GUIDE PÉDAGOGIQUE

GOUVERNEMENT DU QUÉBEC
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION
DIRECTION GÉNÉRALE DE L'ENSEIGNEMENT
ÉLÉMENTAIRE ET SECONDAIRE
SERVICE DES PROGRAMMES

MATHÉMATIQUE À L'ÉLÉMENTAIRE

FASCICULE A

DESCRIPTION GÉNÉRALE DU PROGRAMME-CADRE

GUIDE PÉDAGOGIQUE

MATHÉMATIQUE À L'ÉLÉMENTAIRE

FASCICULE A

DESCRIPTION GÉNÉRALE DU PROGRAMME-CADRE

Guide pédagogique
Mathématique à l'élémentaire

Fascicule A	Description générale du programme-cadre
Fascicule B	Concepts unificateurs
Fascicule C	Nombres naturels
Fascicule D	Nombres entiers relatifs
Fascicule E	Nombres rationnels
Fascicule F	Activités géométriques
Fascicule G	Mesures
Fascicule H	Activités mathématiques à la maternelle

Certains de ces fascicules sont accompagnés d'annexes.

On peut se procurer ces documents en écrivant à:

Ministère de l'Éducation,
Direction générale de l'enseignement
élémentaire et secondaire,
Édifice G, 11e étage,
Québec, Qué.
G1A 1H9

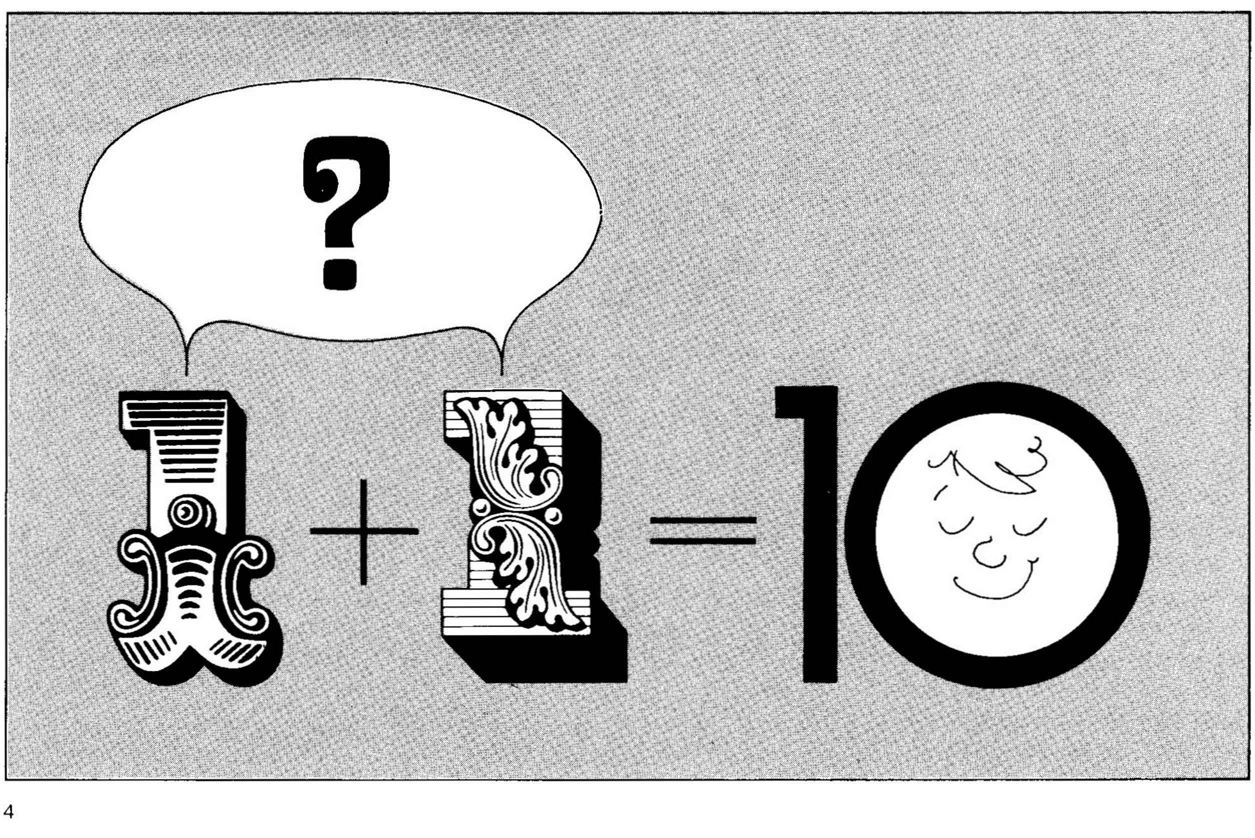
Plan du fascicule

Raison d'être d'un nouveau programme de mathématique à l'élémentaire	4
Le programme-cadre, un instrument d'évolution des programmes institutionnels	10
Objectifs pédagogiques du programme-cadre	17
Objectifs mathématiques du programme-cadre	30
Documentation mise à la disposition des enseignants, des administrateurs et des parents relative à l'interprétation du programme-cadre	32

1

Raison d'être d'un nouveau programme de mathématique à l'élémentaire

Il est des questions qui reviennent sans cesse à la bouche d'enseignants et de parents: pourquoi faut-il changer les programmes de mathématique à l'élémentaire? Les mathématiques que papa et maman ont apprises à l'école ne sont-elles pas valables et bien suffisantes? Les réformes proposées dans l'enseignement de la mathématique au cours élémentaire sont-elles justifiées? Quoique l'on ait fréquemment tenté de répondre à ces questions depuis dix ou quinze ans, à l'occasion d'articles ou de séances d'information, il peut être utile ici de résumer les principales raisons d'un renouveau dans l'enseignement de la mathématique à l'élémentaire.



1.1 Évolution de la société et de la conception de l'humanisme

Une nouvelle forme de culture est en voie de se définir dans la société d'aujourd'hui. Ainsi émerge progressivement une sorte d'humanisme scientifique, qui intègre et actualise plusieurs éléments de l'humanisme littéraire d'antan.

Incontestablement, la mathématique doit occuper, de droit et de fait, une place privilégiée au coeur de cet humanisme scientifique. Plus que jamais en effet dans l'histoire, *le mode de pensée* et *le langage mathématiques* s'imposent dans toutes les sciences et dans plusieurs domaines de l'activité humaine.

Même en sciences humaines et en sciences de l'administration, on en est venu récemment à créer et à étudier des modèles mathématiques de gestion d'entreprises (de toutes dimensions), de comportement d'individus en groupe, de structure d'une langue, de conception, production et mise en marché d'un produit, de l'étude démographique ou économique d'un pays, etc. Par ailleurs, le caractère universel du langage mathématique (sous ses formes symbolique et graphique tout au moins) est indéniable: même dans les média d'information fourmillent tableaux, schémas, graphiques, statistiques, etc.

L'école élémentaire doit tenir compte de tels changements, en particulier en revisant ses programmes de mathématique. D'abord, il importe en effet que chaque citoyen soit suffisamment initié au mode de pensée et au langage mathématiques: il ne s'agit pas tant de former de nombreux mathématiciens, que de permettre à chaque individu de mieux faire face aux besoins des sociétés d'aujourd'hui et de demain. Ensuite il importe, dès l'école élémentaire, de donner une meilleure formation mathématique, en vue d'études plus poussées ou en vue d'une carrière où la place de la mathématique sera vraisemblablement plus grande que par le passé.

1.2 Évolution de la mathématique

L'humanité a mis énormément de temps à mettre au point des techniques de calcul. Ainsi ce n'est qu'au quinzième siècle qu'est apparu le procédé de division utilisé couramment aujourd'hui. Pendant longtemps cet algorithme ne fut enseigné que dans de rares universités spécialisées! Beaucoup plus tard, il fit son apparition dans les programmes scolaires jusqu'à ce qu'on le retrouve dans les programmes de toutes les écoles élémentaires.

Ce décalage entre la découverte (et l'utilisation) de nouveaux faits ou de nouvelles théories mathématiques et leur insertion dans des programmes scolaires semble subsister et même s'accroître. On estime qu'entre la mathématique connue aujourd'hui et déjà appliquée et celle qui est enseignée dans les écoles, il existe un fossé de deux siècles de retard. Cela fait contraste avec le domaine de l'industrie et du commerce, par exemple, où toute découverte est mise en application dans des délais très courts.

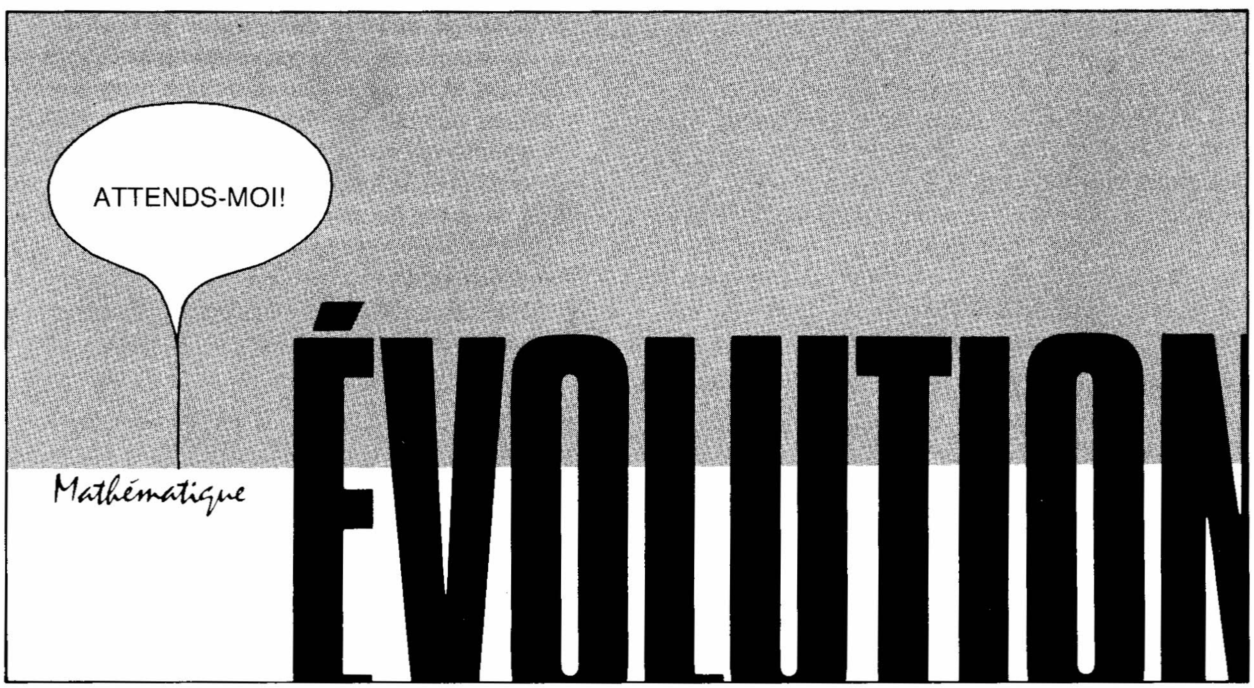
Les découvertes importantes des deux derniers siècles, en mathématique, sont demeurées à peu près inexploitées dans les programmes scolaires. Et pourtant il ne s'agit pas là de connaissances propres à être échangées uniquement entre chercheurs, mais souvent de concepts, de théorèmes ou de théories qui trouvent déjà des applications courantes et multiples, et surtout qui modifient profondément la conception nouvelle qu'on se fait de la mathématique.

Nul n'aurait l'idée de vouloir enseigner de nos jours l'alchimie du Moyen-Age plutôt que d'offrir un enseignement moderne de la chimie aux élèves. De même il serait déplorable de laisser subsister dans les programmes scolaires un contenu et un esprit qui accusent quelques siècles de retard compte tenu de l'évolution de la mathématique. Une restructuration et un esprit nouveau s'imposent dans les programmes de mathématique, particulièrement à l'élémentaire.

1.3 Évolution de la psychopédagogie

Qu'est-ce qu'apprendre? Et comprendre? Comment se forment les concepts mathématiques?... Questions fondamentales, mystérieuses et fascinantes, auxquelles il demeure cependant présomptueux de donner des réponses satisfaisantes.

Pourtant la psychologie et la pédagogie ont fait des progrès certains. Dans l'état actuel des connaissances, les données dont on dispose en psycho-pédagogie, aussi limitées soient-elles, incitent quand même à repenser en profondeur l'enseignement de la mathématique à l'élémentaire.

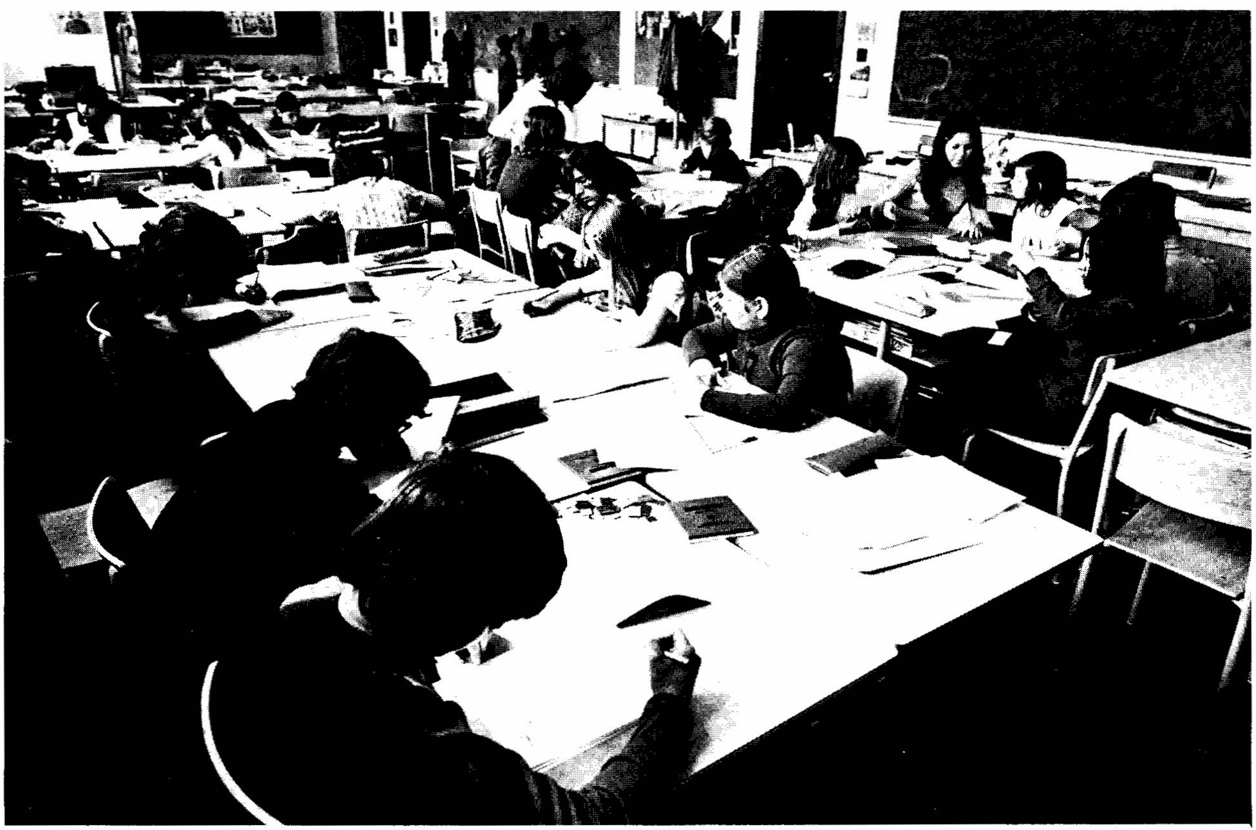


Ainsi des travaux en psychologie cognitive, ceux de Piaget principalement, mettent en évidence que l'apprentissage d'un concept est le produit d'un long processus, à étapes multiples, qui se déroule à des rythmes variables selon les individus et qui prend racine dans des situations "concrètes".

Il en résulte qu'il faut chercher à *individualiser* davantage l'enseignement, en faisant appel si nécessaire à de nouveaux moyens, média et modes de regroupement des élèves.

D'autre part, un enseignement qui s'appuie sur la mémorisation de faits ou sur l'application répétée de techniques à partir d'exemples stéréotypés a bien peu de chances d'être efficace, sinon en apparence! Car le fait qu'un élève peut réciter vite et bien une définition apprise ou qu'il peut jongler avec des symboles ne signifie pas nécessairement qu'il *comprend* ce qu'il dit ou ce qu'il fait: certains comportements peuvent être le résultat d'un pur conditionnement.

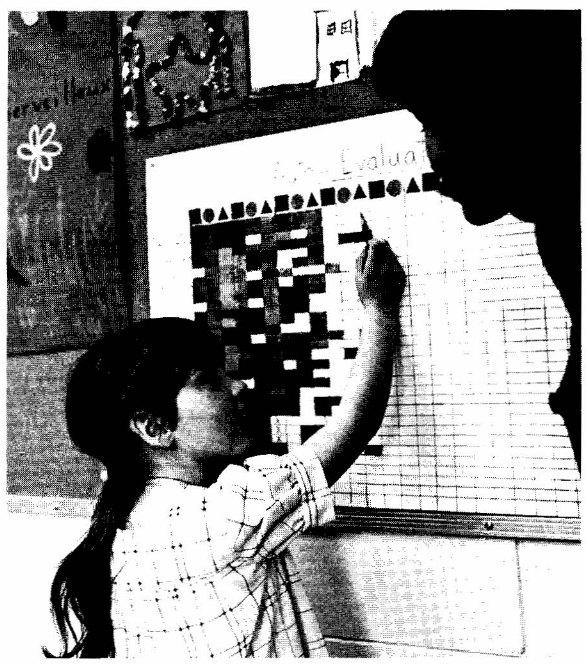
L'écolier du niveau élémentaire se situant, selon



le langage de Piaget, au "stade des opérations concrètes", il en découle que pour apprendre et comprendre vraiment, il a besoin de se référer souvent (au moins mentalement) à des situations concrètes et même, dans certains cas, à se livrer lui-même à des activités et à des *manipulations* de niveau concret matériel. Ce fait a également d'importantes conséquences sur les programmes, où l'on devra davantage mettre l'accent sur l'activité, sur l'exploration, sur la découverte par l'enfant même.

D'autres recherches mettent encore en évidence le rôle clé que peut jouer la *motivation* dans l'apprentissage et l'importance de partir de ou de se référer à diverses situations pédagogiques mieux adaptées aux intérêts des enfants, afin d'améliorer l'apprentissage.

Ces considérations invitent déjà à reviser les programmes de mathématique de l'école élémentaire, en particulier du point de vue de l'esprit et des méthodes selon lesquels on enseigne. Il semble en effet que l'élève moyen peut apprendre plus et mieux, à condition toutefois que l'on veuille bien repenser notre pédagogie et abandonner des méthodes qui par le passé ont été inadéquates et ont créé des blocages parfois insurmontables chez plusieurs enfants.



1.4 Recherches et développements en didactique de la mathématique

Il s'est fait beaucoup de recherche et de développement ici et là dans le monde, depuis dix ou quinze ans, en didactique de la mathématique. Relativement à l'enseignement élémentaire, les travaux de Z.P. Dienes, de Madeleine Goutard, de Nicole Picard, de Frédérique Papy, du Nuffield Project et de quelques groupes américains sont sans doute les plus connus au Québec.

Certes une certaine prudence s'impose devant les résultats de recherches souvent disparates, incomplètes, limitées ou non contrôlées. Mais il faut aussi y constater un certain concensus sur le fait que l'on sous-estime généralement les possibilités des enfants, souvent même sous le couvert de théories psychologiques admises à priori.

Des constatations répétées, venant de sources les plus diverses, laissent croire en effet que les élèves de niveau élémentaire sont capables non seulement d'atteindre une compréhension de faits ou de techniques mathématiques souvent mise en doute par les adultes, mais qu'ils peuvent explorer et utiliser avec profit — à un niveau concret tout au moins — des concepts mathématiques généraux, considérés comme abstraits et inaccessibles à de jeunes esprits, tels les concepts unificateurs d'ensemble, de relation, d'opérateur, d'opération binaire, etc. ou certaines notions de combinatoire ou de probabilité.

Il est essentiel de modifier et de faire évoluer les programmes de mathématique de l'élémentaire de façon à y intégrer progressivement les résultats de certaines recherches et expériences dont l'application semble s'imposer d'emblée.

1.5 Bibliographie

A. Revuz, "Mathématique moderne, mathématique vivante", O.C.D.L., Paris.

2

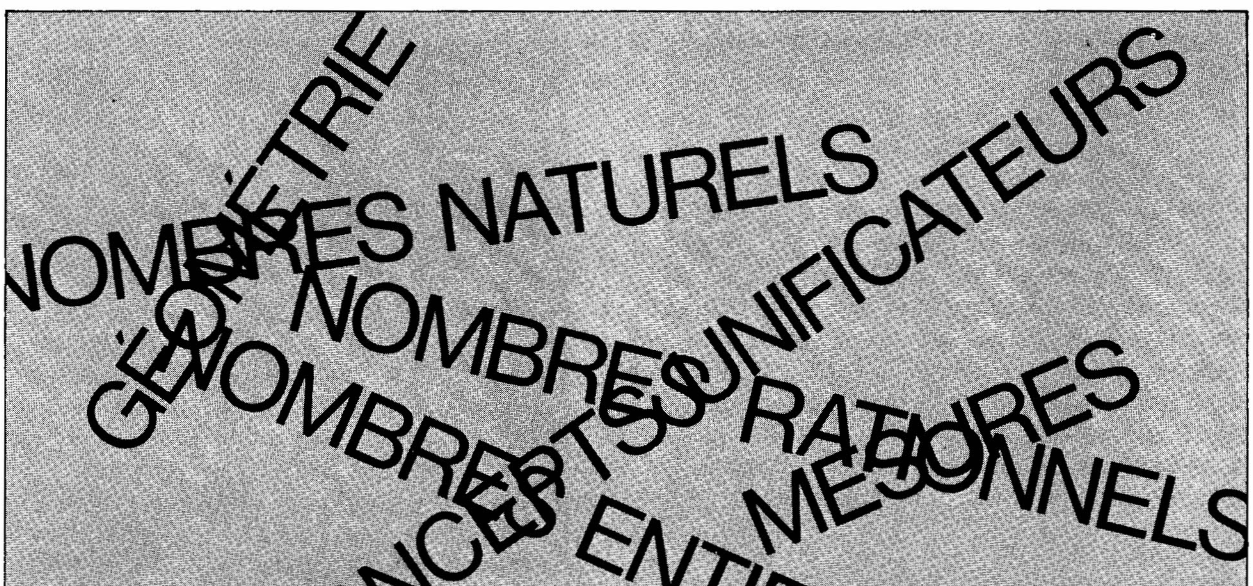
Le programme-cadre, un instrument d'évolution des programmes institutionnels

2.1 Le programme-cadre: une nouvelle étape dans l'évolution des programmes

Depuis plusieurs années, l'enseignement de la mathématique au Québec a connu une évolution remarquable. Déjà, de fait, le programme officiel de 1959[1] se trouve largement dépassé dans ses objectifs en plusieurs milieux où l'on a pris l'initiative de le transformer et de l'enrichir progressivement. (Il faut noter que le programme de 1959 est essentiellement une réédition du programme de 1948.)

En vigueur depuis 1970[2], le *programme-cadre de mathématique* vient cristalliser momentanément cette évolution et donner de nouveaux objectifs à l'enseignement de la mathématique au niveau élémentaire. Par son contenu et par son esprit, il reconnaît les efforts consentis dans plusieurs écoles (dans certains cas depuis plus d'une dizaine d'années) pour renouveler cet enseignement. Du même coup, le programme-cadre propose aux éducateurs un horizon élargi vers lequel ils sont invités à orienter leur action durant les prochaines années. Son caractère général et sa grande souplesse en font un bon indicateur de l'évolution des programmes dans la société en perpétuel changement.

1. DÉPARTEMENT DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE, "Programmes d'études des écoles élémentaires".
2. DGEES, document no 16-2013 (Service des programmes).



2.2 Le programme-cadre: un cadre pour des programmes institutionnels

L'expression "programme-cadre" prête à équivoque en laissant croire qu'il s'agit d'un programme au sens où beaucoup de gens l'entendent, c'est-à-dire d'un syllabus où se trouve établi un contenu mathématique correspondant à chaque groupe d'âge.

Bien au contraire, le programme-cadre de mathématique est très peu explicite. On se contente d'y énumérer un certain nombre d'objectifs assez généraux (objectifs pédagogiques et objectifs de contenu), qu'il s'agit d'avoir atteints au terme du cours élémentaire.

On n'y trouve aucune indication à propos de la répartition et de la progression des matières à enseigner. Il est donc certes plus exact de le qualifier de *cadre pour programmes institutionnels,* puisqu'il s'agit en réalité d'un schéma à partir duquel les commissions scolaires sont appelées à se définir des programmes détaillés, véritables plans d'études applicables localement ("programmes institutionnels"), pouvant varier d'une région à l'autre et présentés souvent sous forme d'unités de travail (ou de modules).

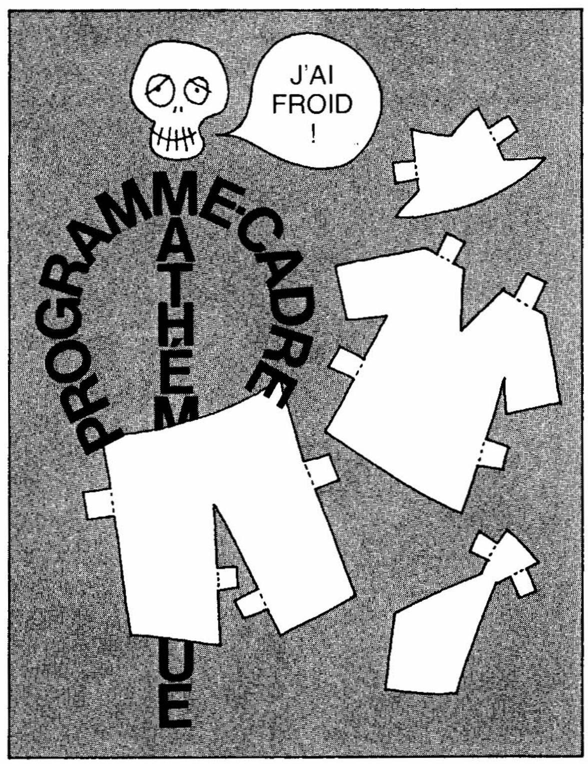
La préparation d'un programme institutionnel constitue une tâche d'envergure. En général, les enseignants préféreront la faire en partant du programme de mathématique présentement appliqué dans leur milieu scolaire, programme dont ils envisageront des modifications successives au cours des années, tout en mettant un fort accent sur un renouveau pédagogique.

Tout cela exige beaucoup: réflexion et travail en commun, une bonne documentation et des personnes-ressources, ainsi qu'une planification qui tienne compte de facteurs comme le perfectionnement des maîtres en exercice, etc.

Il demeure difficile, en particulier, d'éviter le piège facile de l'adoption du manuel unique (le manuel, c'est le programme!), mesure qui par le passé a eu tendance à paralyser l'action de bien des maîtres pour en faire des techniciens plutôt que de véritables pédagogues.

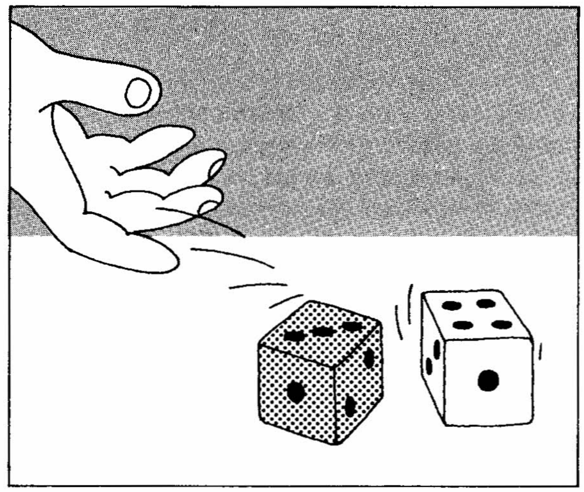
Des *exemples* de programmes institutionnels et des suggestions pratiques pour la préparation de tels programmes sont présentés en annexe au présent fascicule, dans un document séparé[1].

1. "La préparation d'un programme institutionnel" (annexe au fascicule A du guide pédagogique), DGEES, 1973.



Pour pallier les sérieux inconvénients qui résulteraient inévitablement en l'absence d'un minimum de coordination entre les divers programmes institutionnels au Québec, les autres fascicules du guide pédagogique proposent un certain nombre d'*objectifs spécifiques relatifs à chacun des grands thèmes mathématiques du programme-cadre.* On y trouvera également des suggestions de quelques *objectifs minimaux* qui, de l'avis des enseignants consultés, devraient apparaître dans la majorité des programmes institutionnels.

2.3 Le programme-cadre: un instrument d'évolution des programmes institutionnels



Souvent, dans une commission scolaire, on préférera se donner un programme institutionnel adapté aux possibilités du moment et pas trop ambitieux au départ, pour ensuite le modifier et l'amplifier périodiquement à mesure que les circonstances le permettront. Dans pareil cas, on choisira, à certaines étapes de l'implantation, de se concentrer surtout sur certains thèmes jugés prioritaires ou plus faciles, en différant temporairement l'introduction d'autres notions plus complexes. Une autre stratégie d'implantation du programme-cadre consiste à se définir un programme institutionnel radicalement nouveau sous plusieurs rapports et à procéder à son application graduelle, niveau par niveau, en synchronisant bien cette opération avec celle du recyclage des enseignants.

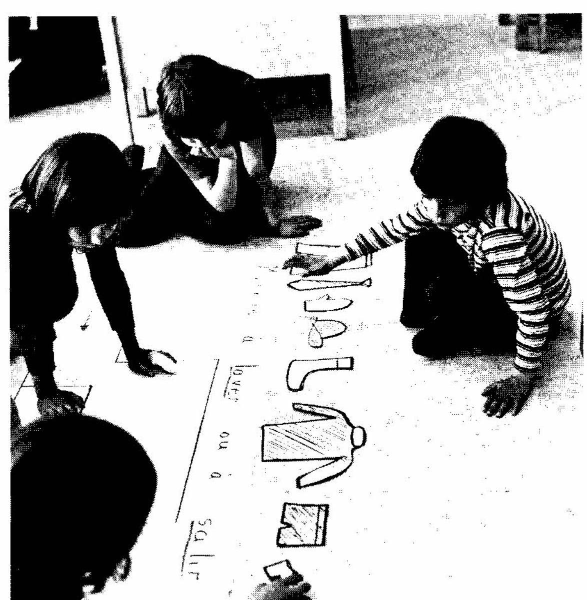
Considéré sous cet angle, le programme-cadre devient en réalité un *cadre de référence pour l'évolution des programmes institutionnels.* Sa souplesse et sa généralité permettent de l'interpréter de manière plus ou moins ambitieuse, dans les commissions scolaires, selon les années et selon les circonstances locales, dans la mesure où demeurent atteints les objectifs minimaux fixés.

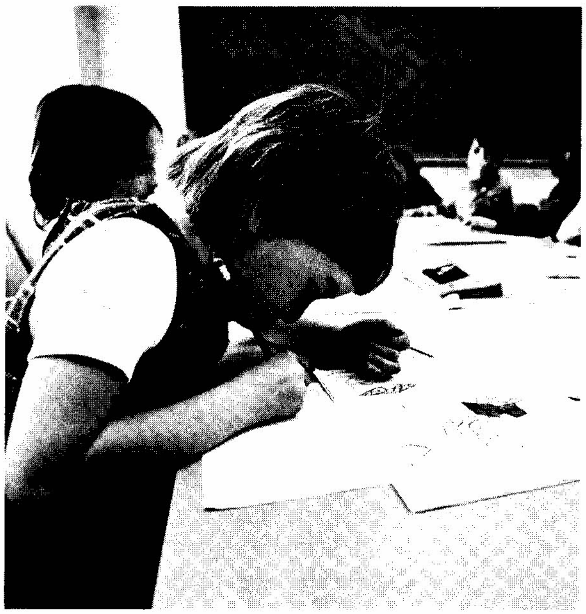
De même la formulation du programme-cadre permettra, grâce à une interprétation assez large des thèmes qu'il contient, d'introduire à l'école élémentaire dans un proche avenir certains sujets comme des éléments de combinatoire ou de statistique descriptive, des activités probabilistes, une initiation plus poussée à quelques structures mathématiques, etc.

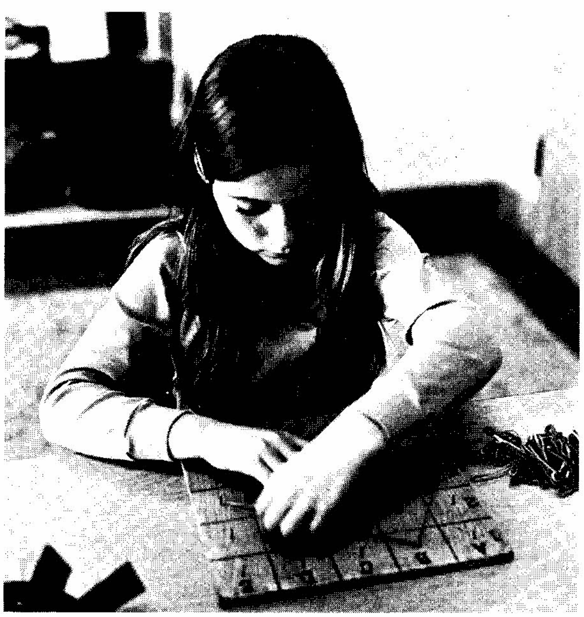
Pour promouvoir et soutenir l'évolution continue des programmes institutionnels dans les commissions scolaires, le Ministère continuera d'offrir les services d'agents de développement pédagogique et publiera périodiquement d'autres documents annexés au guide pédagogique. Il demeure évident, toutefois, qu'une grande part de l'initiative et de la responsabilité de faire évoluer les programmes incombe aux enseignants et à la direction de chaque commission scolaire.

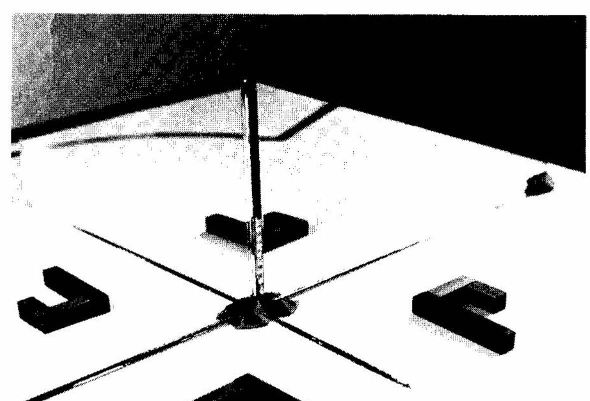
2.4 Les deux volets du programme-cadre de mathématique

Comme en font foi les commentaires qui accompagnent le programme-cadre, celui-ci, dans sa conception et dans ses objectifs, propose un renouveau de double nature: d'abord et avant tout un *renouveau sur le plan pédagogique,* ensuite un *renouveau sur le plan mathématique.* Ces deux volets du programme-cadre sont complémentaires. Réduire pratiquement l'implantation progressive du programme-cadre (par le biais des programmes institutionnels) à des modifications de contenu à enseigner, c'est en trahir l'esprit; il n'est pas évident d'ailleurs que cela constitue un véritable progrès pour l'école, pour les enfants, ou pour la société québécoise.









2.5 Mathématique moderne versus mathématiques traditionnelles

Devant les changements en cours dans l'enseignement des mathématiques, il est devenu courant, depuis de nombreuses années, de parler d'une mathématique "moderne" ou "nouvelle" ou "contemporaine", par opposition à des mathématiques "anciennes" ou "traditionnelles". Cela n'est pas étonnant, puisqu'il est bien naturel de traduire dans le langage des changements aussi importants.

Pourtant, ces divergences terminologiques jettent de la confusion et causent souvent des malentendus, qui ne sont pas prêts de disparaître si l'on tient compte que d'autres changements interviendront dans l'avenir.

Car il faut bien reconnaître que les expressions "mathématique moderne", "mathématique nouvelle", etc. s'emploient présentement dans des sens qui varient considérablement avec les milieux, les personnes et les manuels. Certains veulent avant tout signifier par là que le contenu des anciens programmes a été fortement modifié, en laissant même parfois entendre que ce qu'il en reste est minime! D'autres désirent surtout traduire un nouvel esprit face à un contenu consacré par la tradition, en allant même jusqu'à affirmer que la matière est restée la même, seul le point de vue étant modifié! Beaucoup d'autres, et ils constituent la majorité, adoptent des positions intermédiaires, avec des nuances diverses. Enfin, pour ajouter à la confusion, un nombre non négligeable de personnes, peu ou mal informées, confondent la "mathématique moderne" avec telle méthode d'enseignement ou avec tel matériel pédagogique ou avec tel manuel de mathématique ou même avec tel pédagogue réformateur!

Dans l'esprit du programme-cadre, comme cela a déjà été souligné, le renouveau proposé dans l'enseignement de la mathématique doit porter à la fois sur des attitudes pédagogiques, sur la vision que l'on présente aux élèves de cette discipline et sur le contenu des programmes. C'est en ce sens seulement que l'on peut parler ici de "mathématique moderne".

2.6 Bibliographie

Article: "Le programme-cadre de mathématique", paru dans la revue Pédagogie Dynamique, volume 2, numéro 3, Education Nouvelle, Montréal, 1972.

3

Objectifs pédagogiques du programme-cadre

3.1 Une nouvelle philosophie de l'enseignement à l'élémentaire

A plusieurs reprises, depuis les travaux de la Commission Parent, le ministère de l'Education a pris toutes mesures utiles en vue d'implanter progressivement, dans les écoles élémentaires du Québec, une nouvelle philosophie de l'enseignement. (On se rappellera par exemple l'entrée en vigueur du Règlement No. 1.)

Or les objectifs pédagogiques du programme-cadre de mathématique ne sont essentiellement que la concrétisation de cette nouvelle philosophie. Comme on a déjà ici et là beaucoup dit et écrit à ce sujet, il suffira ici de rappeler quelques aspects du renouveau pédagogique.

L'enseignement sera centré sur l'enfant. Ce principe mérite d'être souligné, car il faut bien admettre que par le passé les désirs du maître ont trop souvent bloqué l'action positive de l'élève. Sans oublier les méthodes d'enseignement utilisées qui tendaient à uniformiser le rythme d'apprentissage des élèves en fonction du rythme imposé par l'instituteur. Ni plusieurs manuels, qui décourageaient nettement l'activité de l'enfant. Ni certains tests ou examens qui conditionnaient souvent tout l'enseignement.

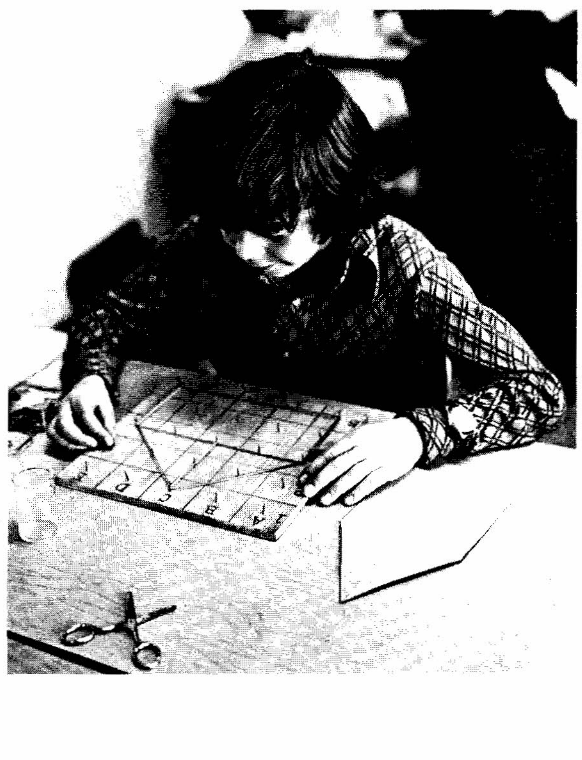
L'enfant devient le principal agent de son apprentissage, avec sa démarche personnalisée où vont se succéder "essais et erreurs". La pédagogie s'efforcera d'être une pédagogie naturelle à l'enfant. Il importe que tout apport de l'enfant, exploitable dans la classe de mathématique, soit utilisé à profit, qu'il concerne la dernière partie de billes d'un groupe d'élèves ou la dernière randonnée en voiture.

L'enseignement proprement dit aura souvent comme point de départ des activités, des jeux, des recherches, où la participation de l'enfant sera prioritaire et où le rôle du maître sera celui d'un guide, attentif au travail de l'élève et aux nouvelles idées que ce dernier formulera.

Extérieurement, cette individualisation de l'enseignement se traduira par un usage fréquent de matériel, par l'utilisation de fiches de travail, par la consultation de plusieurs manuels, par l'emploi de fiches de contrôle, etc. On la facilitera par une organisation souple de la classe, où tantôt le travail collectif, tantôt le travail individuel, tantôt le travail par équipes sera à l'honneur.

Une insistance marquée sur la compréhension fera que l'élève, guidé par le maître, cherchera à saisir le véritable sens des notions et des algorithmes plutôt que de rechercher des trucs d'utilisation. On n'habituera pas l'enfant à répondre de façon automatique à des stimuli donnés, mais on lui apprendra à bien saisir une situation-problème, pour ensuite lui permettre d'en élaborer une ou plusieurs solutions.

On accordera une grande importance à l'expression personnelle de l'enfant, dans sa langue maternelle comme dans le langage mathématique.



3.2 L'apprentissage d'un concept mathématique: un long processus...

Selon plusieurs psychologues, l'apprentissage d'un concept, en particulier d'un concept mathématique, est le résultat d'un long processus (qui, en principe, n'est d'ailleurs jamais achevé), qui peut s'étaler sur des périodes de durée très variable, souvent sur plusieurs années.

En effet, plus ou moins consciemment et d'une manière plus ou moins ordonnée, l'esprit doit d'abord procéder à une *exploration* du concept dans un certain nombre de situations concrètes. Dans le cas de certains concepts, cette étape est déjà amorcée chez le bébé et l'exploration devient plus systématique avec les années. Dans le cas d'autres concepts, le stade de l'exploration peut venir plus ou moins tard, à l'occasion d'activités scolaires ad hoc ou à travers l'expérience quotidienne.

Lorsque l'exploration d'un concept donné est devenue plus poussée et plus systématique, et ce dans un nombre suffisant de situations diverses, l'esprit peut arriver à faire l'*abstraction* du concept, c'est-à-dire à en dégager les caractéristiques essentielles par comparaison et par contraste. Cela peut prendre plus ou moins de temps selon les personnes.

Au fur et à mesure que se déroule le processus, il devient nécessaire de *communiquer* à propos du concept, à l'aide d'une forme de langage. Il s'agit donc de pouvoir en *faire* et en *interpréter* une *description* (verbale ou écrite, formulée à l'aide de mots ou d'autres signes) ou une *représentation* (graphique par exemple). Ainsi s'introduisent progressivement une terminologie, un symbolisme et des modes de représentation pro-

pres au concept, que l'on s'habitue à utiliser et à interpréter adéquatement.

On en vient éventuellement à *l'utilisation* et à l'*application du concept,* dans des situations nouvelles, par exemple dans la vie courante ou à l'occasion de problèmes que l'on pose en classe. Il s'agit alors de *mettre ce concept en relation avec d'autres concepts,* de façon plus systématique. Ce n'est vraiment que lorsqu'on arrive à l'utiliser convenablement et adéquatement—et non pas seulement lorsqu'on sait verbaliser à son sujet—que l'on peut parler de *compréhension* et d'*apprentissage* du concept (même si ceux-là ne demeurent toujours atteints que partiellement).

Tout le long du processus, progressivement, le concept devient de plus en plus *familier*. On arrive à le "manipuler" de mieux en mieux, mentalement ou encore par l'intermédiaire d'un langage ou d'une représentation graphique. Cette "manipulation" du concept peut contribuer à la phase d'exploration de nouveaux concepts, plus généraux et plus abstraits.

Pour illustrer ce qui précède, on peut penser par exemple au concept de triangle, qui est tour à tour exploré (chez les petits), abstrait, décrit et représenté, utilisé et mis en relation avec d'autres concepts, et qui, éventuellement, peut contribuer à l'abstraction de nouveaux concepts: forme, polygone,...

Assurément, il demeure tout à fait artificiel de considérer de façon isolée l'apprentissage d'un concept mathématique donné. Car il faut toujours se souvenir qu'une multitude de concepts sont simultanément en formation dans l'esprit, à des stades de développement variés, selon des processus qui exercent des interactions.

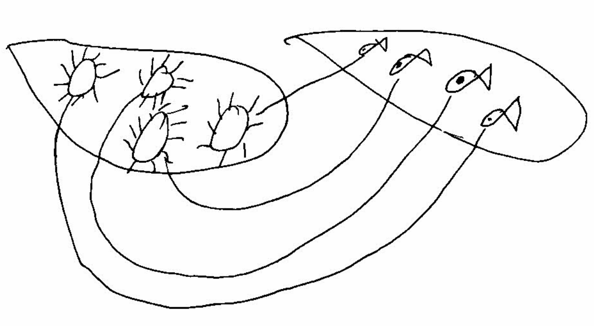
3.3 Utilisation de situations pédagogiques variées et stimulantes

Il découle de ce qui précède qu'il est essentiel à l'école élémentaire de **multiplier** et de **diversifier** suffisamment les situations pédagogiques qui permettront l'apprentissage des concepts mathématiques. Cela importe d'autant plus que l'on vise à tenir compte dans l'apprentissage de différences individuelles chez les enfants.

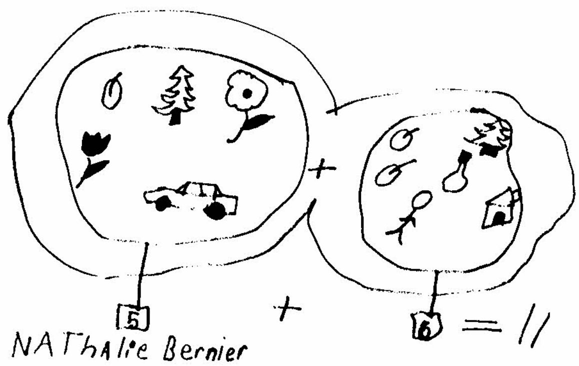
La nature des situations pédagogiques pourra varier beaucoup, selon les objectifs que l'on vise dans l'apprentissage et selon la préparation des élèves. Il pourra s'agir par exemple:

1. *de situations dont l'objectif est d'EXPLORER certains concepts et éventuellement de les ABSTRAIRE;*

Gilles Gomeau



2. *de situations dont l'objectif est de FAIRE ou d'INTERPRÉTER une DESCRIPTION (avec des mots, des signes, des phrases, des formules, etc.) ou une REPRÉSENTATION (à l'aide de figures, schémas, graphes, . . . de certains concepts;*



3. *de situations dont l'objectif est d'APPLIQUER ou d'UTILISER certains concepts et de les METTRE en RELATION avec d'autres concepts;*

"Raymond Gilbert"

Quand je vais à la caisse échanger un cheque il faut que je vérifis. Suposon qu'il gagne $100.00¢ et le veut en billets de 10.00, 5.00, 2.00, 1.00, 20.00.

Calcul: trois 20 = 60
deux 10 = 20
un 5 = 5
cinq 2 = 10
cinq 1 = 5

$100.00¢ dollards juste.

4. *de situations dont l'objectif est d'ENTRETENIR ou de FIXER certaines techniques ou habiletés ou automatismes.*

On peut encore différencier les situations pédagogiques selon qu'elles sont présentées aux élèves ou qu'elles suscitent chez eux des comportements:

—sous la forme d'*actions* ou de manipulations *concrètes,*
—sous une forme *verbale,*
—sous une forme *écrite* ou *symbolique,*
—sous une forme *graphique,* etc.

Quel que soit le type de situations pédagogiques auxquelles on fait appel, il importe que celles-là soient adaptées aux élèves et le moins stéréotypées possible. Sans sous-estimer la valeur pédagogique et l'importance de plusieurs matériels structurés et de certaines situations pédagogiques plutôt artificielles, il reste que c'est souvent *en puisant dans l'environnement et parmi les intérêts des enfants* que l'on trouvera les meilleures et les plus stimulantes situations pédagogiques: jeux, événements d'actualité, situations problématiques, anecdotes, puzzles, projets, activités de l'école, etc. Il y a là d'ailleurs d'excellentes occasions d'accroître la motivation des élèves et l'efficacité de leur apprentissage.

3.4 Le développement de la pensée chez l'enfant par des activités mathématiques

Il est un objectif pédagogique que plus que jamais on met en relief au niveau élémentaire, en mathématique comme dans les autres maitères. Il s'agit du développement de la pensée de l'élève, c'est-à-dire d'une variété de *capacités intellectuelles* qui constituent des manifestations générales de la pensée et que déjà, dans la vie courante, les enfants ont de multiples occasions d'exercer dans leurs jeux, leurs lectures, etc.:

— observer
— comparer
— classifier
— discriminer
— cueuillir des données
— organiser des données
— faire un résumé ou une synthèse
— distinguer entre des hypothèses et des faits
— poser des hypothèses
— interpréter un message
— exercer son imagination
etc.

On cherche également, en mathématique, à amorcer chez les élèves le développement d'habiletés intellectuelles plus complexes, telles que:

a) *l'habileté à généraliser à partir de cas particuliers*
(découverte inductive de lois générales ou de régularités en arithmétique ou en géométrie, perception d'une même "structure" dans diverses situations particulières, etc.);

b) *l'habileté à passer d'un cas général à des cas particuliers*
(recherche d'exemples ou de contre-exemples particuliers pour une propriété ou une définition ou un concept général, recherche de "concrétisations" d'une structure mathématique, etc.);

c) *l'habileté à s'exprimer sous des formes diverses à propos de concepts, de propriétés et de faits mathématiques*
(utilisation convenable de la terminologie écrite et parlée et du symbolisme mathématiques, usage de différents modes d'expression graphique, etc.);

d) *l'habileté à interpréter et à comprendre diverses formes d'expression ou de formulation de concepts, de propriétés et de faits mathématiques*
(lecture, décodage et compréhension convenables de la terminologie, du symbolisme et de modes d'expression graphique en mathématique, etc.);

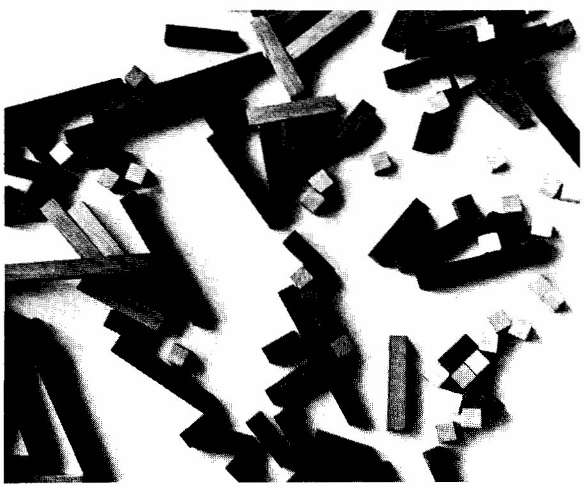
e) *l'habileté à faire des inférences et des déductions logiques;*

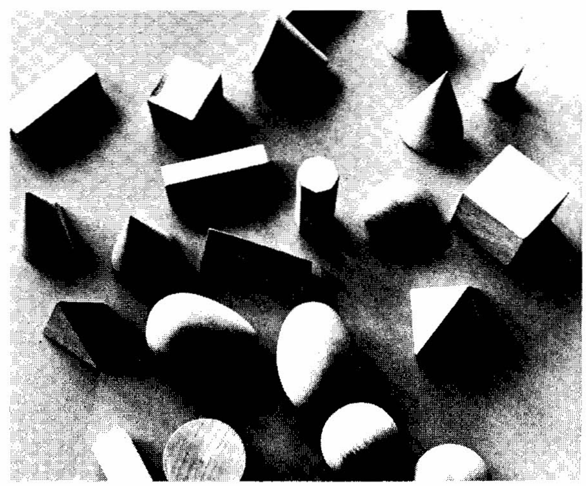
f) *l'habileté à axiomatiser*
(c'est-à-dire à "résumer" plusieurs faits par quelques-uns dont on peut déduire les autres);
etc.

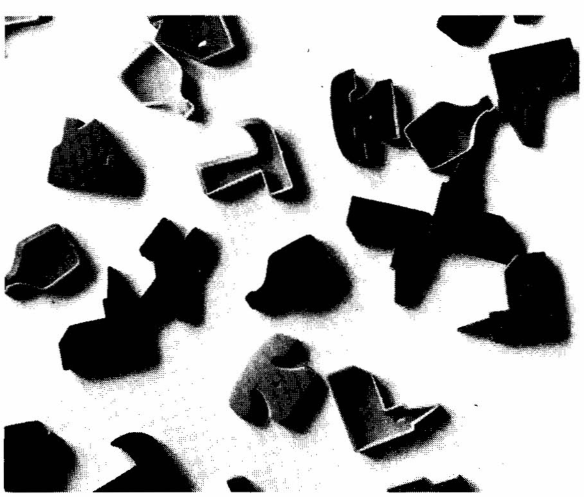
On profitera donc à l'école élémentaire de nombreuses situations pour inviter les enfants à réfléchir, à établir des relations (de ressemblance, de différence, d'analogie, d'ordre, . . .), à résumer, à prévoir et à imaginer les conséquences de certains faits, à s'exprimer sous des formes diverses, à bien écouter et à bien lire, etc. Fréquemment, on les amènera à décrire, à expliquer et à justifier leur façon de procéder dans la résolution d'un problème ou dans un calcul, parfois à faire un compte-rendu écrit ou verbal d'une activité mathématique. On multipliera les occasions d'établir des conjectures, de découvrir des régularités ("patterns"), ou encore de trouver des exemples et des contre-exemples de concepts ou de propriétés générales.

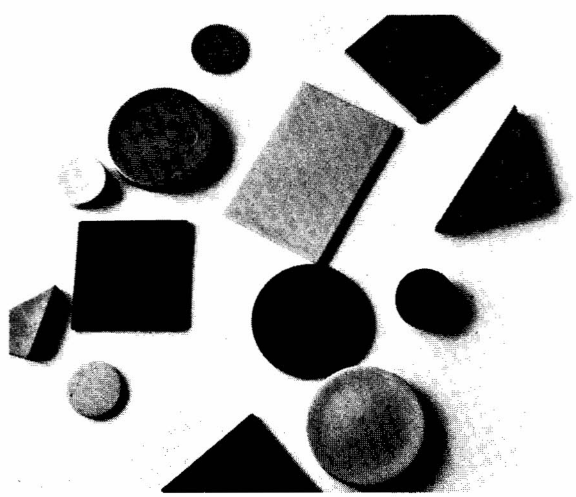
Afin de développer plus efficacement la pensée de l'enfant, on cherchera à utiliser en mathématique, entre autres:

- *divers types de matériel structuré* (par exemple les blocs logiques ou un matériel analogue, les réglettes Cuisenaire ou un matériel analogue, . . .);





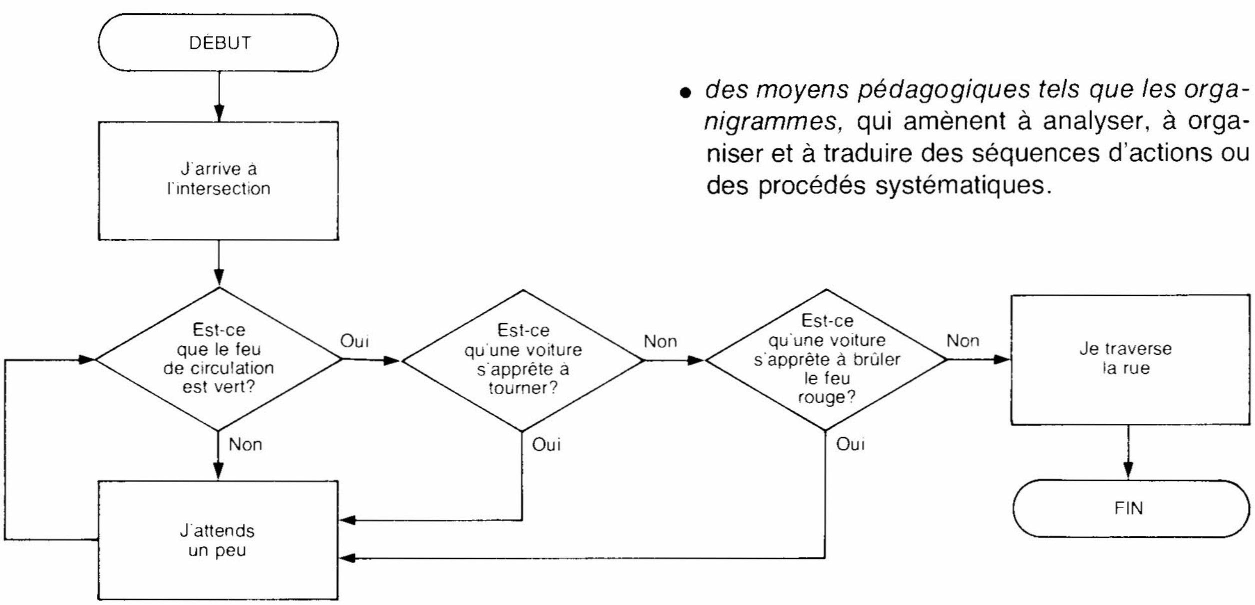




- *des jeux ou puzzles,* qui obligent à raisonner, à prévoir, à développer des stratégies, etc.;

- *des situations problématiques* abondantes et variées;

- *des moyens pédagogiques tels que les organigrammes,* qui amènent à analyser, à organiser et à traduire des séquences d'actions ou des procédés systématiques.



3.5 Le rôle des problèmes dans l'apprentissage de la mathématique

Les problèmes continuent à jouer un rôle-clé dans l'apprentissage de la mathématique.

D'abord — et c'est surtout là le rôle qu'ils remplissaient traditionnellement dans les manuels — ils sont l'occasion *d'appliquer* et *d'utiliser des connaissances et des techniques apprises.* Il suffit de penser par exemple à certains problèmes de la vie courante: achats dans un magasin, mesures de longueurs ou de surfaces ou de capacités, etc. Ici il convient d'en varier la nature et la présentation et d'éviter les problèmes stéréotypés ou peu motivants pour les élèves.

Ensuite—et c'est là un rôle que l'on tend à valoriser maintenant—les problèmes peuvent jouer le rôle de *situations pédagogiques pour amorcer l'apprentissage de concepts ou propriétés mathématiques,* en particulier pour *motiver* les élèves, pour leur permettre *d'explorer* ou de *"découvrir"* certains faits mathématiques.

Enfin les problèmes sont l'occasion de *développer la pensée, en particulier la pensée mathématique des élèves, et de développer progressivement chez eux des stratégies de résolution* qui soient applicables dans de nouvelles situations. Ils permettent entre autres d'amorcer le développement d'un objectif spécifique du programme-cadre: "l'habileté à *mathématiser une situation* et à appliquer des solutions appropriées", c'est-à-dire à traduire une situation en termes mathématiques (par des relations numériques, par des graphiques, par des figures géométriques, etc.), puis à faire des calculs ou des raisonnements sur les donnés mathématiques obtenues, pour enfin appliquer les conclusions ou les résultats obtenus à la situation initiale.

Pour varier la présentation des problèmes et pour mieux atteindre les objectifs fixés, on peut faire appel en particulier:

1) à des problèmes qui suscitent différents types de comportements chez les élèves: manipulations d'objets physiques, comportement verbal, comportement écrit, gestes, . . .
2) à des problèmes destinés tantôt à toute une classe, tantôt à des équipes d'enfants, tantôt aux élèves individuellement . . .
3) soit à des problèmes du type convergent (par exemple: "trouver le produit . . ." ou "parmi les cinq figures suivantes, laquelle . . .") où il s'agit d'atteindre un but ou un résultat déterminé, soit encore à des problèmes du type divergent, en particulier à des "problèmes ouverts" (par exemple: "comment pourrait-on classifier ces objets?" ou "peux-tu trouver des régularités ou "patterns" dans ce tableau de nombres?" ou "peux-tu imaginer des problèmes semblables à celui-ci?").

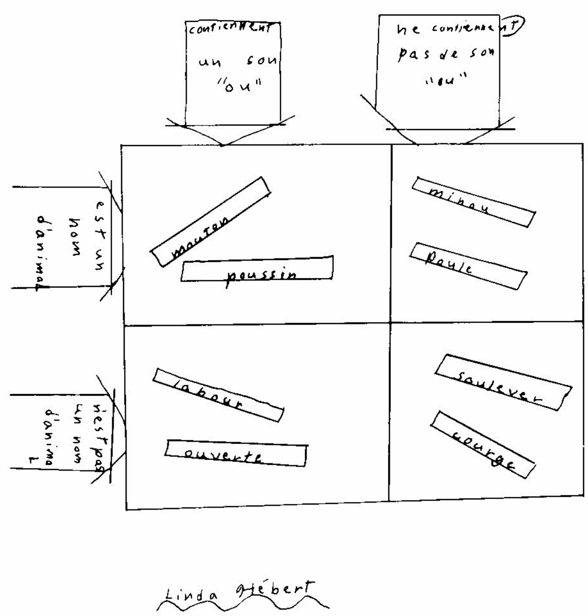
3.6 Vers une plus grande intégration de l'apprentissage des matières à l'élémentaire

Etant donné les objectifs de l'école élémentaire et la nouvelle philosophie que l'on cherche à y implanter dans toutes les matières au Québec, il est désirable et nécessaire d'atteindre dans l'avenir à une plus grande intégration dans l'enseignement des diverses disciplines à l'école élémentaire.

Cette intégration doit d'abord se traduire par la *poursuite d'objectifs pédagogiques communs* dans ces matières: enseignement centré sur l'enfant, apprentissage à base d'activités, recours à des situations pédagogiques variées et stimulantes, apprentissage des concepts en spirale, développement de la pensée et de la débrouillardise intellectuelle des enfants, etc.

Le maître éveillé ou expérimenté saura également profiter de multiples *situations pédagogiques ou centres d'intérêt, qui peuvent naturellement donner lieu à des activités dans plusieurs domaines.* Ainsi certaines activités de classification ou de sériation pourront à l'occasion porter sur des sons, des mots ou des phrases en français, ou s'inspirer d'une situation pédagogique rencontrée dans l'apprentissage des sciences. La nécessité de décrire, d'expliquer ou de résumer certaines activités mathématiques ou encore de formuler correctement une observation, une définition ou une propriété en mathématique est naturellement l'occasion de progrès dans l'apprentissage de la langue. Par contre, beaucoup d'activités (géométriques par exemple) ont des aspects esthétiques certains et peuvent suggérer des activités de nature artistique, et réciproquement.

Il reste que la mathématique constitue encore un langage universel qui tend à envahir un grand nombre de domaines. Avec la langue maternelle, il s'agit sans doute pour les élèves de la forme de langage la plus fondamentale et la plus utile. *L'utilisation du langage mathématique dans toutes sortes de contextes et de situations* contribue indirectement à une plus grande intégration dans les enseignements. (Combien d'occasions se présentent, par exemple, dans divers domaines, de faire des graphiques, des calculs, des relevés statistiques, etc.!)



4

Objectifs mathématiques du programme-cadre

4.1 Changements par rapport au programme de 1959

Du point de vue du contenu mathématique, le programme-cadre propose un *élargissement* important, avec un certain *élagage,* du programme officiel de 1959.

Il s'agit donc de viser bien au-delà du contenu traditionnel, qui se limitait essentiellement à l'apprentissage de techniques opératoires (sur des nombres naturels et sur des fractions) et de mesures usuelles. Sans négliger ces sujets, que l'on étudiera selon une optique pédagogique nouvelle, le contenu du programme-cadre comprend explicitement l'étude des nombres entiers relatifs, l'initiation aux solides géométriques et aux transformations géométriques, les mesures métriques (qui prennent une importance grandissante avec les années), etc. Il faut se rappeler aussi que le programme-cadre est un cadre pour des programmes institutionnels plus ou moins ambitieux, de sorte que l'on pourra avec les années, dans certaines commissions scolaires, introduire encore d'autres sujets en donnant aux thèmes du programme-cadre une interprétation plus poussée. (Ainsi, sous le thème "géométrie" pourraient s'introduire des activités de repérage, le plan cartésien, etc. tandis que sous le thème "mesures" figureraient naturellement des activités probabilistes, en autant qu'on se sente prêt à aborder de tels sujets.)

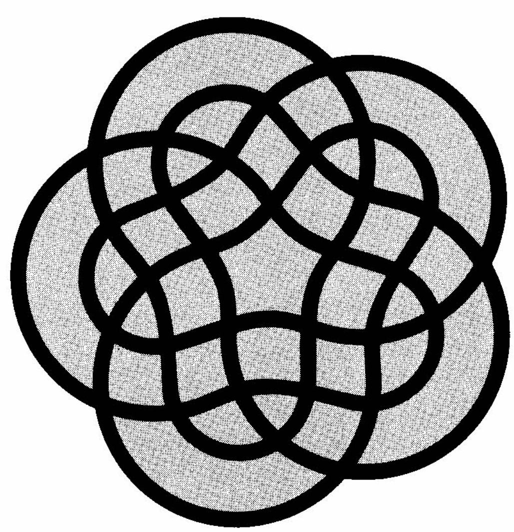
Quant à l'élagage du programme de 1959, il consiste par exemple en une insistance moins grande sur des calculs portant sur de grands nombres, en un accent moins prononcé sur l'étude de certaines mesures anglaises ou de notions d'arithmétique commerciale, etc.

4.2 Une nouvelle vision de la mathématique grâce aux "concepts unificateurs"

Un autre thème nouveau et crucial figure au programme-cadre: "concepts unificateurs". Ce qualificatif recouvre les concepts généraux *d'ensemble,* de *relation,* de *fonction* (ou *d'opérateur), d'opération* (binaire),... ainsi que, pour les plus ambitieux, certaines *régularités ("patterns")* ou *structures mathématiques:* groupes, anneaux, etc.

Ce thème constitue, en un sens, un certain contenu à apprendre, puisque l'élève devra connaître à la fin du cours élémentaire un minimum de vocabulaire et de symbolisme et certains modes de représentation graphique couramment utilisés pour traduire et utiliser de tels concepts. Il s'agit d'ailleurs là d'éléments du langage mathématique universel.

Mais le rôle principal que jouent les concepts unificateurs est de relier intimement entre eux les



différents thèmes du programme-cadre. Qu'il s'agisse en effet de nombres, de mesures ou de figures géométriques, on retrouvera fréquemment des ensembles, des relations, des opérations, des fonctions, etc. dans l'étude de tous ces sujets, que ce soit explicitement ou non. Cela se reflétera dans la manière de définir ou de comprendre certains concepts ou certaines propriétés mathématiques, ou encore dans la manière de les symboliser, de les représenter et de les exprimer. En restituant une *unité* aux mathématiques, les concepts unificateurs permettent d'en *simplifier* et d'en *clarifier* la présentation et l'apprentissage. De plus, fait paradoxal, c'est précisément parce qu'ils sont si généraux que ces concepts trouvent tellement d'applications de nos jours, dans un si grand nombre de domaines!

Ainsi l'élève sera amené progressivement à percevoir la mathématique (on dit de moins en moins "LES mathématiques"!) comme un *corps de connaissances fortement unifié et dont les applications sont très nombreuses* (à condition, bien sûr, qu'il rencontre beaucoup de situations concrètes où les concepts et techniques mathématiques servent *vraiment!).* Il en viendra, petit à petit, à "pressentir le caractère structurant de la discipline mathématique", comme le propose un objectif spécifique du programme-cadre.

Il va de soi que l'apprentissage des "concepts unificateurs" (et des "structures" pour les plus ambitieux) est un processus à long terme, qui doit être alimenté par un grand nombre d'activités et de situations pédagogiques à partir desquelles les élèves arriveront à abstraire ces concepts si généraux. Ce serait dommage et dommageable de réduire un tel apprentissage à la maîtrise d'une terminologie ou d'un symbolisme, ou de croire avoir couvert le sujet à la suite d'activités concentrées dans le temps.

4.3 Les grands thèmes mathématiques du programme-cadre

Il y a présentement six grands thèmes d'activités mathématiques:

NOMBRES NATURELS	MESURES
NOMBRES ENTIERS	
NOMBRES RATIONNELS	GÉOMÉTRIE

CONCEPTS UNIFICATEURS

Ces thèmes doivent normalement se développer simultanément tout au long du cours élémentaire, selon une progression et au moyen d'activités à définir localement au moment de l'élaboration d'un programme institutionnel.

Un fascicule distinct du guide pédagogique paraîtra sur chacun des six thèmes et contiendra des suggestions plus spécifiques, mais multiples.

5

Documentation mise à la disposition des enseignants, des administrateurs et des parents relative à l'interprétation du programme-cadre

5.1 Fascicules du guide pédagogique

Le guide pédagogique comprendra au minimum les fascicules suivants, qui se distingueront par la couleur de leur couverture:

DESCRIPTION GÉNÉRALE DU PROGRAMME-CADRE

CONCEPTS UNIFICATEURS

NOMBRES NATURELS

NOMBRES ENTIERS RELATIFS

NOMBRES RATIONNELS

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

MESURES

ACTIVITÉS MATHÉMATIQUES À LA MATERNELLE

5.2 Annexes aux fascicules

Des annexes (fiches complémentaires) à l'un ou l'autre des fascicules paraîtront périodiquement et contiendront diverses suggestions pratiques sur l'implantation du programme-cadre, la préparation d'un programme institutionnel, la formation des maîtres, etc. D'autres annexes fourniront des renseignements sur le matériel pédagogique disponible.

5.3 Autres documents

On songe également à préparer d'autres documents à l'intention particulièrement des administrateurs et des parents des élèves.

Publié par
le ministère de l'Éducation
janvier 1974

Code 16-2300 Dossier 1025