée de s'exprimer, de véhiculer et de manipuler abstraitement des objets, des faits ou des concepts géométriques. Le travail de l'enfant avec du matériel approprié facilite l'éclosion d'une pensée claire et d'un vocabulaire précis.

5.

Les transformations géométriques dans l'espace et leurs invariants¹

5.1 Introduction

Tout autour de nous, les objets subissent des déplacements, des changements de formes, des transformations réelles ou apparentes. Dans une activité de danse ou de mime, la position de l'artiste varie constamment. Par ailleurs, un objet placé devant une source lumineuse produit une ombre dont les caractéristiques varient selon la source lumineuse et le plan de projection.

Dans un contexte plus rigoureux, ou tout au moins plus dépouillé, et par abstraction de la notion de mouvement et d'autres changements physiques, on dégage progressivement le concept de transformation géométrique des figures. On peut partir, en s'inspirant toujours de la même philosophie, d'une observation globale des mouvements et des changements subis par les figures. Graduellement, on s'intéresse plus particulièrement à ce qui arrive à certains points privilégiés d'une figure transformée et même à des points extérieurs à cette figure.

Même si on parle ici de figures, les déplacements de l'enfant dans la classe permettent une bonne initiation à l'étude des transformations et peuvent précéder toute activité de manipulation et de déplacement d'un objet.

Certaines propriétés des figures demeurent invariantes sous certaines transformations. Ainsi la rotation d'une figure ne change pas l'aire de cette dernière pas plus que l'homothétie d'un carré ne changera le parallélisme de ses côtés.

Les activités proposées ici ne peuvent que provoquer une meilleure connaissance de certaines relations comme la congruence, la similitude, l'égalité de mesure, etc.

1. Voir la section 2.10.

5.2 Activités de projection de formes géométriques

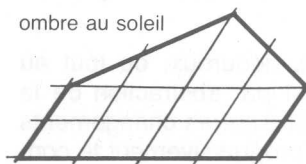
Les transformations des figures peuvent se faire par divers moyens; ainsi en est-il de sources lumineuses permettant la création de figures planes par la projection d'ombres de solides ou de figures planes. L'enfant constate que la forme d'une ombre peut varier avec la position de la source lumineuse, la position de l'objet

ou celle de l'écran. Sa recherche porte sur ce qu'il y a de semblable et de différent entre une figure et l'ombre qu'on en obtient. Les sources lumineuses le plus souvent employées sont le soleil et le rétroprojecteur selon que l'on veut des rayons parallèles ou non.

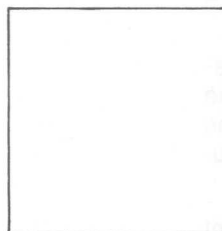
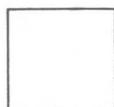
Cas où les rayons
sont parallèles



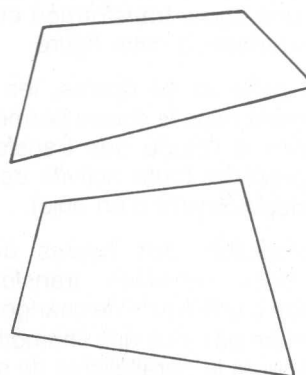
ombre au soleil



Cas où les rayons
ne sont pas parallèles



ombres possibles avec une
source lumineuse ponctuelle



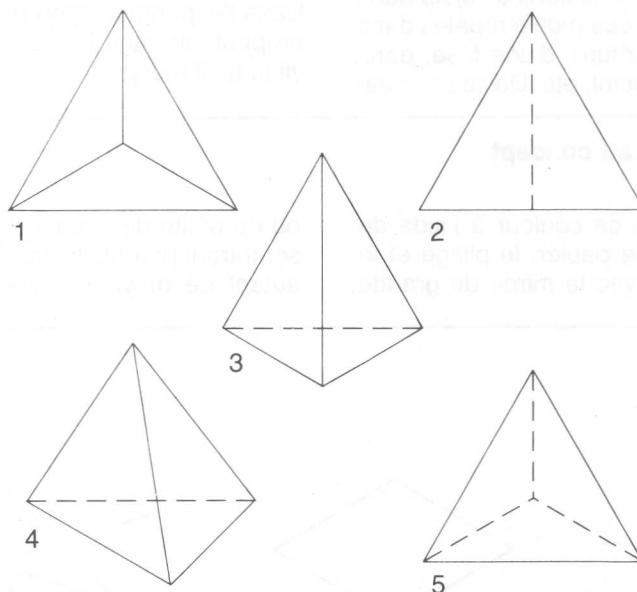
Cette étude peut se faire en partie en utilisant une feuille où les lignes ont été tracées en treillis. Il faudra alors en mettre au point une grande variété pour que l'enfant puisse multiplier ses

explorations et ne soit pas empêché d'effectuer des généralisations à cause d'une expérience trop limitée.¹

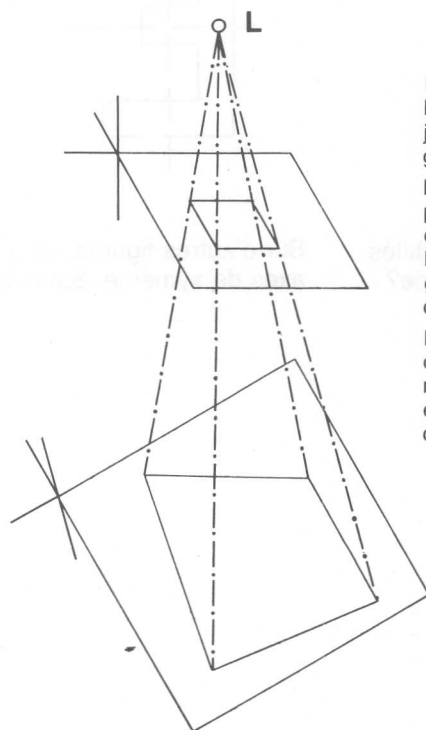
1. Vous trouverez quelques exemples de treillis dans l'article «J'ai choisi l'espace...» *Instantanés Mathématiques*, avril 1976, APAME.

Dans ce type d'activités, on peut demander à l'enfant de trouver la position de l'observateur d'un solide à partir de dessins ou de photos représentant ce solide. Ce travail de projection

d'un objet à trois dimensions dans deux dimensions amène l'enfant à s'exprimer sur les formes et les figures et sur leurs relations.



Quelle image du solide préfères-tu? Pourquoi?
Quelle image te donne le plus d'informations sur le solide? Pourquoi?



Par un dispositif semblable, l'enfant expérimente des projections caractérisant une géométrie projective.

Dans le montage suggéré, le plan de la figure et le plan de projection sont non parallèles. La source lumineuse est ponctuelle, ce qui donne des rayons non parallèles.

En jouant sur le parallélisme des plans et des rayons lumineux, on peut faire une bonne exploration de la géométrie des ombres.

5.3 Activités sur les congruences

Dans la nature et dans l'environnement, on observe des mouvements, des déplacements physiques qui changent la position des objets, sans en modifier ni la forme ni les dimensions. On observe encore des réflexions d'objets dans l'eau ou dans un miroir, des motifs répétés dans la construction d'une clôture, d'une frise, dans l'impression de papier peint, etc. De ces consta-

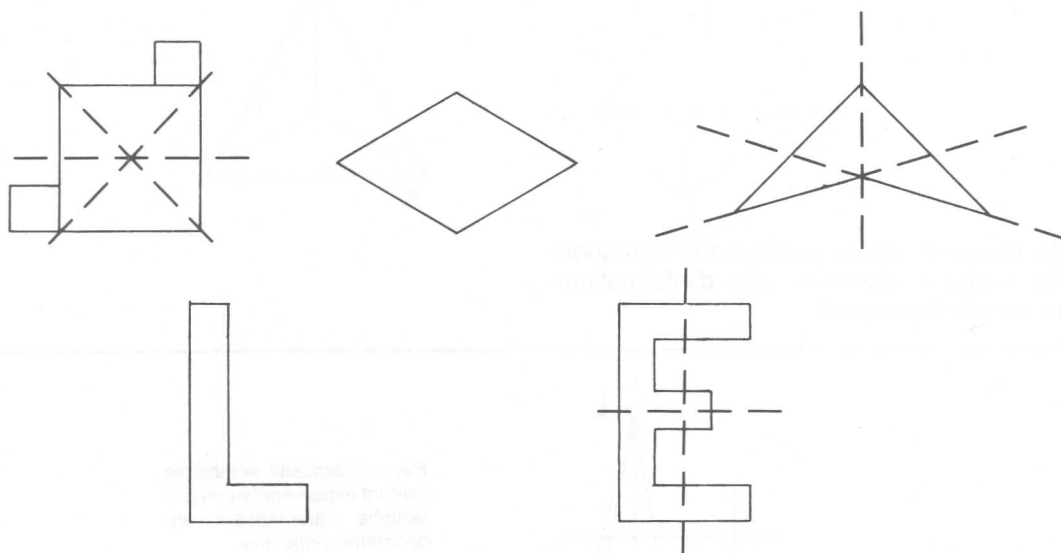
tations physiques, on abstrait progressivement des transformations géométriques appelées congruences ou isométries de figures; cela a déjà été mentionné au chapitre précédent.

Dans l'expérimentation de ces transformations, on peut faire agir l'enfant relativement aux activités qu'il mène.

a) Activités préparant au concept de symétrie axiale

L'impression de taches de couleur à l'aide de gouache et de pliage de papier, le pliage et le découpage, le travail avec le miroir de grande

ou de petite dimension, le travail avec le miroir semi-transparent, le travail sur quadrillé, sont autant de moyens utilisés dans ces activités.



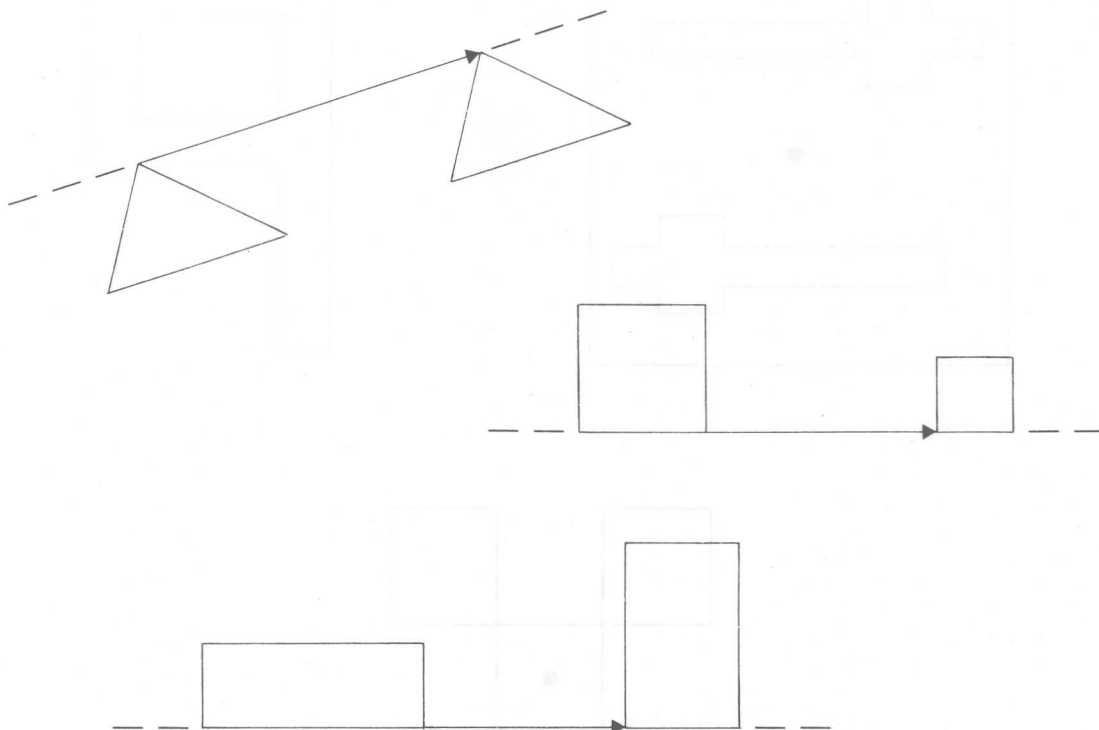
Sur quelques figures, on a tracé des pointillés. Lesquels représentent des axes de symétrie?

Sur d'autres figures, on a négligé de tracer des axes de symétrie. Saurais-tu le faire?

b) Activités préparant au concept de translation

Des déplacements suivant une ligne verticale, horizontale ou oblique sur un plan quadrillé — que l'enfant peut représenter symboliquement — permettent aussi une expérimentation de ce type de transformation.

La répétition en parallèle des exercices faits en rapport avec le concept de symétrie axiale permet une bonne initiation à cette notion.

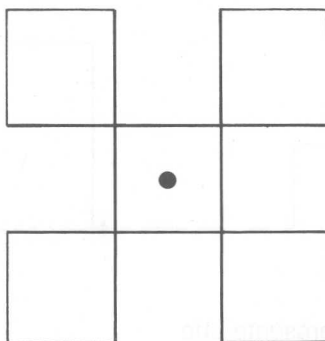
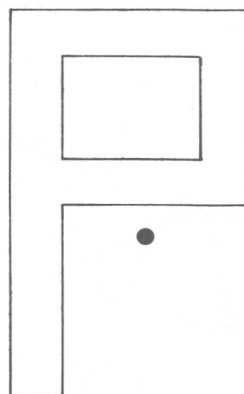
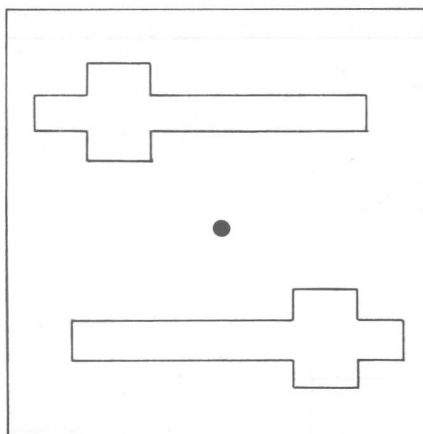


La figure où il y a des triangles représente une translation. Que pourrais-tu dire des deux autres figures?

c) Activités préparant au concept de rotation

Des déplacements sur des portions de circonférence ou encore des pivotements sur place sont des exercices en rapport avec ce sujet.

On peut faire tourner l'objet autour de son centre ou autour d'un autre point situé hors de l'objet.



Il arrive qu'en déplaçant une figure d'une fraction de tour autour d'un point, elle coïncide à

nouveau avec sa position initiale. Comment cela se réalise-t-il pour les figures suggérées?

d) Activités où interviennent les mouvements précédents en succession

C'est à ce moment qu'on attirera l'attention de l'enfant sur le fait qu'un glissement (translation) peut toujours être associé à un nombre pair de rabattements parallèles (symétrie axiale) et qu'un pivotement (rotation) peut être associé à un nombre pair de rabattements sécants.

5.4 Activités sur les similitudes

Dans l'environnement et dans la nature, on observe divers phénomènes d'agrandissement ou de rétrécissement de formes. Tous les phénomènes de croissance en sont des exemples concrets. L'exigence mathématique n'y est pas sauvegardée, mais l'idée de similitude y trouve une bonne concrétisation. La photographie nous donne des rétrécissements de ce que l'on perçoit. L'usage de la loupe ou du microscope en sciences permet des agrandissements. De ces observations s'abstrait progressivement l'idée de la transformation géométrique appelée similitude.

La notion de similitude comporte une difficulté importante: l'enfant doit comprendre qu'il ne s'agit pas de n'importe quelle sorte d'agrandissement ou de rétrécissement. En effet, pour obtenir une figure semblable à une autre, il est essentiel d'agrandir ou de rétrécir celle-là «de la même façon dans toutes les directions». Dans le cas de figures géométriques planes, cela signifie qu'il faut conserver les proportions de la figure, c'est-à-dire, maintenir invariants les angles correspondants et proportionnelles les longueurs de segments. C'est dire que le contexte mathématique est plus restrictif que le langage usuel où le mot semblable peut prendre plus ou moins d'expansion dans l'interprétation.

Des activités portant sur la construction de modèles à l'échelle, sur le traçage de dessins à l'échelle (comme le plan de la classe ou une carte géographique simple), de même que des activités de projection où l'objet et l'image sont dans des plans parallèles permettent d'explorer les similitudes.

On aborde les invariants rattachés aux similitudes par comparaison, comme dans le cas des isométries (section 5.3).

5.5 Terminologie

Il faut ici faire attention au vocabulaire à utiliser. Il est préférable, dans un premier temps, de conserver un vocabulaire proche de l'enfant

et rattaché aux mouvements physiques de son action. Ainsi, on se sert de mots tels que rabattement, glissement, pivotement, agrandissement, rétrécissement, déformation, préférablement à des termes plus mathématiques. Les mots tels que isométrie, symétrie, translation, rotation, similitude, transformation topologique, projective, affine, euclidienne ne peuvent remplacer la démarche pédagogique. L'introduction prématurée de ce vocabulaire risque de fausser la compréhension. De plus, ces mots sont si nouveaux et si abstraits qu'ils risquent de fausser l'importance et la richesse des notions à aborder en ramenant cette étude à un vocabulaire abstrait et difficile à assimiler.

Quant à la topologie, à la géométrie projective, à la géométrie affine, à la géométrie des similitudes et à la géométrie euclidienne, elles ne font pas l'objet d'un enseignement particulier mais le maître devrait se préoccuper d'introduire des activités, des expériences, des situations relevant tantôt de l'une, tantôt de l'autre. Ainsi, à l'aide de dispositifs semblables à ceux qui ont été suggérés dans les paragraphes 4.4 et 5.2, il fait l'étude des propriétés qui demeurent invariantes dans les diverses transformations auxquelles une figure est soumise. Encore là, le maître se préoccupe davantage de la richesse de l'expérimentation que du vocabulaire peu explicite rattaché à ces domaines.

6.

Problèmes de repérage: coordonnées et graphiques¹

6.1 Introduction

Se repérer ou repérer des objets dans l'espace demande l'utilisation de repères fixes ou variables selon les circonstances ou les exigences de la situation. Ce n'est pas un exercice facile pour l'enfant qui entre à l'école primaire. Mais des activités bien choisies devraient lui permettre d'expérimenter ce thème.

Les cas où l'on utilise diverses formes de repé-

rage sont nombreux. Ainsi en est-il lorsqu'on désigne l'endroit d'un rendez-vous, la localisation d'un village par rapport au circuit routier, l'heure d'une arrivée, etc. Il peut arriver que le repérage demande une précision beaucoup plus grande. C'est ce qui se produit lorsqu'on donne des coordonnées sur un quadrillé ou sur une carte, lorsqu'on identifie un nombre dans une suite ou lorsqu'on dresse une grille-horaire.

6.2 Activités de repérage

- a) On peut envisager d'abord des activités d'ordre général favorisant l'exploration et la prise de conscience par l'enfant des difficultés et des moyens qu'il peut utiliser s'il doit se situer dans l'espace.

En plus de tout le vocabulaire qu'on expérimente dès le début de l'enseignement primaire sur la position relative des objets, on

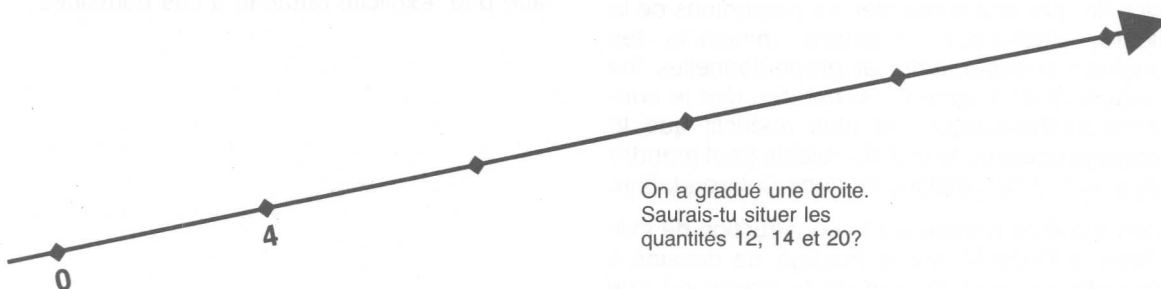
peut imaginer des exercices où l'enfant décrit comment il se rend de la maison, à l'école et à sa classe d'une façon suffisamment claire pour qu'un autre puisse faire le même trajet.

Le repérage se fait tantôt par rapport à l'enfant lui-même, tantôt par rapport à un autre enfant ou à un objet, et ce dans des espaces à une, deux ou trois dimensions.

- b) Dans le domaine de la mathématique, on n'aime pas tellement utiliser des descriptions à des fins de repérage. On préfère utiliser des codes, des nombres et des mesures.

Dans un espace à une dimension, on peut

demander à l'enfant de faire du repérage sur une courbe. Situer un nombre, ou indiquer un point sur la droite numérique en sont des cas particuliers.



1. Voir la section 2.10.

Dans un espace à deux dimensions, on pense surtout au repérage à l'aide de coordonnées cartésiennes. Notons que le programme de sciences, dans des activités propres à développer certaines habiletés, utilise parfois des systèmes de coordonnées

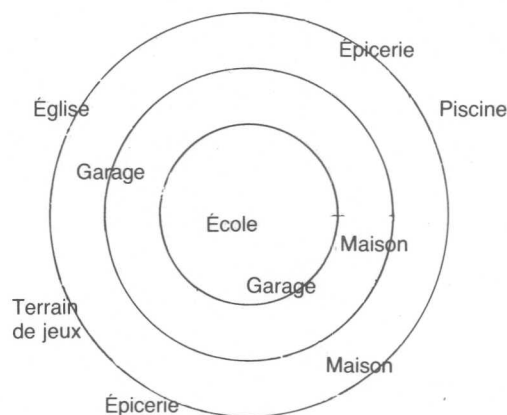
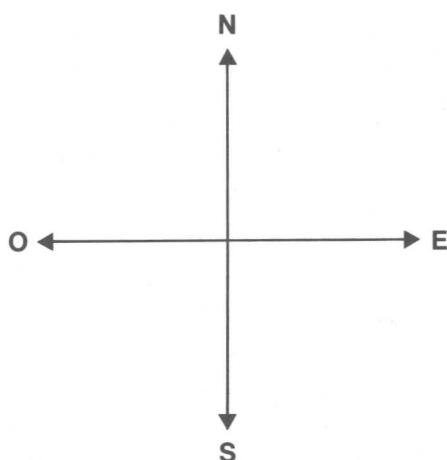
		A	B	C	D
André	A	X	X		
Bernard	B			X	
Claude	C				
Denise	D	X	X	X	
Hélène	E			X	X

polaires. Un objectif minimum consiste à développer et à entretenir l'habileté à localiser des points ou des cases dans un quadrillage, par des symboles divers, que ce soit à l'aide de couleurs, de signes, de numéros, de lettres, etc.

Chaque membre de l'équipe a cinq activités à réaliser. Le couple (B, C) indique que Bernard a réalisé l'activité C. Quelle est la signification de (C, C)? Sur le tableau, où indiquera-t-on (A, D)?

Ces préoccupations font aussi partie du programme de sciences humaines; assumant une connaissance préliminaire, voire parallèle, du milieu — par exemple, une partie de

son quartier —, l'enfant peut combiner une activité cartographique avec une activité de repérage et appréhender ainsi le concept mathématique de coordonnées polaires.



Les transformations de figures dans le plan, basées sur la notion de voisinage, peuvent se faire à l'aide de treillis. Ce matériel pédago-

gique a été proposé en 5.2 pour l'étude des projections.

- c) Ces connaissances mathématiques acquises, l'enfant les utilise pour faire un meilleur usage de la droite numérique et du plan cartésien.

Ainsi, il peut situer des ensembles-solutions d'équations ou d'inéquations, construire des

relevés statistiques tels que les histogrammes, aborder des problèmes de distance minimum ou maximum, etc. Le repérage trouve des applications dans de nombreux thèmes abordés en mathématique à l'école primaire.

6.3 Terminologie et symbolisme

En permettant à l'enfant de s'exprimer dans un langage qui lui soit propre, on peut mieux voir s'il a réellement compris une situation ou non. Il n'y a pas lieu d'inventer ici un vocabulaire nouveau; les symboles utilisés dans les autres thèmes devraient amplement suffire.



7.

Régularités et structures géométriques¹

L'étude des structures mathématiques débute avec l'étude même des mathématiques. Cette étude ne doit pas se faire de façon formelle. À l'école primaire, la construction des modèles, l'observation de propriétés, etc. mettent l'enfant en contact avec des notions qui l'aideront à abstraire des structures mathématiques.

En géométrie, l'exploration et la création de mosaïques permettent une première étude des régularités rencontrées. Ces régularités, décrites d'abord dans le vocabulaire de l'enfant, peuvent être définies d'une façon plus systématique en terme de rabattement, de glissement et de pivotement.

Un reportage photographique, fait par les enfants dans la région et mettant en évidence des régularités dans la construction des maisons ou des clôtures, dans la disposition d'arbres ou de lampadaires, etc. constitue un matériel de base intéressant pour faire cette étude. Ainsi en est-il d'observations faites à partir de tapisseries, de dentelles, de broderies, de tissus, etc. La création de mosaïques à partir de «polyminos» ou d'autres figures poursuit le même objectif.

Tout le travail sur les transformations (chapitre 5) est relié directement au présent sujet.

1. Voir la section 2.10.

Conclusion

Enfin toute activité qui utilise un aspect quelconque de l'espace est valable si elle amène l'élève à observer, à classifier, à généraliser et à analyser.

L'étude de la géométrie peut parfois rejoindre des aspects très abstraits de la mathématique tels que les notions de convexité, de voisinage, de limite, de déplacement, de groupe de transformations, etc. L'essentiel, et ce n'est pas facile non plus, c'est de savoir transposer dans des activités adaptées à l'enfant les éléments fondamentaux de telles notions.

